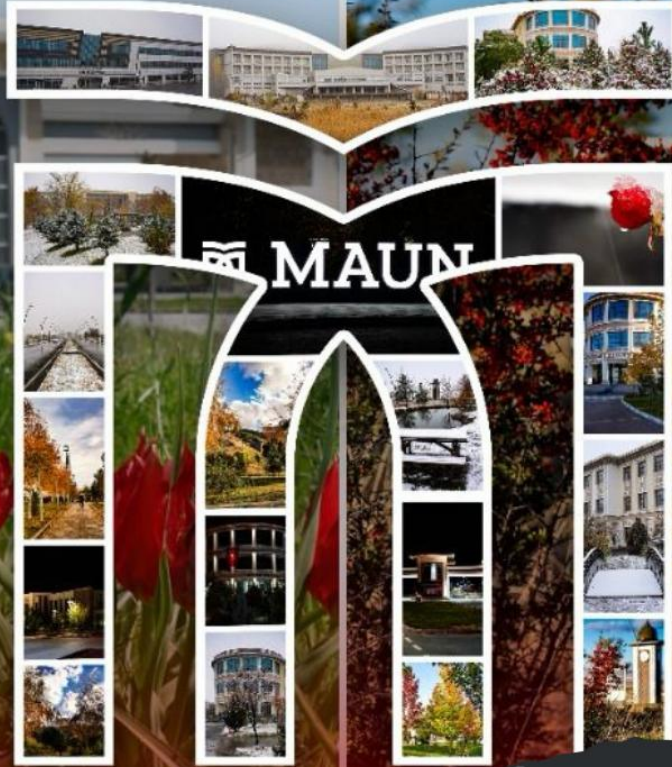


MATEMATİK ÖĞRETİMİNDE ÖRNEK UYGULAMALAR KONGRESİ - III

ÖZET / TAM METİN KİTAPÇIĞI



29-30 Nisan 2026

Muş Alparslan Üniversitesi

<https://www.tmed.org.tr/index/>



Muş Alparslan
Üniversitesi



Muş Milli Eğitim
Müdürlüğü



DİSKALKULİ
DERNEĞİ

Herkes matematik öğrenebilir!

İÇİNDEKİLER

İÇİNDEKİLER.....	2
KURULLAR	5
İlköğretim 4. Sınıf Öğrencilerinin Matematik Dersinde Drama Yöntemi Uygulamasının Kesirler Konusundaki Görüşlerinin İncelenmesi	10
6. Sınıf Matematik Ders Kitabının Matematiksel Muhakeme ve İspat Çerçevesinde İncelenmesi	18
Matematik Eğitiminde Matematiksel Modelleme Etkinliklerinin Önemi ve Öğretime Entegrasyonu .	26
Sanal Gerçeklik Tabanlı Bağlamsal Bir Öğrenme Uygulaması: Mutfakta Matematik	27
Oyunlaştırılmış Etkinliklerle Sayı Öğretimi: Hafif Düzeyde Zihinsel Yetersizliği Olan Bir Öğrenci Üzerine Durum Çalışması	29
Sekant Eğim Fonksiyonu ile Türevlenebilirdik Kavramının İnşa Edilmesi	33
Matematik Öğretiminde Oyun e Oyunlaştırma	35
Yapay Zeka Matematik Sınavlarını Ne Kadar Doğru Puanlıyor?	36
Gerçekçi Matematik Eğitimine Dayalı GeoGebra Destekli Bir Etkinliğin Uygulanması	38
GeoGebra Destekli Bir Etkinlik ile Germe Kavramının Öğretimi: Lineer Cebir Dersinden Bir Uygulama	40
Lego Tabanlı Etkinlik Tahtasıyla Sayma ve İşlemsel Düşünmenin Desteklenmesi	42
Geogebra Yazılımı Aracılığıyla Cavalieri İlkesinin Geometrik Olarak Yapılandırılması	45
Teknoloji Destekli Problem Kurma Becerilerini İncelemeye Yönelik Bir Uygulama: İlköğretim Matematik Öğretmeni Adayları Örneği.....	47
Doğal Afet Temalı Matematiksel Problemler Yoluyla 8. Sınıf Öğrencilerinin Afet Farkındalığının Geliştirilmesi	51
Bir Ortaokul Matematik Öğretmeninin Oyun İmecesi Deneyimi	59
Diskalkuli Riskli 60-72 Aylık Çocukların Sayı Hissi Becerilerinin DokunSay Materyalleriyle Desteklenmesi	64
Güzel Sanatlar Lisesi Öğrencilerinin Matematik Kavramına Yönelik Metaforik Algıları	68
Tümdengelimli Matematik Öğretimi (TÜMDENMAT) Modelinin Özel Dörtgenlerin Hiyerarşik Sınıflamasını Kavramaya Etkisinin İncelenmesi.....	79
Hikayeleştirme Temelli Matematik Öğretiminin 7. Sınıf Öğrencilerinin Rasyonel Sayılarda Toplama ve Çıkarma İşlemi Konusundaki Anlamlandırmasına Etkisi	87
Bir Ortaokul Öğrencisinin Matematiksel Modelleme Etkinliğini Çözme Rotası.....	88
Farklı Matematiksel Temsiller Üzerinden Öğrencilerin Cebirsel Düşüncelerinin Analizi: Klinik Mülakatlara Dayalı Bir Uygulama Örneği	90
Kesir Öğretiminde Somut Bir Model: İlkokul 3. Sınıf İçin Tren -Vagon Modeline Dayalı Etkinlik Tasarımı.....	98
Okul Dışı Ortamlarda Matematik Etkinliklerinin Uygulanması: Sultan II. Bâyezid Külliyesi Örneği	101
Matematik Öğretiminde Teknoloji Destekli Etkinlik Tasarlama	103
Matematik Öğretmeninin Mesleki Gelişimini Desteklemede Öğretmen Eğitiminin Fark Etme Uygulamaları	104
Matematiksel Beklentinin Galton Tahtası Yardımı ile Daha İyi Anlaşılması.....	105

Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Dijital İçerik Tasarlama Becerilerinin Piksel Sanatı Uygulamaları Bağlamında İncelenmesi	106
İspat Okuma Becerisini Geliştirmeye Yönelik Bir Öğretim Tasarımı: Menelaus Teoremi Örneği	108
Öğrenci Cevabından Öğrenci Düşüncesine: Öğretmen Adaylarıyla Bir Atölye Deneyimi	109
Ortaokul Matematik Öğretmeninin Matematiksel İlişkilendirmeyi Öğretme Bilgisi Üzerine Bir Etkinlik Tasarımı ve Uygulama Örneği Analizi.....	111
Geometride Fiziksel Deneyimin Dijitale Dönüşümü: Katla-Kes-Yapıştır Aracı	114
Kesirler, Rasyonel, İrrasyonel İçin Farlı Bir Anlatım	115
Algoritma Temelli Problem Çözme ile Matematiksel Akıl Yürütme: Euler Köprü Problemi Uygulaması	116
6. Sınıf Program Dışı Bir Etkinlikte Öğrencilerin Sosyal Sorumluluk Bilincinin İncelenmesi	135
Okul Öncesi Dönemde Diskalkuli Müdahalesinde Oyun Temelli Etkinlikler: Sayı Hissi ve Matematiksel Becerileri Geliştirme Yaklaşımı	138
7. Sınıf Matematik Ders Kitabındaki Oran–Orantı Problemlerinin Problem Çözme Basamakları ve Stratejileri Bağlamında Analizi	140
İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının İşlemlerle Cebirsel Düşünme Öğretiminde Matematiksel Muhakeme Becerisine Yer Verme Durumları.....	142
Kesirlerde Kavram Yanılgılarının Giderilmesine Yönelik Dokunsay Kesir Öğretim Materyali Destekli Bir Sınıf İçi Uygulama	144
Öğrenme Yörüngesi Temelli Dijital Bir Matematik Oyununun Okul Öncesi ve İlkokul Düzeyinde Uygulanması: GalakSay	146
Matematik Eğitiminde Yapay Zeka Kullanımına İlişkin Araştırmaların Eğilimi: Scopus ve Wos Verilerine Dayalı Bibliyometrik Analiz	148
7. Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Modelleme Süreçleri: Bir Uygulama Örneği.....	156
Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli Kapsamında Hazırlanan 6.Sınıf Matematik Ders Kitabındaki Etkinlik ve Soruların Matematik Okuryazarlığı Değerlendirme Çerçevesine Göre İncelenmesi: Sayılar ve Nicelikler.....	157
Bilgisayar Destekli Matematik Öğretiminde Sınıf İçi Bir Uygulama: Teknolojik Eylemden Matematiksel Muhakemeye	159
İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Matematiksel Modellemeye Yönelik Tutumlarının İncelenmesi.....	161
Aynı Ama Farklı Matematik Rutini ile Öğrenci Akıl Yürütmelerini ve Kesirlerde Kavram Yanılgıları Üzerine Bir İnceleme.....	163
Argümantasyon Temelli Matematiksel Etkinlikler Bağlamında İki Değişkenli Fonksiyonların Kısmi Türevlerinin Yapılandırılması	167
6. Sınıf Matematik Ders Kitabındaki Etkinlik ve Soruların Matematik Okuryazarlığı Bağlamında İncelenmesi.....	169
Problem Çözmede Strateji ve Genelleme Sürecine Yönelik Bir Uygulama: Josephus Problemi	171
Yığılma Noktası Kavramı İçin Sokratik Bir Anlatım.....	172
Dinamik Yazılımlarla Matematikte Dört İşlemin Kolay Öğretimi	173

KURULLAR

Onur Kurulu

Muş Valisi: Avni ÇAKIR

Muş Alparslan Üniversitesi Rektörü: Prof. Dr. Mustafa ALİCAN

Matematik Eğitimi Derneği Onursal Başkanı: Prof. Dr. Adnan BAKİ

Danışma Kurulu

Muş Alparslan Üniversitesi Rektör Yardımcısı Prof. Dr. Kenan YILDIRIM

Muş İl Milli Eğitim Müdürü Abdulkadir ALTAY

Muş Alparslan Üniversitesi, Eğitim Fakültesi Dekanı Prof. Dr. Esin KAYA

Matematik Eğitimi Derneği Başkanı Prof. Dr. Derya ÇELİK

Diskalkuli Derneği Başkanı Prof. Dr. Yılmaz MUTLU

Düzenleme Kurulu

Trabzon Üniversitesi (Düzenleme Kurulu Başkanı -MED Başkanı) Prof. Dr. Derya ÇELİK

Trabzon Üniversitesi (MED Başkan Yrd.) Prof. Dr. Bülent GÜVEN

Boğaziçi Üniversitesi (MED) Doç. Dr. Serkan ÖZEL

Necmettin Erbakan Üniversitesi (MED) Doç. Dr. İbrahim ÇETİN

Trabzon Üniversitesi (MED) Doç. Dr. Kadir GÜRSOY

Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi (MED) Dr. Öğr. Üyesi Neslihan UZUN

Harran Üniversitesi (MED) Dr. Öğr. Üyesi Zeynep ÇAVUŞ ERDEM

Atatürk Üniversitesi Prof. Dr. Yasin SOYLU

Atatürk Üniversitesi (Diskalkuli Derneği) Prof. Dr. Levent AKGÜN

Atatürk Üniversitesi Doç. Dr. Tevfik İŞLEYEN

Ağrı İbrahim Çeçen Üniversitesi Prof. Dr. Mehmet Fatih ÖÇAL

Dicle Üniversitesi Prof. Dr. Kemal ÖZGEN

Dicle Üniversitesi Prof. Dr. Yılmaz ZENGİN

Dicle Üniversitesi Doç. Dr. Mehmet AYDIN

Adıyaman Üniversitesi Prof. Dr. Ramazan GÜRBÜZ

Adıyaman Üniversitesi Doç. Dr. Muhammed Fatih DOĞAN

Van Yüzüncü Yıl Üniversitesi Doç. Dr. Elif ERTEM AKBAŞ

29 Mayıs Üniversitesi Dr. Öğr. Üyesi Gökay AÇIKYILDIZ

Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi Prof. Dr. Burçak BOZ

Muş Alparslan Üniversitesi (Diskalkuli Derneği Başkanı) Prof. Dr. Yılmaz MUTLU

Muş Alparslan Üniversitesi Doç. Dr. Demet DENİZ

Muş Alparslan Üniversitesi Doç. Dr. Fatma CUMHUR

Muş Alparslan Üniversitesi (Diskalkuli Derneği) Dr. Öğr. Gör. İhsan SÖYLEMEZ

Muş Alparslan Üniversitesi Dr. Öğr. Gör. Seyfettin ALAN

Sivas Cumhuriyet Üniversitesi (Diskalkuli Derneği) Doç. Dr. Kübra POLAT

Ankara Üniversitesi (Diskalkuli Derneği) Prof. Dr. Sinan OLKUN

Süleyman Demirel Üniversitesi (Diskalkuli Derneği) Doç. Dr. Burcu DURMAZ

Muş Alparslan Üniversitesi (Diskalkuli Derneği) Dr. Yavuz ERDEM

Bilim/Hakem Kurulu

Abdulkadir TUNA (Kastamonu Üniversitesi)

Abdullah KAPLAN (Atatürk Üniversitesi)

Ahmet IŞIK (Gazi Üniversitesi)

Ahmet KAÇAR (Kastamonu Üniversitesi)

Ahsen Seda BULUT (Kırşehir Ahi Evran Üniversitesi)

Ali BOZKURT (Gaziantep Üniversitesi)

Ali ÖZKAYA (Akdeniz Üniversitesi)

Ali Sabri İPEK (Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi)

Alper Cihan KONYALIOĞLU (Atatürk Üniversitesi)

Alper ÇILTAŞ (Atatürk Üniversitesi)

Avni YILDIZ (Bülent Ecevit Üniversitesi)

Ayça AKIN (Antalya Belek Üniversitesi)

Aygen KOÇ KOCA (Adıyaman Üniversitesi)

Ayhan Kürşat ERBAŞ (Orta Doğu Teknik Üniversitesi)

Aysun Nüket ELÇİ (Celal Bayar Üniversitesi)

Aysun YEŞİLYURT ÇETİN (Atatürk Üniversitesi)

Ayşe Arzu ARI (Kocaeli Üniversitesi)

Ayşe TEKİN DEDE (Dokuz Eylül Üniversitesi)

Ayşenur Yılmaz (Kahramanmaraş Sütçü İmam Üniversitesi)

Aytuğ ÖZALTUN ÇELİK (Pamukkale Üniversitesi)

Aziz İLHAN (İnönü Üniversitesi)

Belma TÜRKER BİBER (Aksaray Üniversitesi)

Berna CANTÜRK GÜNHAN (Dokuz Eylül Üniversitesi)

Berna TATAROĞLU TAŞDAN (Dokuz Eylül Üniversitesi)

Betül TEKEREK (Kahramanmaraş Sütçü İmam Üniversitesi)

Bilge YILMAZ ASLAN (Gaziantep Üniversitesi)

Buket Özüm BÜLBÜL (Celal Bayar Üniversitesi)

Burçak BOZ YAMAN (Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi)

Cahit PESEN (Siirt Üniversitesi)

Candaş UYGAN (Eskişehir Osmangazi Üniversitesi)

Cemalettin YILDIZ (Giresun Üniversitesi)

Çiğdem KILIÇ (İstanbul Medeniyet Üniversitesi)

Davut KÖĞCE (Ömer Halisdemir Üniversitesi)

Demet BARAN BULUT (Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi)

Demet Deniz YILMAZ (Muş Alparslan Üniversitesi)

Derya CAN (Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi)

Derya KARAKUŞ (Atatürk Üniversitesi)

Dilek İZGİOL HAZAR (Kahramanmaraş Sütçü İmam Üniversitesi)

Dilek TANIŞLI (Anadolu Üniversitesi)

Duygu ARABACI (Düzce Üniversitesi)

Ebru AYLAR ÇANKAYA (Ankara Üniversitesi)

Ebru GÜVELİ (Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi)

Ebru KORKMAZ (Fırat Üniversitesi)

Ebru KÜKEY (Fırat Üniversitesi)

Ebru SAKA (Kafkas Üniversitesi)

Elif TÜRNUKLÜ (Dokuz Eylül Üniversitesi)

Emin AYDIN (Marmara Üniversitesi)

Emine Nur ÜNVEREN BİLGİÇ (Düzce Üniversitesi)
Emine Özgür ŞEN (Yozgat Bozok Üniversitesi)
Emre EV ÇİMEN (Eskişehir Osmangazi Üniversitesi)
Emrullah ERDEM (Adıyaman Üniversitesi)
Engin ADER (Boğaziçi Üniversitesi)
Enes Abdurrahman BİLGİN (Van Yüzüncü Yıl Üniversitesi)
Enes DEMİR (Siirt Üniversitesi)
Ercan ATASOY (Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi)
Erhan BİNGÖLBALİ (Afyon Kocatepe Üniversitesi)
Ersen YAZICI (Aydın Adnan Menderes Üniversitesi)
Esen ERSOY (Ondokuz Mayıs Üniversitesi)
Esra MACİT (Hakkâri Üniversitesi)
Fatih BAŞ (Erzincan Binali Yıldırım Üniversitesi)
Fatih KALECİ (Necmettin Erbakan Üniversitesi)
Fatih KARAKUŞ (Cumhuriyet Üniversitesi)
Fatma ASLAN TUTAK (Boğaziçi Üniversitesi)
Fatma CUMHUR (Muş Alparslan Üniversitesi)
Fatma ERDOĞAN (Fırat Üniversitesi)
Ferhat ÖZTÜRK (Kırıkkale Üniversitesi)
Feride ÖZYILDIRIM GÜMÜŞ (Aksaray Üniversitesi)
Figen BOZKUŞ (Medipol Üniversitesi)
Figen UYSAL (Bilecik Şeyh Edebali Üniversitesi)
Furkan ÖZDEMİR (Siirt Üniversitesi)
Funda AYDIN GÜÇ (Giresun Üniversitesi)
Gamze KURT BİREL (Mersin Üniversitesi)
Gözdegül ARIK KARAMIK (Akdeniz Üniversitesi)
Gül KALELİ YILMAZ (Bursa Uludağ Üniversitesi)
Gülcan ÖZTÜRK (Balıkesir Üniversitesi)
Gülay AGAÇ (Gaziantep Üniversitesi)

Güler ÇAVUŞOĞLU (Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi)
Gülfem SARP KAYA AKTAŞ (Çukurova Üniversitesi)
Gülseren KARAGÖZ (Boğaziçi Üniversitesi)
Gülşah ÖZDEMİR BAKİ (Atatürk Üniversitesi)
Güney HACİÖMEROĞLU (Onsekiz Mart Üniversitesi)
Gürcan KAYA (Burdur Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi)
Gürsu AŞIK (Bahçeşehir Üniversitesi)
Habib TAŞ (Fırat Üniversitesi)
Hacer ÖZYURT (Karadeniz Teknik Üniversitesi)
Halil ZEHİR (Ağrı İbrahim Çeçen Üniversitesi)
Hande GÜLBAĞCI DEDE (Marmara Üniversitesi)
Hasibe Sevgi MORALI (Dokuz Eylül Üniversitesi)
Hatice AKKOÇ (Marmara Üniversitesi)
Hatice ÇETİN (Necmettin Erbakan Üniversitesi)
Hatice Kübra GÜLER (Bursa Uludağ Üniversitesi)
Hayal YAVUZ MUMCU (Ordu Üniversitesi)
Hilal YILDIZ (Kafkas Üniversitesi)
Hülya GÜR (Balıkesir Üniversitesi)
Hülya KILIÇ (Yeditepe Üniversitesi)
Işıkhan UĞUREL ((Dokuz Eylül Üniversitesi)
Işıl BOZKURT (Harran Üniversitesi)
Işıl İŞLER BAYKAL (Orta Doğu Teknik Üniversitesi)
İbrahim BAYAZIT (Erciyes Üniversitesi)
İbrahim KEPCEOĞLU (Kastamonu Üniversitesi)
İlhan KARATAŞ (Bülent Ecevit Üniversitesi)
İlknur ÖZPINAR (Ömer Halisdemir Üniversitesi)
İlyas KARADENİZ (Siirt Üniversitesi)
Kâmil AKBAYIR (Van Yüzüncü Yıl Üniversitesi)
Kamuran TARIM (Çukurova Üniversitesi)

Kemal AKOĞLU (Boğaziçi Üniversitesi)
Kemal ÖZGEN (Dicle Üniversitesi)
Kıymet ZEHİR (Ağrı İbrahim Çeçen Üniversitesi)
Kübra AÇIKGÜL (İnönü Üniversitesi)
Kübra POLAT (Sivas Cumhuriyet Üniversitesi)
Kürşat YENİLMEZ (Eskişehir Osmangazi Üniversitesi)
Levent AKGÜN (Atatürk Üniversitesi)
Lütfi İNCİKABI (Kastamonu Üniversitesi)
Malik Durmaz (Siirt Üniversitesi)
M. Gözde DİDİŞ KABAR (Tokat Gaziosmanpaşa Üniversitesi)
Mehmet AYDIN (Dicle Üniversitesi)
Mehmet BEKDEMİR (Erzincan Binali Yıldırım Üniversitesi)
Mehmet GÜLBURNU (Mersin Üniversitesi)
Mehmet Alper ARDIÇ (Adıyaman Üniversitesi)
Mehmet Fatih ÖZMANTAR (Gaziantep Üniversitesi)
Mehtap KUŞ (Aksaray Üniversitesi)
Melike YİĞİT KOYUNKAYA (Dokuz Eylül Üniversitesi)
Meltem KOÇAK KOCİBEYOĞLU (Atatürk Üniversitesi)
Meral CANSIZ AKTAŞ (Ordu Üniversitesi)
Merve ÖZKARA (Atatürk Üniversitesi)
Meriç ÖZGELDİ (Mersin Üniversitesi)
Mertkan ŞİMŞEK (Ağrı İbrahim Çeçen Üniversitesi)
Meryem ÖZTURAN SAĞIRLI (Erzincan Üniversitesi)
Mesut BÜTÜN (Cumhuriyet Üniversitesi)
Mesut ÖZTÜRK (Bayburt Üniversitesi)
Mihriban KARADENİZ (Giresun Üniversitesi)
Mine IŞIKSAL (Ortadoğu Teknik Üniversitesi)
Muhammet Celal URAS (Ağrı İbrahim Çeçen Üniversitesi)
Murat AKARSU (Ağrı İbrahim Çeçen Üniversitesi)
Mustafa Çağrı Gürbüz (Harran Üniversitesi)

Mustafa DOĞAN (Necmettin Erbakan Üniversitesi)
Mustafa GÖK (Van Yüzüncü Yıl Üniversitesi)
Mustafa ORBAY (Siirt Üniversitesi)
Muzaffer OKUR (Erzincan Üniversitesi)
Nazan SEZEN YÜKSEL (Hacettepe Üniversitesi)
Nejla GÜREFE (Uşak Üniversitesi)
Neslihan USTA (Bartın Üniversitesi)
Nesrin ÖZSOY (Adnan Menderes Üniversitesi)
Neşe DOKUMACI SÜTÇÜ (Dicle Üniversitesi)
Nilüfer YAVUZSOY KÖSE (Anadolu Üniversitesi)
Nilüfer ZEYBEK (Kahramanmaraş Sütçü İmam Üniversitesi)
Nur SIRMACI (Atatürk Üniversitesi)
Oben KANBOLAT (Erzincan Üniversitesi)
Osman BAĞDAT (Anadolu Üniversitesi)
Osman BİRGİN (Uşak Üniversitesi)
Ozan ESENDEMİR (Gaziantep Üniversitesi)
Ömer Faruk ÇETİN (Erzincan Üniversitesi)
Özcan ÖZYURT (Karadeniz Teknik Üniversitesi)
Özkan ERGENE (Sakarya Üniversitesi)
Özlem ÇEZİKTÜRK (Marmara Üniversitesi)
Özlem ERKEK (İstanbul Medipol Üniversitesi)
Pınar ANAPA SABAN (Eskişehir Osman Gazi Üniversitesi)
Rabia SARICA (Ahi Evran Üniversitesi)
Ramazan GÜREL (Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi)
Recai AKKAYA (Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi)
Recep ASLANER (İnönü Üniversitesi)
Rukiye Didem TAYLAN (MEF Üniversitesi)
S. Deniz KILIÇ (Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi)
Seda ŞAHİN (Kilis 7 Aralık Üniversitesi)
Sedef ÇELİK (Artvin Çoruh Üniversitesi)
Seher Mandacı ŞAHİN (Ömer Halisdemir Üniversitesi)

Selçuk KARAMAN (Ankara Hacı Bayram Üniversitesi)
Semiha KULA ÜNVER (Dokuz Eylül Üniversitesi)
Semra POLAT (Muş Alparslan Üniversitesi)
Senem KALAÇ (Hakkâri Üniversitesi)
Serdal BALTAÇI (Ahi Evran Üniversitesi)
Serkan ÖZEL (Boğaziçi Üniversitesi)
Serkan NARLI (Dokuz Eylül Üniversitesi)
Seyfettin Alan (Muş Alparslan Üniversitesi)
Sıtkı ÇEKİRDEKÇİ (Sinop Üniversitesi)
Sibel BİLGİLİ (Atatürk Üniversitesi)
Sibel KAZAK (Orta Doğu Teknik Üniversitesi)
Sibel YEŞİLDERE İMRE (Dokuz Eylül Üniversitesi)
Suphi Önder BÜTÜNER (Bozok Üniversitesi)
Şahin DANIŞMAN (Düzce Üniversitesi)
Şerife Koza ÇİFTÇİ (Akdeniz Üniversitesi)
Şeyma ŞENGİL AKAR (Kastamonu Üniversitesi)
Tamer KUTLUCA (Dicle Üniversitesi)
Tayfun TUTAK (Fırat Üniversitesi)
Timur KOPARAN (Bülent Ecevit Üniversitesi)
Tuba GÖKÇEK (Kırıkkale Üniversitesi)
Tuğba HORZUM (Necmettin Erbakan Üniversitesi)

Tuğba Han ŞİMŞEKLER DİZMAN (Gaziantep Üniversitesi)
Tuğba ÖÇAL (Ağrı İbrahim Çeçen Üniversitesi)
Tuğba ÖRNEK (Dicle Üniversitesi)
Tuğba ÖZ (Atatürk Üniversitesi)
Tuğba YULET YILMAZ (Van Yüzüncü Yıl Üniversitesi)
Tuğrul KAR (Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi)
Tunahan FİLİZ (Bayburt Üniversitesi)
Veysel AKÇAKIN (Uşak Üniversitesi)
Yasemin KIYMAZ (Ahi Evran Üniversitesi)
Yasin SOYLU (Atatürk Üniversitesi)
Yavuz KARPUZ (Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi)
Yüksel DEDE (Gazi Üniversitesi)
Zekiye ÖZGÜR (Dokuz Eylül Üniversitesi)
Zelha TUNÇ PEKKAN (MEF Üniversitesi)
Zerrin TOKER (TED University)
Zeynep Çiğdem ÖZCAN (İstanbul Medeniyet Üniversitesi)
Zeynep ÇİFTÇİ (Atatürk Üniversitesi)
Zeynep ÇAKMAK GÜREL (Erzincan Üniversitesi)
Züleyha YILDIRIM YAKAR (Kahramanmaraş Sütçü İmam Üniversitesi)

İlköğretim 4. Sınıf Öğrencilerinin Matematik Dersinde Drama Yöntemi Uygulamasının Kesirler Konusundaki Görüşlerinin İncelenmesi

Şevval MALKOÇ, Aleyna FİDAN

Uygulamanın Amacı ve Gerekçesi

Eğitimde geleneksel yöntemlerin bilgiyi tek yönlü aktarması öğrencileri pasif konumda bırakmakta ve özellikle ilkokul kademesinde matematiğin temelini oluşturan soyut kavramların anlaşılmasını güçleştirmektedir (Aydın, 2013). İlkokul 4. sınıf matematik programında kritik bir öneme sahip olan "**Kesirler**" konusu, yüksek düzeyde soyutlama ve parça-bütün ilişkisini kavrama becerisi gerektirdiğinden, öğrenciler tarafından öğrenilmesi zor olarak algılanabilmektedir (Sözer, 2006). Literatürde de vurgulandığı üzere, matematik başarısının önündeki bu önyargıların aşılması ancak bilginin somutlaştırıldığı ve öğrencinin merkeze alındığı çağdaş yöntemlerle mümkündür (Alakoç, 2003). Bu bağlamda, öğrencilerin kesirler konusuna dair geliştirdikleri olumsuz tutumları kırmak ve kalıcı öğrenmeyi sağlamak için drama gibi etkileşimli yöntemlerin kullanılması bir zorunluluk haline gelmiştir (Öztürk vd., 2015).

Bu çalışmanın temel amacı; **İlköğretim 4. sınıf öğrencilerinin, matematik dersinde uygulanan drama yönteminin kesirler konusundaki öğrenim süreçlerine etkisine ilişkin görüşlerini incelemektir.** Uygulama süresince, kesir kavramlarının doğaçlama, rol oynama ve oyunsu süreçlerle somutlaştırılması, böylece öğrencilerin tüm duyu organlarıyla sürece katılarak "yaparak ve yaşayarak" öğrenmeleri hedeflenmektedir. Bu çalışma ile dramanın kesirler konusundaki etkililiği öğrenci bakış açısından değerlendirilerek; yöntemin öğrencilerin derse karşı ön yargılarını yıkma ve soyut kavramları anlamlandırma süreçlerine sağladığı katkıların ortaya konulması amaçlanmaktadır.

Hedef Kitle ve Özellikleri

Bu araştırmanın çalışma grubunu, 2025-2026 eğitim-öğretim yılında Muş ilinin Malazgirt ilçesinde yer alan bir devlet ilkokulunda öğrenim görmekte olan 4. sınıf öğrencileri oluşturmaktadır. Araştırmaya, ilgili okulun şubesinde öğrenim gören ve kesirler ünitesini drama yöntemiyle işleyen 16 erkek 7 kızdan oluşan toplam 23 öğrenci katılmıştır. Öğrencilerin cinsiyet dağılımı ve demografik özelliklerinden ziyade, matematik dersindeki soyut kavramları somutlaştırma sürecine yönelik görüşleri temel alınmıştır.

Uygulama Süresi ve Araç Gereçler

Araştırmanın uygulama süreci, 2025-2026 eğitim-öğretim yılı bahar yarıyılında gerçekleştirilen **3 ders saatlik** drama temelli eğitimleri kapsamaktadır. Kesirler ünitesine yönelik drama uygulamaları, Muş ilinin Malazgirt ilçesindeki bir ilkokulda belirlenen ders saatlerinde tam gün katılım ile yürütülmüştür. Süreçte araç-gereç olarak; sayı doğrusunu temsil eden **çamaşır ipi ve kağıtlar** ile araştırmacı rehberliğinde hazırlanan **kesir kartları** kullanılmıştır.

Uygulama Adımları

Araştırmanın uygulama süreci, yaratıcı drama yönteminin temel aşamaları takip edilerek şu adımlarla yürütülmüştür:

- **Isınma ve Hazırlık:** Her dersin başlangıcında, öğrencilerin dikkatini toplamak ve fiziksel olarak sürece hazırlamak amacıyla "Tam-Yarım-Çeyrek" gibi hareketli oyunlar ve "Kesir" kavramı üzerine tartışma çalışmaları yapılmıştır. Belirlenen kazanımlar doğrultusunda kurgusal senaryolar canlandırılmıştır. Bu kapsamda; kesir çeşitlerini tanımak için "Kesirler Ressamı", karşılaştırma yapmak için "Pizza Kardeşliği" ve toplama-çıkarma işlemleri için "Mutfak Atölyesi" etkinlikleri gerçekleştirilmiştir.
- **Modelleme:** Sayı doğrusu ve işlemlerin kavranması için sınıfa gerilen çamaşır iplerine kağıtlar asılarak matematiksel kavramlar görsel ve dokunsal bir boyuta taşınmıştır.
- **Değerlendirme:** Süreç, öğrencilerin neler öğrendiklerini ve hissettiklerini paylaştıkları tartışma oturumlarıyla sonlandırılmıştır.

Uygulamanın Değerlendirilmesi

Araştırma kapsamında gerçekleştirilen drama uygulamalarının ardından öğrencilerle yapılan yarı yapılandırılmış görüşmeler, yöntemin etkililiğine dair önemli veriler sunmuştur. Uygulamanın değerlendirilmesi şu temel eksenlerde özetlenebilir:

Modelleme: Öğrenciler, uygulanan drama etkinlikleri sırasında oluşturulan modellerin (kesir kartları, çamaşır ipi sayı doğrusu vb.) kesir çeşitlerini anlamayı ve hatırlamayı önemli ölçüde kolaylaştırdığını belirtmişlerdir. Özellikle "Kesirler Ressamı" etkinliğinde arkasındaki kesri tahmin etmeye çalışan öğrencilerin, modeller üzerinden yaptıkları çıkarımların kalıcı öğrenmeyi desteklediği gözlemlenmiştir.

Canlandırma ile Problem Çözme: Kesir problemlerinin kağıt üzerinde çözülmesi ile canlandırılarak çözülmesi arasındaki fark sorulduğunda; öğrenciler canlandırmanın konuyu daha anlaşılır kıldığını ifade etmişlerdir. "Mutfak Atölyesi" gibi canlandırmalar, soyut matematiksel işlemleri somut birer deneyime dönüştürerek öğrencilerin çözüm yollarını daha kolay keşfetmelerini sağlamıştır. Olumlu bir yön olarak sürecin eğlenceli ve heyecan verici olması vurgulanırken, derslerin bu şekilde işlenmesinin konuyu öğrenme açısından daha etkili olduğu dile getirilmiştir.

Duyuşsal Etki ve Motivasyon: Geleneksel yöntemler yerine oyun ve canlandırmanın tercih edilmesi, öğrencilerde merak ve başarıma duygularını tetiklemiştir. Öğrenciler, bu yöntemin matematik dersine karşı ilgilerini artırdığını ve dersin eskisine oranla daha "eğlenceli" geçtiğini belirtmişlerdir. Öğrencilerle yapılan görüşmelerde, matematiğin çarpma ve bölme gibi diğer "zor" kabul edilen konularının da drama ile işlenmesi yönünde güçlü bir istek olduğu tespit edilmiştir. Bu durum, drama yönteminin matematik dersine yönelik olumsuz tutumu kırmadaki başarısını göstermektedir.

Sonuç olarak; öğrencilerin görüşleri, drama yönteminin kesirler konusundaki soyut kavramları somutlaştırdığını, öğrenme kaygısını azalttığını ve dersi "öğrenilmesi gereken bir görev" olmaktan çıkarıp "keyif alınan bir süreç" dönüştürdüğünü ortaya koymaktadır.

KAYNAKÇA:

- Alakoç, Z. (2003). Matematik öğretiminde teknolojik modern öğretim yaklaşımları. *TOJET: The Turkish Online Journal of Educational Technology*, 2(1).
- Aydın, S. M. (2013). *Türkiye’de ilkokul dördüncü sınıfta yapılan yaratıcı drama etkinliklerinin öğrencilerin problem çözme becerisine etkisi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Atatürk Üniversitesi.
- Öztürk, M., Akkan, Y., Yılmaz, G. K., & Kaplan, A. (2015). BİRLEŞTİRİLMİŞ SINIFLI BİR OKULDA DRAMA YÖNTEMİYLE KESİR ÖĞRETİMİNDEN YANSIMALAR: BAYBURT ÖRNEĞİ. *Mustafa Kemal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 12(31), 371-394.
- Sözer, N. (2006). *İlköğretim 4. sınıf matematik dersinde drama yönteminin öğrencilerin başarılarına tutumlarına ve öğrenmenin kalıcılığına etkisi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Gazi Üniversitesi.

EK-1: ÖRNEK DERS PLANI ve GÖRSELLERİ

1. DERS: Kesir Çeşitlerini Tanıyoruz

Konu: Birim, Basit, Bileşik ve Tam Sayılı Kesirler

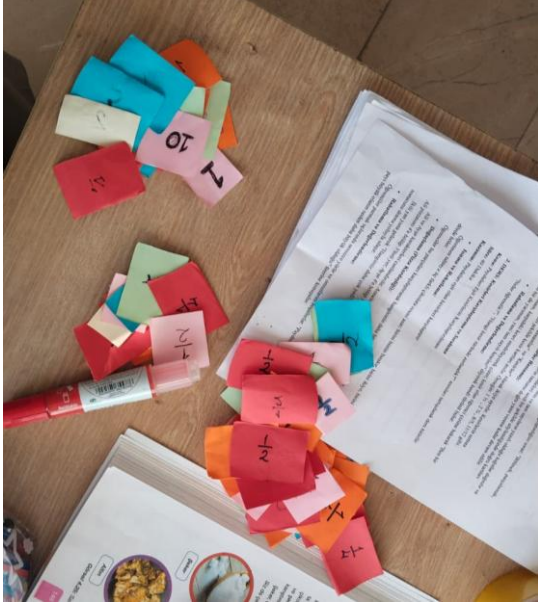
Süre: 40 Dakika

Kazanım: Kesir çeşitlerini modellerle gösterir ve isimlendirir.

- **Isınma ve Rahatlama:**

Öğretmen sınıfa "Kesir" kelimesinin neleri çağrıştırdığını sorar: "Bölmek, parçalamak, pay etmek" cevapları alınır.

Öğretmen öğrencilere $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ ve tam sayıların olduğu kağıtlar verir. Tahtaya tam, yarım, çeyrek zarfları yapıştırır ve öğrencilerin hepsinin arkalarını dönmelerini ister. Öğretmen öğrencilerden sırayla zarflara ellerinde bulunan kesirlerin hangi zarfa gireceğini göstermelerini ve o zarfa atmalarını ister. Öğretmen burada kavram yanlışlarını gözlemler ve etkinlik bitişinde kavram yanlışlarını gidermeye yönelik sorular sorar.

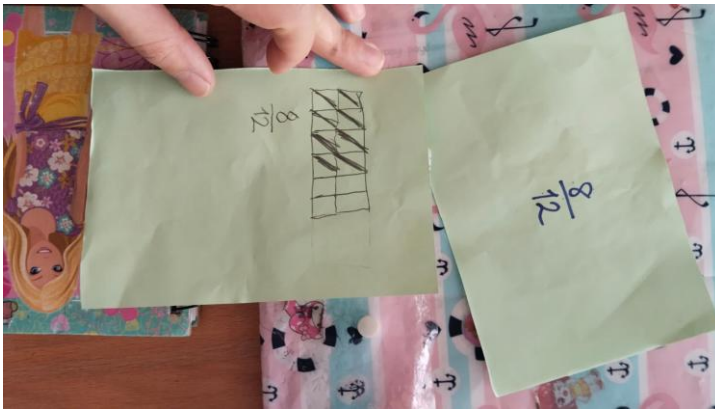


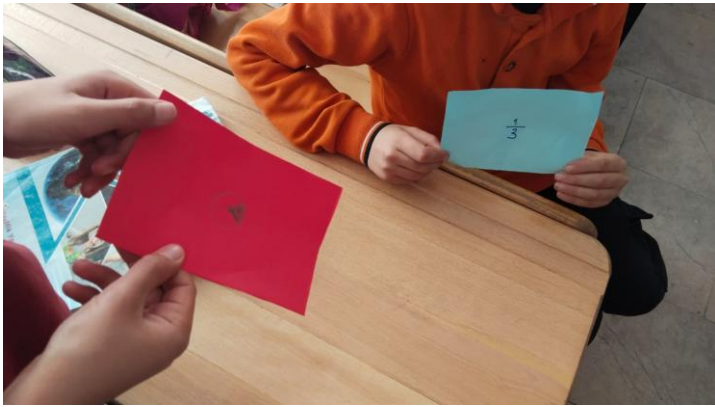
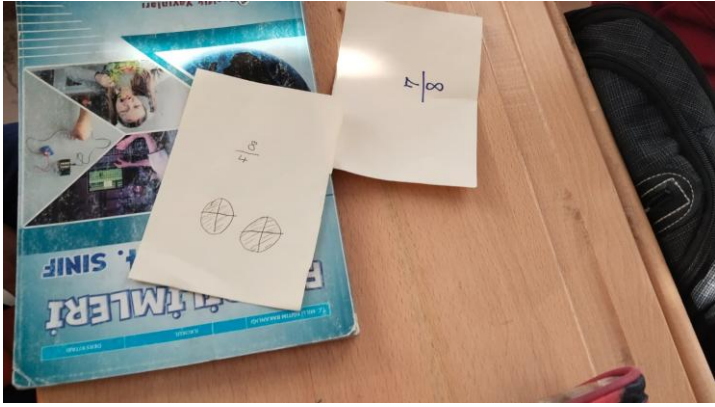
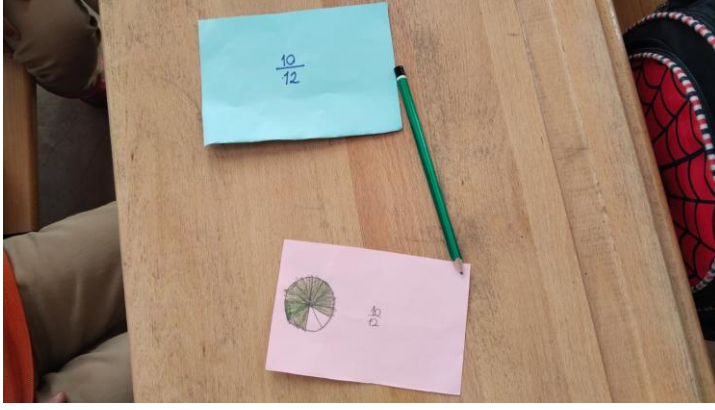


Doğaçlama (Kesirler Ressamı):

Öğrenciler "Ressamlar" ve "Kesirler" olarak ikiye ayrılır. Kesirlerin sırtına görmeyecekleri şekilde kesir kartları asılır.

Ressam, karşıdaki kesri modelleyerek çizer; kesir olan öğrenci çizime bakarak "Ben bir tam bir de yarımım, yani tam sayılı kesrim!" diyerek kendi türünü bulur.





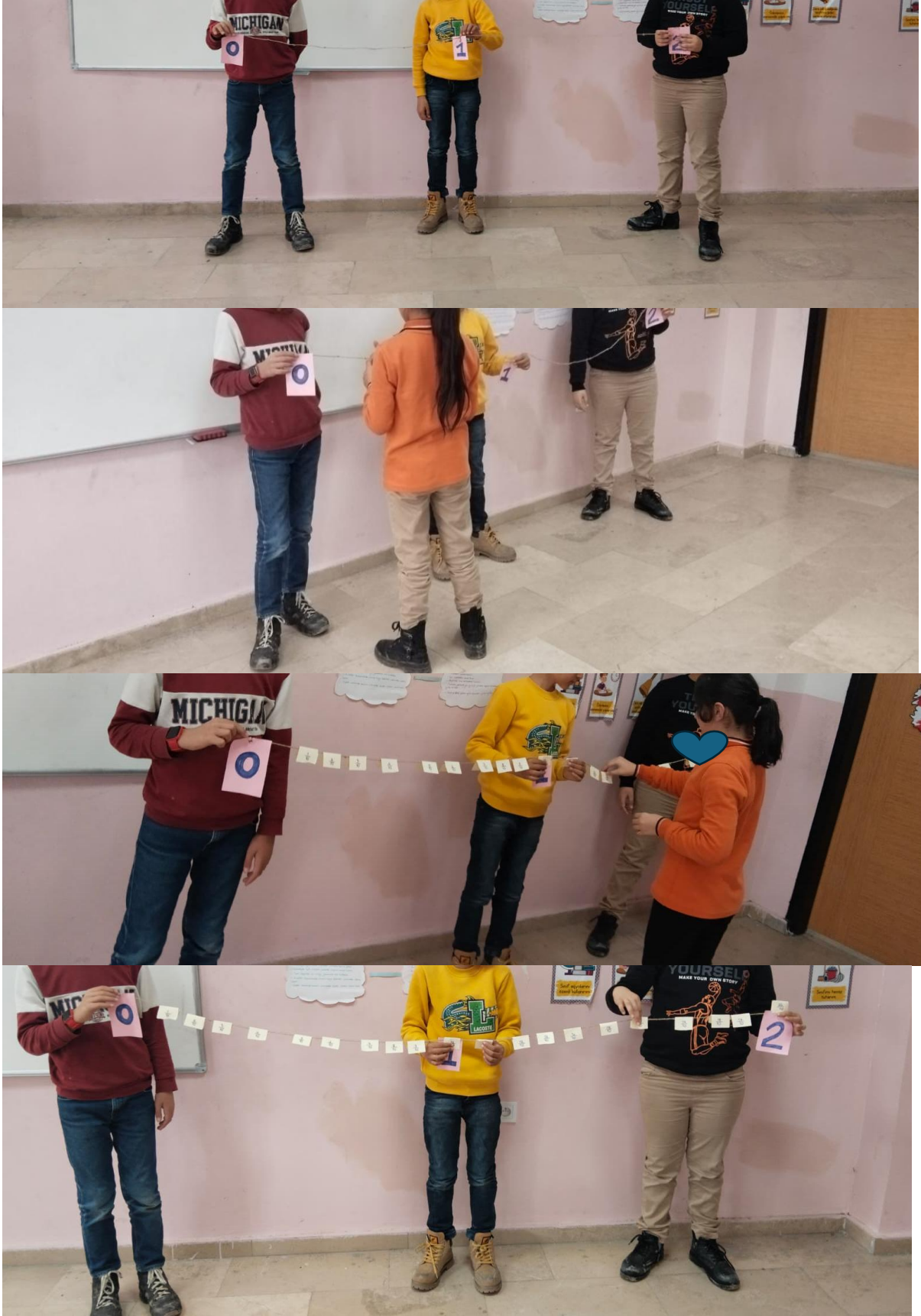
Değerlendirme:

* “Neler öğrendik?”, "Hangi kesir türünde zorlandık?" soruları tartışılarak ders bitirilir.

EK-2: YAPILAN KESİRLERDE KARŞIYLAŞTIRMA ETKİNLİĞİNE DAİR GÖRSELLER



EK-3: YAPILAN KESİRLERDE SAYI DOĞRUSU ETKİNLİĞİNE DAİR GÖRSELLER



EK-4: YAPILAN KESİRLERDE İŞLEMLER ETKİNLİĞİNE DAİR GÖRSELLER



6. Sınıf Matematik Ders Kitabının Matematiksel Muhakeme ve İspat Çerçevesinde İncelenmesi

Saliha Nur TIRABZON, Tuğba Han ŞİMŞEKLER DİZMAN,

Giriş

Uygulamanın Amacı ve Gerekçesi

Son yıllarda gerçekleştirilen eğitim reformlarıyla birlikte, öğrencilerin matematiği anlamlandırarak kullanmalarını desteklemek amacıyla ispat/doğrulama, muhakeme ve çıkarım yapma gibi üst düzey düşünme becerilerinin kazandırılmasına daha fazla önem verilmiştir. Söz konusu üst düzey becerilerin geliştirilmesini desteklemek üzere ortaokul öğretim programı, matematiksel muhakeme, matematiksel problem çözme, matematiksel temsil, veri ile çalışma ve veriye dayalı karar verme, matematiksel araç ve teknoloji ile çalışma gibi alan becerilerinin öğretim sürecinde etkin bir şekilde kullanılmasını vurgulamaktadır (MEB, 2024a). Matematiksel muhakeme, matematiğin nesneleri üzerine ve bu nesnelerle yürütülen akıl yürütme süreci olarak ele alınmakta; matematiksel kavramların anlaşılması, matematiksel fikir ve işlemlerin esnek biçimde kullanılması ve önce öğrenilip zamanla unutilan matematiksel bilginin yeniden yapılandırılması açısından gerekli görülmektedir (Brodie, 2010). NCTM'ye (2000) göre öğrenciler, iddia ve varsayımlarını daha derinlemesine sorgulayıp değerlendirmeli; matematiksel argümanlarını yapılandırırken tümevarımsal ve tümdengelimsel akıl yürütmeyi kullanarak muhakeme becerilerini geliştirmeli ve pekiştirmelidir. Dolayısıyla muhakeme becerisi, öğrencilerin matematiksel düşüncelerini gerekçelendirmelerini, çıkarımlarını savunmalarını ve ulaştıkları sonuçların doğruluğunu değerlendirmelerini sağlayan temel bir yeterliktir. Öğretim programına göre matematiksel muhakeme dört ana bütünlük beceriden oluşmaktadır (MEB,2024a). Bu beceriler çözümlleme, yorumlama, çıkarım yapma, matematiksel doğrulama ve/veya ispat yapma şeklindedir. Söz konusu beceriler matematiksel birçok etkinlik (örn: geometrik düşünme, cebirsel düşünme) ilişkilendirilerek farklı sınıf düzeylerinde ve farklı temalar kapsamında ele alınmıştır.

Ortaokul öğretim programında matematiksel muhakeme alan becerisi kapsamında yer alan bütünlük becerilerden “matematiksel doğrulama veya ispat yapma”; 5. sınıfta işlemlerle cebirsel düşünme ve geometrik şekiller teması, 6. sınıfta sayılar ve nicelikler teması, 7. sınıfta işlemlerle cebirsel düşünme ve değişimler teması içinde ele alınmaktadır (MEB,2024a). “Çıkarım yapma” bütünlük becerisi; 5. Sınıfta işlemlerle cebirsel düşünme ve geometrik şekiller teması, 6 ve 7. sınıflarda ise sayılar ve nicelikler ile işlemlerle cebirsel düşünme ve değişimler temalarında yer almaktadır (MEB,2024a). Diğer iki bütünlük beceri olan “çözümlleme” ve “yorumlama” ise 6 ve 7. sınıflarda sayılar ve nicelikler, işlemlerle cebirsel düşünme ve değişimler teması, 8. Sınıfta sayılar ve nicelikler teması içinde yer almaktadır (MEB,2024a). Ancak bu çalışmanın odağı matematiksel muhakeme alan becerisinin yer aldığı temalar içerisinde yukarıda belirtilen bütünlük becerilerden özellikle “matematiksel doğrulama ve/veya ispat yapma”ya ilişkin etkinliklerin muhakeme boyutudur.

Tablo 1. Matematiksel muhakeme bütünlük becerileri ile Tema/Sınıf Düzeyi Eşleştirmesi

Temalar	İşlemlerle cebirsel düşünme	Geometrik şekiller	Sayılar ve nicelikler	İşlemlerle düşünme değişimler	cebirsel ve
Matematiksel Muhakeme Alan Becerisinin Bütünlük Becerileri					

Matematiksel doğrulama veya ispat yapma	5. sınıf	5. sınıf	6. sınıf	7. sınıf
Çıkarım yapma	5. sınıf	5. sınıf	6 ve 7. sınıf	6 ve 7. sınıf
Çözümleme			6,7 ve 8. sınıf	6 ve 7. sınıf
Yorumlama			6,7 ve 8. sınıf	6 ve 7. sınıf

İspat yapma ile matematiksel muhakeme arasında güçlü bir ilişki bulunmaktadır. Strausova ve Hasek, (2012) muhakeme, doğrulama ve ispat etme süreçleri matematiğin temel bileşenleri arasında yer almaktadır. Benzer biçimde, muhakeme ve ispatın çağdaş matematik öğretim programlarının ayrılmaz bir parçası olması gerektiği vurgulanmaktadır (Flegas ve Charalampos, 2013; Strausova ve Hasek, 2012). NCTM (2000), okul öncesinden 12. sınıfa kadar öğretim programlarının; tüm öğrencilerin muhakeme ve ispatı matematiğin temel yönleri olarak tanımasını, matematiksel varsayımlar oluşturup incelemesini, matematiksel argümanlarla ispatlar geliştirip değerlendirmesini ayrıca farklı muhakeme türleriyle ispat yöntemlerini seçip kullanmasını sağlayacak biçimde düzenlenmesi gerektiğini belirtmektedir. MEB tarafından hazırlanan Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli ortaokul öğretim programında da bu becerilerin gelişimi için öğrencilere “matematiksel doğrulama veya ispat yöntemlerini seçerek işe koşma” ve “matematiksel doğrulama veya ispatı değerlendirme” süreç becerilerinin gerekli olduğu ifade edilmektedir. Bu çerçevede, hem uluslararası standartlar hem de MEB’in güncel öğretim programı, muhakeme ve ispatın okul öncesinden itibaren tüm kademelerde sistemli biçimde geliştirilmesi gereken temel matematiksel beceriler olduğunu ortaya koymaktadır.

Matematiğin merkezinde yer alan temel bir etkinlik olarak kabul edilen ispat kavramı (Aristidou, 2020), MEB 2024 öğretim programıyla birlikte matematiksel muhakemenin bütünleşik bir becerisi olarak daha belirgin biçimde vurgulanmaktadır. Muhakeme ve ispat becerilerinin öğretim sürecinde öğrencilere sunulması görevini ders kitapları üstlenmektedir. Nitekim öğretim programında yer alan fikirlerle sınıfların çok farklı dünyası arasında bağlayıcı halkalar olarak görev yapan ders kitapları, kritik bir aracı rolü üstlenmektedir (Valverde ve diğerleri, 2002). İspatın öğretim programında artan görünürlüğünün ve öneminin ders kitaplarında hangi sıklıkla desteklendiğini belirlemek, öğretim program hedefleri ile öğretim sürecinde kullanılan ders kitaplarının uyumunu ortaya koymak açısından büyük önem arz etmektedir.

İspatın matematik öğretiminde farklı amaçlara hizmet ettiği bilinmektedir (de Villiers, 1999). Bu amaçlar öğrencilerin sonuç odaklı değil süreç odaklı düşüncelerini gerektirir. Kazandırılması planlanan bu beceriler kazandırılmadığında, bireyin doğuştan sahip olduğu muhakeme ve ispat etme eğilimi zamanla zayıflayarak yerini ezbere dayalı öğrenmeye ve neden–sonuç ilişkisi kurmada güçlük yaşamaya bırakır (Altıparmak ve Öziş, 2005).

Bu çalışmanın amacı, Millî Eğitim Bakanlığı tarafından dağıtılan ve birbirinin devamı niteliğinde olan iki 6. sınıf matematik ders kitabını, Stylianides’in (2009) ortaya koyduğu kavramsal çerçeve doğrultusunda incelemektir.

Kavramsal Çerçeve

Etkinliklerin analizinde tablo 1’de verilen Stylianides (2009) kuramsal çerçevesi kullanılacaktır.

Tablo 1. *Muhakeme ve İspat Kuramsal Çerçeve*

Muhakeme ve İspat		
	Matematiksel Genellemeler Yapma	Matematiksel İddiaları Temellendirme

	Örüntü Bulma	Varsayımda Bulunma	İspat Yapma	İspat Olmayan Argüman Yapma
<u>Boyut 1</u> Bileşenler ve Alt Bileşenler	• Olası Örüntü	• Varsayım	• Genellenebilir örnek	• Empirik Argüman
	• Kesin Örüntü		• Gösterim	• Gerekçe (Rasyonel)
<u>Boyut 2</u> Örüntü/Varsayım / İspatın Amaçları	• Varsayım öncül	• İspata öncül	• Açıklama	
	• Varsayım öncül Olmayan	• İspata öncül Olmayan	• Doğrulama	
			• Çürütme	
			• Yeni bilgi üretimi	

Örüntü, verilen bir veri kümesine uyan genel bir matematiksel ilişki olarak tanımlanmaktadır (Stylianides, 2009). Birinci boyut kapsamında örüntü bulma süreci; olası ve kesin örüntüler olmak üzere iki kategoriye ayrılmaktadır. Kesin örüntülerde, belirli bir örüntünün seçimine ilişkin kesin/sonuçlayıcı kanıt sunması mümkünken, olası örüntülerde, veriye uyan başka örüntüler de bulunabildiği için kesin kanıt sunması matematiksel olarak mümkün değildir (Stylianides, 2009). Örüntünün amaçlarını kapsayan ikinci boyut; varsayıma öncül ve varsayıma öncül olmayan şeklinde ikiye ayrılır. Stylianides (2009) çalışmasında bu durumu somutlaştırmak için, üçün katı olan dört sayı çifti toplayan ve her durumda toplamın da üçün katı olduğunu fark eden bir öğrenciyi ele almıştır. Öğrenci, örüntüyü daha ileri götürerek “Üçün katı olan herhangi iki sayının toplamı da üçün katıdır” biçiminde bir varsayım oluşturduğunda, örüntünün varsayıma öncül olma amacıyla kullanıldığı buna karşın örüntüyü ileriye taşımadığında (örneğin etkinlik yönergelerinde istenmediği için) örüntünün varsayıma öncül olmayan bir amaç üstlendiği ifade edilir.

Varsayım (konjektür), eksik/tamamlanmamış kanıta dayanarak genel bir matematiksel ilişki hakkında ortaya konan gerekçeli bir hipotez olarak tanımlanmaktadır (Stylianides, 2008). Birinci boyutu bizzat varsayımda bulunma sürecini teşkil etmektedir. Bu çerçevenin ikinci boyutu ise varsayımın amaçlarını kapsamakta olup; bu amaçlar ispata öncül ve ispata öncül olmayan şeklinde iki kategoride ele alınmaktadır.

İspat, matematiksel bir iddianın lehine veya aleyhine birbiriyle bağlantılı bir iddialar dizisi olan matematiksel bir argüman olarak tanımlanır (Stylianides, 2007). İlgili kuramsal çerçeve kapsamında ispat yapmanın birinci boyutu genellenebilir örnek ve gösterim şeklinde iki grupta ele alınmaktadır. Genellenebilir örnek, genel durumu temsil ettiği düşünülen belirli bir özel durumu kullanarak yapılan bir ispattır (Stylianides, 2009). Bir diyagram ya özel bir şekil üzerinde matematiksel bir durumun geçerliğinin gösterilmesi bu duruma bir örnek olarak verilebilir (Karakuş ve Korkutan, 2021). Gösterim belirli bir özel durumun “temsil ediciliğine” dayanmayarak kurulan bir ispattır (Stylianides, 2009). Karşıt örnekler, çelişki bulma ve tümevarım ile ispatlar gösterim örnekleri olarak verilebilir (Karakuş ve Korkutan, 2021). İkinci boyutu ise ispat yapmanın amaçlarını (açıklama, doğrulama, çürütme, yeni bilgi üretimi) içermektedir. Açıklama, bir iddianın neden doğru olduğunu (de Villiers, 1999) veya yanlış olduğunu anlamaya yönelik içgörü sağlanmasıdır. Doğrulama, verilen bir iddianın doğruluğunun tesis edilmesiyle (de Villiers, 1999) gerçekleşir ki bu durum doğrudan ispat yöntemleri ve çelişkiyle ispat

yöntemlerinin (proof by contradiction) kullanılmasını ifade eder (Stylianides, 2009). Çürütme amacı taşıyan bir ispat, verilen bir iddianın yanlışlığını ortaya koymayı hedefler; bu bağlamda olmayana ergi ve karşı-örnek (proof by counterexample) ispat yöntemleri çürütme amacına hizmet eden yaklaşımlar arasında yer alır (Stylianides, 2009). İspatın yeni bilgi üretimi amacı, ispat sürecinin yeni sonuçların geliştirilmesine katkı sağlaması anlamına gelmektedir (de Villiers, 1999).

İspat olmayan argüman, bir matematiksel iddia lehine ya da aleyhine sunulan; ancak ispat ölçütlerini karşılamayan bir argüman olarak tanımlanır (Stylianides, 2009). Empirik argüman, bir matematiksel iddianın doğruluğunu, iddianın kapsadığı tüm olası durumların yalnızca uygun bir alt kümesinde iddiayı doğrulayarak göstermeye çalışan argümandır (Stylianides, 2009). Bir iddianın doğruluğu için matematiksel ispat yerine, iddianın olası durumlar için doğruluğunun kontrol edilmesine ve buradan iddianın doğru olabileceği sonucuna ulaşılması söz konusudur (Karakuş ve Korkutan, 2021). Kullandığı kilit kabul edilmiş doğrulara (belirli bir topluluk bağlamında bu doğrular “kilit” sayılıyorsa) açıkça gönderme yapmıyorsa ya da belirli bir topluluğun kabul edilmiş doğrular kümesine ait olmayan ifadeler kullanıyorsa bir argüman gerekçe (rasyonel) olarak adlandırılır (Stylianides, 2009). Aşağıda kavramsal çerçevenin anlaşılabilirliğini sağlamak için birkaç örnek incelenmesine yer verilmiştir.

Etkinlik 2

Şekil Örüntüsü



1. Adım

2. Adım

3. Adım

İlk üç adımı verilen şekil örüntüsünü inceleyerek aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) Şekil örüntüsünün 8. adımında kaç üçgen vardır?

b) Şekil örüntüsünün ilk on adımındaki üçgen sayısını gösteren bir tablo çizin.

c) Şekil örüntüsünün n. adımındaki üçgen sayısını hesaplamak için gerekli olan örüntü kuralını sözel ve cebirsel olarak yazınız.

Söz konusu etkinlik, 6. sınıf matematik ders kitabının ikinci kitabından alınmış olup örüntü bulmanın alt bileşenlerinden “olası örüntü” kapsamında değerlendirilebilecek niteliktedir. Etkinliğin (a) ve (b) maddelerinde birinci adımda 4, ikinci adımda 7 ve üçüncü adımda 10 üçgen verilmektedir. Öğrenciden ise sonraki adımlarda kullanılacak üçgen sayısını belirlemesi istenmektedir. Bu durumda en az iki farklı kural üzerinden ilerlemek mümkündür. Birinci kuralda, üçgen sayısının her adımda 3’er artışı fark edilerek sonraki adımların sırasıyla 13, 16, 19 ve 22 üçgen olacağı sonucuna ulaşılır. İkinci kuralda örüntü tek ve çift adımlar üzerinden ayrı ele alınır. Tek adımlarda 4, 10, 22, 46 biçiminde bir önceki tek adım değerinin “2 katının 2 fazlası” kuralı izlenebilir; çift adımlarda ise 7’den başlayarak 13, 25, 49 şeklinde ilerleyen ve her adımda “2 katının 1 eksiği” kadar artışa karşılık gelen bir kural oluşturulabilir.

Bu iki kuralda da şekil örüntüsünün yapısı bozulmadan örüntü devam ettirilebilmektedir. Dolayısıyla etkinlik, tek bir zorunlu çözümü olmayan birden fazla geçerli çözüm üretilebilen “olası örüntü” türünde bir etkinlik olarak görülebilir. Etkinliğin (c) maddesinde ise öğrenciden örüntünün n . adımındaki üçgen sayısını bulmaya yarayan kuralı sözel ve cebirsel biçimde ifade etmesi istenmektedir. Bu madde örüntüyü bir varsayım üretmeye yönlendirmekten ziyade sadece örüntü kuralını belirlemeye odaklanmaktadır. Bu nedenle örüntünün burada varsayım öncül olmayan bir amaçla kullanıldığı söylenebilir. Stylianides’e (2009) göre, bir örüntü varsayım genişletilme potansiyeli taşımadığında ya da çözücü örüntüyü daha ileri inceleyerek bir varsayım dönüştürmediğinde/dönüştürmesi beklenmediğinde, örüntü varsayım öncül olmayan bir işlev üstlenebilir.

Etkinlik 2

Katları Buluyorum

Hatice Öğretmen, 6-A sınıfında doğal sayıların katlarına yönelik "kat bulma oyunu" oynatmaktadır. Oyun, öğretmenin herhangi bir doğal sayıyı söylemesiyle başlamaktadır. Sonrasında her öğrenci sırayla öğretmenin söylediği sayının ardışık katlarını bulmaya çalışmaktadır.



1) İki öğrencinin verdiği cevap görselde verilmiştir. Buna göre 7'nin sırasıyla diğer katlarını da siz belirleyiniz.

2) Sizce bu katları belirleme sürecinin sonu var mıdır? Düşüncenizi yazınız. Daha sonra düşüncenizi arkadaşlarınızla paylaşarak tartışınız.

3) 7 doğal sayısı ile bu sayının katları arasında nasıl bir ilişki vardır? Düşüncenizi yazınız. Daha sonra düşüncenizi arkadaşlarınızla paylaşarak tartışınız.

Söz konusu etkinliğin ikinci sorusu, “Matematiksel Genellemeler Yapma” başlığı altında birinci boyut ölçütlerine göre incelendiğinde, bir varsayımın yer aldığı görülmektedir. Öğrencinin, katları belirleme sürecinin sonlu olup olmadığına (sonu vardır/ yoktur) ilişkin bir varsayım ortaya koyması; ardından bu varsayım üzerine düşünerek sınıf arkadaşlarıyla tartışması beklenmektedir. İkinci boyut açısından ele alındığında, kurulan varsayımın ispata öncül bir işlev taşıdığı söylenebilir. Çünkü 7 sayısı ile 7'nin katları arasındaki ilişki (katların $7 \cdot n$ biçiminde ifade edilebilmesi ve bir katın bir sonrakine 7 eklenerek elde edilmesi) ortaya koyulduğunda, 7'nin katlarının sonsuzluğuna yönelik bir gerekçelendirme de kurulabilir. Nitekim herhangi bir $7 \cdot n$ katı verildiğinde, bundan daha büyük bir kat olan $7 \cdot (n+1)$ elde edilebilir. Dolayısıyla bu süreç devam ettirildiğinde 7'nin katlarının sayısının sonsuz olduğu ortaya koyulabilir.

Etkinlik 4

Kibrit Çöpü Örüntüsünün Algoritması

Aşağıdaki kibrit çöpleri ile oluşturulan şekil örüntüsünü inceleyiniz.



Bu örüntüdeki adım sayısı ile örüntünün adımlarındaki kibrit çöpü sayısı arasındaki ilişkiyi gösteren tablo ve akış şeması oluşturulmuştur.

Tablo: Adım Sayısı ile Kullanılan Kibrit Çöpü Sayısı Arasındaki İlişki

Adım Sayısı	Kullanılan Kibrit Çöpü Sayısı	Adım Sayısı ile Kibrit Çöpü Sayısı Arasındaki İlişki
1	2	$1 \cdot 2$
2	4	$2 \cdot 2$
3	6	$3 \cdot 2$
4	8	$4 \cdot 2$
...	...	...



Tablo incelendiğinde ilk adımındaki sayı 2 olan bu örüntünün her bir adımına 2 eklenerek sonraki adımın oluşturulduğu görülür. Bu tablodan yararlanarak akış şemasında ilk adımı $n = 2$ ile tanımlanmış, diğer adımlar da önceki adıma 2 eklenerek bir döngü eşliğinde verilmiştir. Bu döngü, kibrit çöpü sayısı 18 olan adıma kadar devam edecek şekilde sınırlandırılmıştır. Eğer döngü sınırlandırılmaz ise bu işlem sonsuza kadar devam edecektir.

Buna göre verilen soruları cevaplayınız.

a) Bu akış şemasındaki örüntünün adımlarını ve her bir adımdaki kibrit çöpü sayısını bulunuz.

b) Bu akış şemasına göre örüntü devam ettirildiğinde, adım sayısı ile o adımda kullanılan kibrit çöpü sayısı arasındaki ilişkiyi cebirsel ifade ederek örüntünün 100. adımında kaç kibrit çöpünün olacağını bulunuz.

Bu etkinlikte ise örüntü bulma bileşenlerinden kesin örüntüye yer verilmektedir. Belirli bir örüntünün seçimine ilişkin kesin bir kural oluşturulabildiği için kesin örüntü vardır. Örüntü varsayımı öncül olmayan bir amaç taşımaktadır.

Yöntem

Araştırmada yöntem olarak doküman incelemesi kullanılacaktır. Doküman olarak Milli Eğitim Bakanlığı tarafından maarif modeli çerçevesinde yayınlanan 6. Sınıf matematik ders kitabı 1 ve 2. kitap kullanılacaktır. Bu kitaplarda yer alan matematiksel ispat etkinliklerinin hangi sıklıkla yer bulduğunu belirlemek amacımızdır. Matematik; sayılar, cebir ve geometrinin arkasındaki kuralları anlamaktır

(Dede, 2015). Bu çalışmada da etkinliklerin seçiminde öncelikle sayılar ve nicelikler, işlemlerle cebirsel düşünme ve değişimler, geometrik şekiller ile geometrik nicelikler temalarına odaklanılacaktır. Çünkü bu dört içerik ders kitabındaki etkinliklerin muhakeme ve ispat çerçevesinde ağırlıklı olarak yer alacağı içerikler olduğu düşünülmektedir. Seçilen ders kitaplarında yer alan toplam etkinlik sayısı ve daha sonra muhakeme ve ispat etkinlikleri tespit edilecektir. Analiz birimi olarak seçilen etkinlikten kasıt hazırlık soruları, izleme testi, örnekler, etkinlikler, problemler, çözümlü problemler ile ölçme ve değerlendirme sorularıdır. Bu analiz biriminin seçilmesi bu çalışmanın sonuçları ile gelecekte aynı metodolojik yaklaşımı kullanarak başka ders kitaplarında muhakeme ve ispatın yerini inceleyecek çalışmaların sonuçları arasında karşılaştırma yapılabilmesine olanak sağlayacaktır.

Çalışmada içerik analizi kullanılmıştır. Etkinliklerin analizinde tablo 1’de verilen Stylianides (2009) kuramsal çerçevesi kullanılacaktır. Bu ders kitabı analizinde, ne ölçüde muhakeme ve ispat fırsatları tasarlandığıyla değil, aynı zamanda bu fırsatların dağılımının temalara (işlemlerle cebirsel düşünme, geometrik şekiller, sayılar ve nicelikler ve işlemlerle cebirsel düşünme ve değişimler) göre değişip değişmediğiyle ve değişiyorsa nasıl değiştiğiyle de ilgilenilecektir. Ders kitabı analizi iki aşamayı içermiştir: (1) etkinliklerde muhakeme ve ispatı oluşturan dört temel etkinlikten (kuramsal çerçevenin 1. boyutu) en az birine öğrencilerin katılımına fırsat tasarlayan etkinliklerin belirlenmesi ve (2) bu etkinliklerin, çerçevenin farklı alt kategorileri kullanılarak kodlanması (kuramsal çerçevenin 1. boyutu ve 2. boyutu). Her bir etkinliğin nasıl kodlanacağına karar vermek için, çerçevenin alt kategorilerinden bahsetmek yerinde olacaktır. Etkinliklerin karmaşıklığını olabildiğince yakalayabilmek için çoklu kodlamaya izin verilecektir. Etkinliklerin doğru bir şekilde analiz edilebilmesi için öğrencilerin etkinlikleri ders kitabında verildikleri sırayla çözerek ve öğrencilerin belirli bir etkinlikte karşılaştıkları anda sahip olmaları beklenen bilgi ve anlama düzeyi dikkate alınarak inceleme yapılacaktır.

Sınırlılık

Çalışmanın sınırlılığı, örneklemin yalnızca bir ders kitabı serisiyle sınırlandırılmış olmasıdır. Bir başka sınırlılık, etkinlikleri analiz ederken öğrencilerin ders kitabı serisinde yer alan tüm önkoşul bilgileri edindikleri varsayılmıştır. Bu varsayım gerçek sınıf ortamları için geçerli olamaz; ancak etkinlikleri güvenilir ve tutarlı biçimde kodlayabilmek için anlamlı bir yol sunmuştur.

Beklenen Sonuç

Ortaokul matematik öğretim programı, öğrencilerin matematiksel ifadeleri gerekçelendirme, doğrulama ve uygun durumlarda ispat yoluyla temellendirmelerini önemsemektedir. Bu kapsamda matematiksel muhakeme alan becerisi her sınıf düzeyinde görülmektedir. Ancak bu çalışmanın odağı 6. sınıf düzeyi olup matematiksel muhakeme alan becerisinin matematiksel doğrulama veya ispat yapma bütünlük becerisidir. Söz konusu beceriyi sınıflarda sıklıkla kullanılan ders kitaplarında incelemek amaçlanmıştır. Bu inceleme Stylianides’in (2009) muhakeme ve ispat kavramsal çerçevesi açısından değerlendirilecektir. Ders kitabından seçilen etkinliklerin özelde sayılar ve nicelikler, işlemlerle cebirsel düşünme ve değişimler, geometrik şekiller ile geometrik nicelikler temalarına odaklanılacaktır. Çünkü bu temalarda sıklıkla muhakeme ve ispat becerisinin yer alması beklenmektedir. Matematik ders kitabında muhakeme ve ispat etkinliklerinin içerik alanları arasında nasıl dağıldığını ortaya koyan bir tablonun elde edilmesi öngörülmektedir. Bunun yanı sıra, matematiksel genelleme yapma ve matematiksel iddiaları temellendirme bileşenleri ile bunların alt bileşenlerinin dağılımı incelendiğinde, “ispat yapma” etkinliklerinin önceki ders kitabı incelemelerine (örn. Zeybek, Üstün ve Birol, 2018) kıyasla daha yüksek sıklıkta yer alması beklenmektedir.

Öneri

Öğretim programında vurgulanan bu bileşenlerin sınıf içi uygulamalarına nasıl yansıdığını anlamak, öğrencilere sunulan öğrenme yaşantılarını ve öğretim sürecinde kullanılan materyalleri incelemeyi gerektirir. Bu çalışmada kaynak olarak ders kitabı incelenmiştir. İleride yapılacak çalışmalarda ise öğrencilere sunulan öğrenme yaşantıları ve öğretim sürecinde kullanılan materyaller de incelenebilir. Ayrıca muhakeme ve ispat etkinliklerinin sınıf düzeylerinde nasıl bir dağılım gösterdiği incelenebilir.

Kaynakça

- Altıparmak, K., & Öziş, T. (2005). Matematiksel ispat ve matematiksel muhakemenin gelişimi üzerine bir inceleme. *Ege Eğitim Dergisi*, 6(1), 25-37.
- Aristidou, M. (2020). Is Mathematical Logic Really Necessary in Teaching Mathematical Proofs?. *Athens Journal of Education*, 7(1), 99-121.
- Brodie, K. (2010). Teaching mathematical reasoning in secondary school classrooms. London: Springer.
- De Villiers, M. (1999). The role and function of proof with Sketchpad. *Rethinking proof with Sketchpad*, 3-10.
- Dede, Y. (2015). Matematikte İspat: Önemi, Çeşitleri ve Tarihsel Gelişimi. İ. Ö. Zembat, M. F. Özmantar, E. Bingölbali, H. Şandır & A. Delice (Eds.), *Tanımları ve Tarihsel Gelişimleriyle Matematiksel Kavramlar*. (s.15-34).Pegem Akademi.
- Flegas, K., & Charalampos, L. (2013). Exploring logical reasoning and mathematical proof in grade 6 elementary school students. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 13(1), 70-89.
- Karakuş, F., & Korkutan, E. (2021). An examination of proofs on geometry and measurement in middle school mathematics textbooks within the scope of reasoning and evidence analytical framework. *Manisa Celal Bayar University Journal of the Faculty of Education*, 9(1), 1-16. <https://doi.org/10.52826/mcbuefd.840090>
- MEB (2024a). Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı (5,6,7 ve 8. Sınıflar).
- MEB(2024b). *Ortaokul ve İmam Hatip Ortaokulu Matematik Ders Kitabı*. Ankara: İhlas Gazetecilik A.Ş.
- National Council of Teachers of Mathematics.(2000). *Curriculum and evaluation standarts for school mathematics*. NCTM Publications.
- Štrausová, I., & Hašek, R. (2012). " Dynamic visual proofs" using DGS. *Electronic Journal of Mathematics & Technology*, 7(2).
- Stylianides, A. L. (2007). Proof and proving in school mathematics. *Journal for research in Mathematics Education*, 38(3), 289-321.
- Stylianides, G. J. (2008). An analytic framework of reasoning-and-proving. *For the learning of mathematics*, 28(1), 9-16.
- Stylianides, G. J. (2009). Reasoning-and-proving in school mathematics textbooks. *Mathematical thinking and learning*, 11(4), 258-288.
- Valverde, G. A., Bianchi, L. J., Wolfe, R. G., Schmidt, W. H. ve Houang, R. T. (2002), *According to the book: Using TIMSS to investigate the translation of policy into practice through the world of textbooks*. Dordrecht: Klumer Academic Publishers.
- Zeybek-Şimşek, Z. & Üstün, A. (2019). Investigating 7th Grade Students' Proof Levels About Quadrilaterals. *Necatibey Faculty of Education Electronic Journal of Science & Mathematics Education*, 13(1).

Matematik Eğitiminde Matematiksel Modelleme Etkinliklerinin Önemi ve Öğretime Entegrasyonu

Alper ÇILTAŞ

Gerçek yaşam problemlerinin matematik ile çözüme ulaştırılmasını sağlayan ve temelinde günlük yaşam problemlerine tercümanlık eden matematiksel modellemenin son yıllarda önemi giderek artmıştır. Bunun en önemli nedenlerinden biri TIMSS, PISA gibi uluslararası karşılaştırmalı çalışmaların sonuçlarına paralel olarak birçok ülkede araştırmacıların, okullarda yetişen öğrencilerin okul dışındaki hayatlarında ve ilerideki yaşamlarında karşılaştıkları gerçek yaşam problemlerini çözme noktasında ne kadar hazırlıklı olduklarını sorgulamaya başlamalarıdır. Dolayısıyla bireylerin yaşamları boyunca gerekli olan temel bilgi; işlemlerin ezberlenmesiyle değil, teknoloji ile barışık, disiplinler arası ilişkiler kurabilen, model oluşturma becerilerine sahip, problem çözebilen bireylerin yetiştirilmesiyle mümkündür. Öğrencilerin bilgiye ulaşmalarının, gerçek yaşamlarında karşılaştıkları problemleri çözmelerinin ve öğrencilere yaratıcı düşünme becerisi kazandırmanın gerekliliği artık ortaya çıkmıştır. Günümüzde matematiksel modelleme gerçek yaşam problemlerine çözüm aramadaki en etkin araçlardan biri durumundadır. Yaşamın her alanında karşılaşılan problemlere, matematiksel modelleme yoluyla çözümler getirebilecek bireyler yetiştirmek matematik eğitiminin temel amacı durumuna gelmiştir. Yaşadığımız bu yüzyılda bireyler gerçek yaşamda karşılaştıkları problemleri çözmek için bir takım bilgi, beceri ve yeterliliklere ihtiyaç duymaktadır. Bu noktada matematik öğretime entegre edilen matematiksel modelleme etkinlikleri ile öğrencilerin gerçek yaşam problemlerine çözüm üreten, analitik düşünen, muhakeme, ilişkilendirme, sınıflama, sıralama ve yorumlama gibi birçok beceriye sahip bireyler olmaları amaçlanmaktadır. Bu düşünceden hareketle bu çalışmada matematiksel modelleme yönteminin ilk, orta ve lise seviyesinde önemi ve gerekliliği, beceri ve yeterlikleri tartışılarak matematik programındaki yeri üzerinde durulacaktır. Ayrıca matematiksel modelleme eğitiminde öğretmenin rolü, matematiksel modelleme etkinliklerinin özellikleri ve sınıflara entegrasyonu için matematiksel modelleme etkinliği oluşturma ilkelerine uygun olarak tasarlanan ilk, orta ve lise seviyesinde modelleme etkinlikleri sunulacaktır.

Anahtar Kelimeler: Matematiksel modelleme, matematik eğitimi

Sanal Gerçeklik Tabanlı Bağlamsal Bir Öğrenme Uygulaması: Mutfakta Matematik

Ferdi TARHAN, Seyfettin ALAN

Özet

Teknolojinin eğitime entegrasyonu, öğrenme süreçlerini zenginleştiren kritik bir unsurdur. Son yıllarda artırılmış gerçeklik ve sanal gerçeklik uygulamaları da eğitimde kullanılmaya başlanmıştır. Slater ve Sanchez-Vives'in (2016) belirttiğine göre sanal gerçeklik, gerçek yaşamdan alınan bir durumun dijital ortamda yeniden oluşturulmasıyla kullanıcıya o ortamın içindeymiş hissi veren ve bu çevredeki nesnelerle etkileşim kurmasını sağlayan bir yapıdır. Fowler'a (2023) göre ise bu teknoloji, bireylerin bilgisayar tabanlı olarak oluşturulmuş bir dünyada aktif biçimde etkileşime girerek gerçek yaşam deneyimlerine benzer süreçleri yaşamalarına imkân tanımaktadır. Matematik eğitiminde soyut kavramların bağlamdan kopuk sunulması öğrenci tutumlarını olumsuz etkileyebildiğinden, bu çalışmada kavramların somutlaştırılması hedeflenmiştir. Matematik öğretiminde artırılmış gerçeklik çalışmalarında CoSpace ve Leap Motion gibi çeşitli dijital araçlardan yararlanılmaktadır (Selçüker & Güray, 2024). Selfridge ve Kirk (1999), CoSpace kavramını kullanıcıların aynı anda etkileşimde bulunabildiği, üç boyutlu gezinti imkânı sunan dinamik bir çevrim içi alan olarak ifade etmektedir. Bu uygulamanın temel amacı; kesirler, oran-orantı, alan hesaplaması ve yüzdeler gibi temel matematiksel konuları CoSpace platformu üzerinden simüle ederek öğrencilerin bu kavramları günlük yaşamla ilişkilendirmelerini sağlamaktır. Ayrıca, VR tabanlı öğrenme ortamlarının matematik öğretimindeki kullanılabilirliğini ve öğrencilerin bu teknolojilere yönelik tutumlarını test etmek hedeflenmiştir.

Uygulamanın hedef kitlesini, 2025-2026 eğitim-öğretim yılında öğrenim gören 24 yedinci sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Yedinci sınıf düzeyi, soyut matematiksel kavramların (oran-orantı, yüzdeler vb.) yapılandırıldığı ve görselleştirme desteğine ihtiyaç duyulan bir gelişim dönemidir. Uygulama, öğrencilerin bilişsel seviyelerine uygun hikâyeleştirilmiş senaryolar üzerinden tasarlanmıştır.

Uygulama sırasında temel donanım olarak Meta Quest 3S sanal gerçeklik gözlüğü kullanılmıştır. Yazılımsal altyapı olarak ise Türkçe dil desteği ve kolay arayüzü nedeniyle CoSpace platformu tercih edilmiştir. Yalnızca bir adet gözlük bulunduğundan dolayı matematiksel problemler her öğrencinin yaklaşık 10dk'da çözebileceği şekilde tasarlanmıştır. Tüm çalışma yaklaşık dört ders saati sürmüştür.

Uygulama, bütünsel bir yapı içinde dört ana senaryo üzerinden kurgulanmıştır. Bu sayede matematiksel beceriler, mutfak bağlamında işlevsel birer problem çözme aracına dönüştürülmüştür:

- *Giriş ve Oran-Orantı:* Öğrenci sanal mutfaka dahil olur; üç kişilik bir pizza tarifini iki kişiliğe dönüştürmek için oran-orantı problemlerini çözer.
- *Geometri ve Alan:* Farklı yarıçaplara sahip pizzalar üzerinden dairede alan hesaplamaları yapılarak "daha fazla yeme" yanılgısı sorgulanır.
- *Kesirler:* Doğum günü pastasının eş parçalara ayrılması ve farklı bölümlenmiş dilimlerin denkleğinin incelenmesiyle denk kesir öğretimi gerçekleştirilir.
- *Yüzdeler:* Fırından çıkan bir kekin çiğ ve pişmiş halleri arasındaki fark üzerinden yüzde hesaplamaları yapılarak süreç tamamlanır. Uygulama boyunca her matematiksel adımda öğrencilere etkileşimli geri bildirimler sunulmuş ve yanlış cevaplar için yönlendirmeler yapılmıştır.

Uygulamanın etkisi, "tek gruplu ön test-son test" deseniyle nicel olarak değerlendirilmiştir. Veri toplama aracı olarak Akçelik ve Baran (2022) tarafından geliştirilen "Eğitsel Sanal Gerçeklik Tutum Ölçeği" kullanılmıştır. Elde edilen verilerin analizi sonucunda:

- Uygulama öncesi 3,9977 olan tutum puanı ortalaması, uygulama sonrası 4,2801'e yükselmiştir.
- İlişkili örneklem t-testi sonuçlarına göre, tutum puanlarındaki bu artış istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur ($p=0,012 < 0,05$). Bulgular, VR tabanlı bu uygulamanın öğrencilerin teknolojiye yönelik tutumlarını pozitif yönde geliştirdiğini ve öğrenme sürecini etkileşimli kıldığını kanıtlamaktadır.

Kaynaklar

- Akçelik, M., & Baran, B. (2022). Developing a scale to investigate learners' attitudes towards educational virtual reality applications (EdVR-AS). *Eğitim Teknolojisi Kuram ve Uygulama*, 12(1), 21-40. <https://doi.org/10.17943/etku.935285>
- Fowler, A. (2023). Understanding virtual reality: A comprehensive overview. *Journal of Virtual Environments*, 12(3), 45-67.
- Selçuker, R., & Güray, U. Ç. (2024). Okul öncesi eğitiminde STEM çalışmalarında kullanılan yenilikçi teknolojiler. *Destekleyen Kuruluşlar*, 12.
- Selfridge, P., & Kirk, D. (1999). CoSpaces: A framework for collaborative 3D environments. *Proceedings of the International Conference on Virtual Worlds*.
- Slater, M., & Sanchez-Vives, M. V. (2016). Enhancing our lives with immersive virtual reality. *Frontiers in Robotics and AI*, 3, 74. <https://doi.org/10.3389/frobt.2016.00074>

Oyunlaştırılmış Etkinliklerle Sayı Öğretimi: Hafif Düzeyde Zihinsel Yetersizliği Olan Bir Öğrenci Üzerine Durum Çalışması

Aleyna FİDAN, Lale CERRAH ÖZSEVGİ, Şevval MALKOÇ

Uygulamanın Amacı ve Gerekçesi

Hafif düzeyde zihin yetersizliği (ZY), tarihsel süreçte toplumun beklenti ve bilişsel işlev düzeyindeki artışa paralel olarak belirginleşmiş bir kavramdır. Geçmişte düşük beklentiler nedeniyle bu bireyler fark edilmezken, evrimsel süreçte bilişsel işlev beklentisinin artması ve sanayi devrimiyle birlikte eğitimin bir kamu hizmeti haline gelmesi, bu bireylerin toplumun okuryazarlık ve bilişsel beklentilerini karşılayamaması sonucunda fark edilmelerini beraberinde getirmiştir (Kirman & Bicknell, 1975).

Günümüzde hafif düzeyde ZY olan bireylerin işlevde bulunma düzeyleri tipik gelişen bireylere daha yakın gözlemlenmekle birlikte (Constant, 2014), bu durumun nedenleri ağır düzeydeki yetersizliklerin aksine tam olarak ortaya konulamamakta; ancak araştırmalar bu durumun büyük ölçüde sosyo-ekonomik nedenlerden kaynaklandığına işaret etmektedir (Fujiura, 2003; Henley, Ramsey & Algozzine, 2006).

Özel öğrenme güçlüğü, genel olarak zihinsel gelişimin normal olmasına rağmen okuma, yazılı anlatım, aritmetikte ortaya çıkan yapısal ve gelişimsel bir sorundur. Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) Özel Hizmetleri Yönetmeliği'ne göre özel eğitim ihtiyacı olan birey bireysel ve gelişim özellikleri ve eğitim yeterlilikleri açısından akranlarından anlamlı düzeyde farklılık göstermektedirler (MEB, 2018).

Özel öğrenme güçlüğü yaşayan bireyler matematiksel kavram ve becerilerin ediniminde de başarısız olabilmektedirler. (Doğan-Temur & Korkmaz, 2021)

Öğrenme güçlüğü olan çocukların gelişiminde üç ana faktör etkilidir. Bunlar çocuğun karakteri, ailenin duruma bakış açısı ve çocuğun içinde bulunduğu sosyal çevredir. Aile faktöründe ailenin esnek ya da katı olması, ilgili ya da ilgisiz olması gibi durumlar çocuğun deneyimlerinde etki sahibidir. Öğrenme güçlüğü olan çocukların öğrenme sürecinde daha çok desteğe ihtiyaçları olduğu düşünüldüğünde katı tutuma sahip olan ailelerin, bu desteği sağlamada daha fazla zorluk yaşayabileceği ve öğrenme güçlüğü yaşayan bir çocuğun öğrenmesiyle ilgili zorlukları arttırabileceği görülmektedir. Esnek ve uyumlu, duygusal destek gösteren ve etkili başa çıkma stratejileri uygulayan ailelerin, öğrenme güçlüğü olan çocukların ihtiyaçlarına cevap vermede daha başarılı olduğu görülmüştür (Morrison & Cosden, 1997).

Bu çalışmanın amacı, hafif düzeyde zihinsel yetersizliği bulunan bir öğrencinin 1'den 20'ye kadar olan sayıları öğrenme sürecini desteklemek amacıyla oyun temelli ve somut materyallerle gerçekleştirilen öğretim etkinliklerinin etkililiğini incelemektir. Sayma sayılarının öğrenilmesi, özellikle özel eğitim gereksinimi olan öğrenciler için soyut yapısı nedeniyle güçlük oluşturabilmektedir. Bu nedenle öğretim sürecinde somut materyaller ve oyunlaştırılmış etkinliklerin kullanılması, öğrencilerin öğrenme sürecine aktif katılımını destekleyerek kavramların anlamlı şekilde öğrenilmesine katkı sağlayabilmektedir.

Hedef Kitle ve Özellikleri

Hedef kitle: Evde hizmet gören 1. sınıf öğrencisi

Cinsiyet: Erkek

Kişi sayısı: 1

Yaş: 8

Tanı Etiketleri: Hafif Düzeyde Zihinsel Yetersizlik, Dil ve Konuşma Güçlüğü, Bedensel Yetersizlik, Süregelen Hastalık

Uygulama Süreci ve Araç-Gereçler

Müdahale Takvimi: 2 Aylık

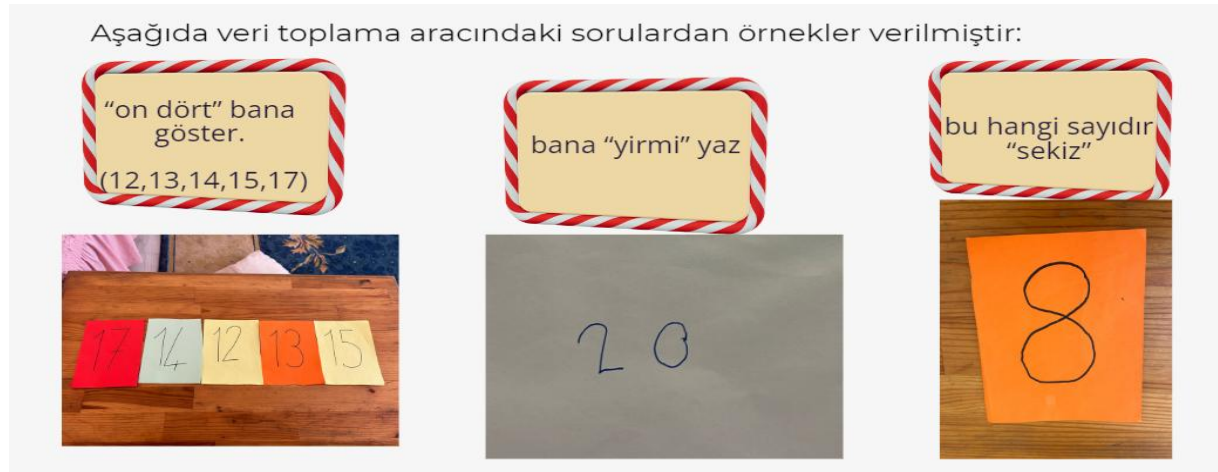
- Ön-Test
- Sayı Tombalas (8 Hafta): Süreç boyunca (2 ay) kesintisiz olarak uygulanmıştır.
- Sembolle Eşleme (8 Hafta): Süreç boyunca (2 ay) kesintisiz olarak uygulanmıştır.
- Teknolojik Sayı Oyunu (Her gün 15 dk): 2 aylık takvimde her gün 15 dakika olacak şekilde düzenli olarak uygulanmıştır.
- Sayı Yapbozu (1 Hafta): Süreç içerisinde 1 haftalık bir dönemi kapsayan etkinliktir.
- Elma Ağacı Etkinliği (1 Gün): Takvimde 1 günlük yer tutan kısa süreli bir uygulamadır.
- Bileklik Oluşturma (1 Saat): Süreç içinde 1 saatlik zaman diliminde gerçekleştirilmiş bir etkinliktir.
- Son-Test

Araştırma nitel araştırma yaklaşımlarından durum çalışması deseninde yürütülmüştür. Çalışma, hafif düzeyde zihinsel yetersizliği bulunan bir öğrenci ile birebir öğretim süreci şeklinde gerçekleştirilmiştir. Araştırma süreci iki ay boyunca öğrencinin ev ortamında yürütülmüş ve uygulanan etkinlikler oyunlaştırılmış öğrenme etkinlikleri şeklinde planlanmıştır. Bu kapsamda öğrencinin sayıları somut nesneler aracılığıyla deneyimleyerek öğrenmesini sağlamak amacıyla etkinlikler uygulanmıştır. Bu etkinlikler: elma ağacı etkinliği, sayı tombalası etkinliği, renkli kalem sayma, sembolle eşleme, sayı yapbozu ve bileklik oluşturma etkinliği yer almaktadır. Etkinlikler belirtilen zaman sürecince hafta içi her gün ders saatlerinde yapılmıştır.

Veri Toplama Aracı

Yukarıda veri toplama aracının örnek 3 sorusuna yer verilmiştir.

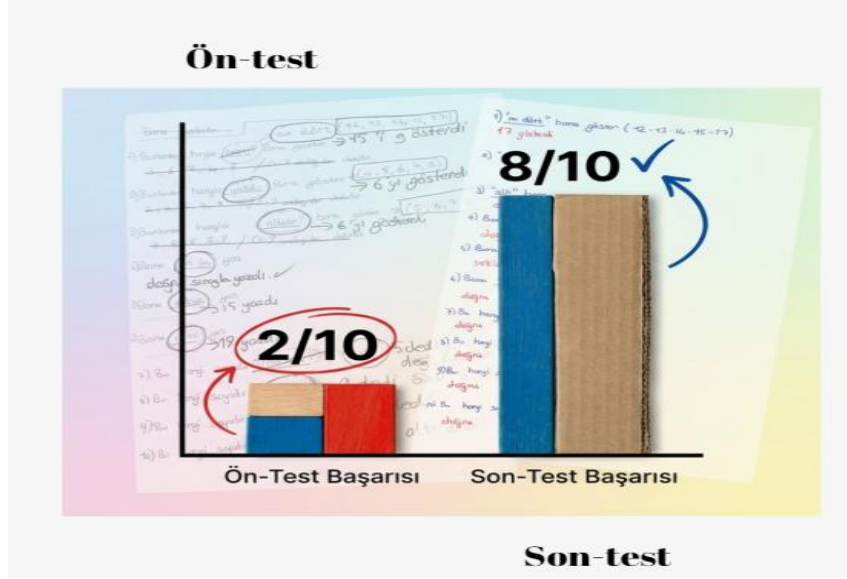
Uygulamanın değerlendirilmesi



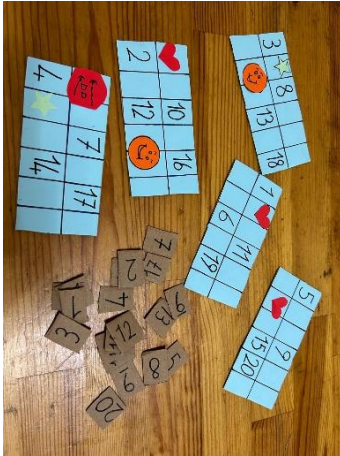
Araştırmada veri toplama aracı olarak araştırmacı tarafından geliştirilen 10 soruluk bir sayı bilgisi testi kullanılmıştır. Test,

öğrencinin 1’den 20’ye kadar olan sayıları tanıma, sayma ve sayı-nesne eşleştirme becerilerini ölçmeye yönelik sorulardan oluşmaktadır. Araştırmanın başlangıcında öğrenciye ön test uygulanmış, öğretim süreci tamamlandıktan sonra aynı test son test olarak tekrar uygulanmıştır. Elde edilen veriler betimsel analiz yöntemi ile

değerlendirilmiştir. Bulgular, öğrencinin ön testte 10 sorudan 2’sini doğru yanıtladığını, son testte ise 10 sorudan 8’ine doğru yanıt verdiğini göstermektedir. Elde edilen sonuçlar, oyun temelli ve somut materyallerle gerçekleştirilen öğretim sürecinin öğrencinin sayı öğrenmesini desteklediğini ortaya koymaktadır.



Uygulama Görselleri:



Sayı Tombalas



Bileklik Oluşturma



Teknolojik Sayı Oyunu



Elma Ağacı Etkinliği



Sembolle Eşleme



Sayı Yapbozu

KAYNAKÇA

- Doğan-Temur, Ö., & Korkmaz, N. (2021). Özel öğrenme güçlüğü olan çocukların matematik öğrenme sürecine ilişkin veli deneyimleri: Bir durum çalışması. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Özel Eğitim Dergisi*, 22(3), 591–609. <https://doi.org/10.21565/ozelegitimdergisi.729195>
- Kılıç, M., & Şahbaz, Ö. (2020). Hafif düzeyde zihin yetersizliği olan bireylerin tanınması, yaygınlığı ve eğitim ortamları. *Anadolu Journal of Educational Sciences International*, 10(1), 629-653. <https://doi.org/10.18039/ajesi.682119>
- Millî Eğitim Bakanlığı. (2018). *Millî Eğitim Bakanlığı özel eğitim hizmetleri yönetmeliği*. T.C. Resmî Gazete (Sayı: 30461, 7 Temmuz 2018). <https://www.resmigazete.gov.tr/eskiler/2018/07/20180707-8.htm>

Sekant Eğim Fonksiyonu ile Türevlenebilirlik Kavramının İnşa Edilmesi

Mine MUMCU, Yılmaz ZENGİN

Bu çalışmada türevlenebilirlik kavramı ile ilgili bir öğretim probleminin (Wasserman vd., 2022) odağında gelişen bir uygulama süreci ele alınmıştır. Uygulama sürecinde öğrencilerin sekant eğim fonksiyonundan yola çıkıp türevlenebilirlik kavramını süreklilik ve limit kavramlarıyla ilişkilendirerek yapılandırması hedeflenmektedir. Çalışmanın amacı doğrultusunda etkinliklerin tasarımında ve uygulanmasında Wasserman vd.'nin (2022) Öğretim İlkeleri (TPs) dikkate alınmıştır. Öğrenme ortamı GeoGebra destekli ACODESA metoduna göre tasarlanmıştır. ACODESA metodu bir kavramın inşa edilmesini destekleyen beş aşamalı bir öğretim metodudur (Hitt & González-Martín, 2015). Hem bireysel hem de sosyokültürel öğrenme süreçlerini dikkate alan ACODESA metodu ile bir kavramın gelişim süreci incelenilmektedir. Ayrıca ACODESA metodunun aşamalarına entegre edilen GeoGebra yazılımı ile kavramsal anlayışın güçlenmesi desteklenmektedir (Zengin, 2018). Tasarlanan etkinlikler ACODESA metodunun aşamaları doğrultusunda uygulanmıştır. Etkinlikler türevlenebilirlik kavramını sekant eğim fonksiyonu ile yapılandırmaya odaklanmaktadır. Bu bağlamda etkinlikler sekant eğim fonksiyonunu tanıtan Wasserman vd.'nin (2022) çalışması dikkate alınarak hazırlanmıştır. Ayrıca etkinliklerin yönlendirici soruları “açıklayınız”, “gerekçelendiriniz”, “tartışınız” gibi ifadelerle desteklenerek kavramın inşa edilmesi teşvik edilmiştir. Öğrencilerden dinamik model oluşturmaları istenmiş, kâğıt-kalem ve GeoGebra yazılımının dengeli kullanımına dikkat edilmiştir (Zengin, 2023). GeoGebra yazılımının kullanımına teşvik eden yönlendirici sorular ile doğrulama yapma ve geribildirim alma imkanı sağlanmaktadır (González & Herbst, 2009; Hitt vd., 2016). ACODESA metodu ve GeoGebra entegrasyonunun kullanıldığı uygulama süreci beş aşamaya göre planlanmıştır. Bireysel çalışma, takım çalışması, sınıf tartışması ve öz yansıtma aşamalarında öğrencinin aktif katılımı gerçekleşmektedir. Uygulama sürecinde araştırmacı, yönlendirici sorular sormakta, öğrencileri tartışmaya teşvik etmekte, kural vermekten kaçınarak matematiksel mantığı açıklamaya teşvik etmekte ve geri bildirim sunmaktadır (Hitt & González Martín, 2015; Zengin, 2018; Wasserman vd., 2022). Kurumsallaştırma aşamasında ise araştırmacı, öğrencilerin önceki aşamalarda elde ettikleri sonuçları dikkate alarak kurumsal temsilleri tanıtmaktadır (Hitt, 2011). Bunu yaparken öğretim ilkelerini benimseyerek matematiksel açıklamalar sunmaktadır. Böylece hem ACODESA metodunun aşamaları hem de Öğretim İlkeleri sayesinde öğrenme süreci sistematik ve verimli bir hale gelmektedir. Tüm aşamalarda GeoGebra yazılımının dinamik öğeleri ve sürgü aracı öğrencilerin açıklamalarını ve sundukları gerekçeleri şekillendirmekte (Jones, 2000), dinamik inşalar yapmalarına fırsat sunarak doğrulama ve gerekçelendirme süreçlerini verimli hale getirmektedir. Sürgü, izi aç gibi araçlar eylemlerine aracılık eden birer operatör olarak kullanılmaktadır. Bu da statik kâğıt-kalem ortamlarında gözlemlenmesi mümkün olmayan durumların gözlemlenmesini sağlamak ve türevlenebilirlik kavramının inşa edilmesini desteklemektedir.

Not: Bu çalışma, birinci yazarın ikinci yazar danışmanlığında hazırladığı tezin etkinliklerine dayanmaktadır.

Kaynaklar

- González, G., & Herbst, P. G. (2009). Students' Conceptions of Congruency Through the Use of Dynamic Geometry Software. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 14(2), 153–182. <https://doi.org/10.1007/s10758-009-9152-z>
- Hitt, F. (2011). Construction of mathematical knowledge using graphic calculators (CAS) in the mathematics classroom. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 42(6), 723–735. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2011.583364>
- Hitt, F., & González-Martín, A. S. (2015). Covariation between variables in a modelling process: The ACODESA (collaborative learning, scientific debate and self-reflection) method. *Educational Studies in Mathematics*, 88(2), 201–219. <https://doi.org/10.1007/s10649-014-9578-7>

- Hitt, F., Saboya, M., & Cortés Zavala, C. (2016). An arithmetic-algebraic work space for the promotion of arithmetic and algebraic thinking: triangular numbers. *ZDM-Mathematics Education*, 48(6), 775-791. <https://doi.org/10.1007/s11858-015-0749-5>
- Jones, K. (2000). Providing a foundation for deductive reasoning: Students' interpretations when using dynamic geometry software and their evolving mathematical explanations. *Educational Studies in Mathematics*, 44(1), 55-85. <https://doi.org/10.1023/A:1012789201736>
- Wasserman, N.H., Fukawa-Connelly, T., Weber, K., Ramos, J.P.M., & Abbott, S. (2022). *Understanding Analysis and its Connections to Secondary Mathematics Teaching*. New York, NY: Springer.
- Zengin, Y. (2018). Examination of the constructed dynamic bridge between the concepts of differential and derivative with the integration of GeoGebra and the ACODESA method. *Educational Studies in Mathematics*, 99(3), 311–333. <https://doi.org/10.1007/s10649-018-9832-5>
- Zengin, Y. (2023). Students' understanding of parametric equations in a collaborative technology-enhanced learning environment. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 54(5), 740-766. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2021.1966848>

Matematik Öğretiminde Oyun e Oyunlaştırma

Senem KALAÇ

Özet

Matematik eğitiminde teknolojinin sınıf içi uygulamalara dönüştürülmesi, öğretmen adaylarının Teknolojik Pedagojik Alan Bilgisi (TPAB/TPACK) seviyeleri ve bu bilgiyi pratik ders tasarımlarına yansıtma becerileriyle doğrudan bağlantılıdır. Araştırmalar, teknolojinin sadece görsel destek değil, matematiksel kavramları derinlemesine anlamayı sağlayan bir tasarım unsuru olarak kullanılması gerektiğini vurgulamakta ayrıca öğretim programıyla uyumlu ve pedagojik amaçlara birleştirilmesi önemli görülmektedir. 2024 Matematik Dersi Öğretim Programı, teknolojinin matematik eğitimindeki entegrasyonunu temel bir ilke olarak konumlandırarak, öğrencilerin 21. yüzyıl yeterliklerini kazandırmayı ön plana çıkarmaktadır. Bu çerçevede, EBA, GeoGebra, Desmos, Wordwall, yapay zeka, çevrimiçi kaynaklar gibi dijital araçlar ile tablet tabanlı interaktif simülasyonlar, soyut matematiksel kavramların somutlaştırılması, problem çözme süreçlerinin zenginleştirilmesi ve veri analizi becerilerinin geliştirilmesi amacıyla sistematik biçimde önerilmektedir. TPACK (Teknolojik Pedagojik Alan Bilgisi) modeline dayalı bu yaklaşım, kavramsal derinlik, beceri temelli öğrenme ve yaratıcı düşünme süreçlerini desteklerken, dijital okuryazarlığın matematik eğitimi içindeki rolünü güçlendirmektedir. Özellikle PISA ve TIMSS gibi uluslararası değerlendirmelerde belirgin olan Türkiye'nin teknoloji-matematik entegrasyonu açığındaki iyileşmeyi hedefleyen program, öğrencileri geleneksel pasif öğrenme paradigmasından aktif, sorgulayıcı ve teknoloji odaklı bir matematik öğrenme ortamına dönüştürmeyi amaçlamaktadır.

Araştırmanın amacı güncellenen matematik öğretimi programı çerçevesinde öğretmen adaylarının teknoloji destekli matematik etkinlikleri tasarlama becerilerini geliştirmektir. Araştırmanın örneklemini ilköğretim matematik öğretmenliği programına kayıtlı 35 öğretmen adayı oluşturmaktadır. Araştırma 2025-2026 eğitim öğretim yılının güz döneminde gerçekleştirilmiştir. Bu bağlamda öğretmen adaylarına güncellenen program çerçevesinde öğrenme çıktısı seçtirilmiş ve bu çıktılara uygun teknoloji destekli etkinlikler geliştirmeleri istenmiştir. Öğretmen adayları bu etkinlikleri sınıf içinde sunmuş öğretmen ve akran dönütleri almıştır. Alınan dönütler neticesinde öğretmen adayları etkinliklerini revize etmiştir. Tüm etkinlikler öğretmen adaylarının daha sonra da yararlanması için bir etkinlik havuzunda toplanmıştır.

Anahtar Kelimeler: Etkinlik, teknoloji, Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli, matematik öğretimi.

Yapay Zeka Matematik Sınavlarını Ne Kadar Doğru Puanlıyor?

Zeynep ÇAVUŞ ERDEM

Uygulamanın Amacı ve Gerekçesi

Günümüzde yapay zeka (YZ), öğretim tasarımı ve değerlendirme süreçlerine kadar eğitimin doğasını yeniden şekillendirme potansiyeline sahiptir (Chen vd., 2020; Holmes vd., 2019). Özellikle Büyük Dil Modellerinin (LLM) anında dönüt sağlama ve sınavları otomatik puanlama gibi yetenekleri, öğretmenlerin zaman alan iş yüklerini hafifletme konusunda önemli bir fırsat sunmaktadır (Kasneci vd., 2023; Stöhr vd., 2024). Ancak literatür; YZ'nin matematik gibi soyut ve üst düzey düşünme becerisi gerektiren alanlarda hatalı çözümler üretebildiğini ve muhakeme süreçlerinde henüz insan uzmanlığına ihtiyaç duyduğunu göstermektedir (Frieder vd., 2023; Urhan vd., 2024; Ünal vd., 2025). Bu bağlamda, YZ'nin sağladığı katkıları daha kullanılabilir hale getirmek ve olası sınırlılıklarını belirlemek kritik bir önem arz etmektedir. Bu uygulamanın amacı, Gemini modelinin 5. sınıf matematik yazılı kağıtlarını puanlama performansını, uzman bir öğretmen referansı ile karşılaştırmalı olarak incelemektir. Çalışma, YZ'nin soru bazlı ve sınav bazlı puanlama güvenilirliğini test ederek, ölçme değerlendirme süreçlerindeki güncel rolünü ve pedagojik uygunluğunu ortaya koymayı hedeflemektedir.

Uygulama Adımları ve Veri Analiz Yöntemi

Çalışmada YZ'nin ölçme-değerlendirme performansını değerlendirmek ve insan uzmanlığıyla karşılaştırmak için karşılaştırmalı betimsel yöntem belirlenmiştir. Milli Eğitim Bakanlığı (MEB) 5. sınıf matematik dersi öğretim programı kazanımları (2024) doğrultusunda hazırlanmış, geometri ve kesirler konusuna yönelik hazırlanmış 11 açık uçlu sorudan oluşan bir sınav hazırlanmıştır. Sınav rastgele örnekleme yoluyla Şanlıurfa ilinde yer alan bir ortaokulda, 2025-2026 eğitim öğretim yılı ikinci döneminde 22 beşinci sınıf öğrencisine uygulanmış ve sınav kağıtları çalışmanın veri toplama aracını oluşturmuştur. Objektif değerlendirme için cevap ve puanlama anahtarı oluşturulmuş ve her sınav kağıdı uzman ve YZ tarafından puanlama anahtarı dikkate alınarak 0-100 puan aralığında kodlanmıştır. Veri toplama sürecinde öncelikle sınav kağıtları yüksek çözünürlükte taranarak dijital portfolyolar (PDF formatında) haline getirilmiştir. Hazırlanan bu dijital veriler, Gemini'ye sınav kağıtları hem arkalı-önlü tek bir veri bloğu hem de ikili veri blokları şeklinde yüklenmiştir. Bu sayede modelin, veri yoğunluğu ve görsel karmaşıklık karşısındaki puanlama performansının incelenmesi amaçlanmıştır. Gemini ve uzman puanları arası güvenilirlik analizi için Sınıf İçi Korelasyon Katsayısı (Intraclass Correlation Coefficient - ICC) kullanılmıştır (Koo ve Li, 2016). Bu bağlamda, puanlayıcıların rastgele örnekleme seçilmediği ve uzman/LLM özelinde bir değerlendirme yapıldığı için 'İki Yönlü Karma Etkiler Modeli' (Two-Way Mixed Effects), puanlar arasındaki sadece doğrusal ilişkiyi değil, sayısal eşdeğerliği de test etmek amacıyla 'Mutlak Uyum' (Absolute Agreement) tanımı benimsenmiştir. Analiz birimi olarak LLM'nin tekil puanlama güvenilirliğini temsil eden 'Tekli Ölçüm' (Single Measures) katsayıları raporlanmıştır. Çalışmada hem toplam sınav puanları üzerinden hem de her soru düzeyinde ICC katsayısı belirlenerek uzman-LLM uyumu incelenmiştir.

Uygulamanın Değerlendirilmesi ve Bulgular

Araştırmadan elde edilen veriler, Gemini modelinin puanlama performansının hem veri sunum biçimine hem de matematiksel içerik türüne göre farklılıklar sergilediğini ortaya koymuştur. İlk olarak, toplam puanlar üzerinden yapılan güvenilirlik analizi sonucunda; öğrenci kağıtlarının sisteme tekil olarak yüklendiği durumda uzman ile YZ arasındaki puanlama uyumunun "iyi" düzeyde ($ICC = 0,843$; $p < .001$) olduğu saptanmıştır. Buna karşın, verilerin ikili setler halinde sunulduğu durumda puanlayıcılar arası güvenilirlik katsayısının "orta" düzeye ($ICC = 0,570$) gerilediği tespit edilmiştir. Bu bulgu, LLM'nin görsel veri yoğunluğu ve karmaşıklığı arttığında "görsel dikkat" kapasitesinin zayıfladığını ve puanlama tutarlılığının negatif yönde etkilendiğini göstermektedir. Soru bazlı yapılan ayrıntılı ICC analizleri ise modelin matematiksel kazanımlara göre sergilediği performansın heterojen bir yapı sunduğunu göstermiştir. Gemini modelinin; dikdörtgenin çevresi ve geometrik hesaplamalar gibi kurala dayalı, net işlem adımları olan sorularda uzman puanlarıyla yüksek düzeyde tutarlılık ($ICC > 0,80$) gösterdiği belirlenmiştir. Ancak kesirlerin sayı doğrusunda gösterimi, modelleme ve ondalık gösterimlerin karşılaştırılması gibi kavramsal muhakeme gerektiren sorularda farklı sonuçlar ortaya çıkmıştır.

Modelin en düşük performans sergilediği S7 ve S9 sorularının sadece işlemsel akıcılık değil, aynı zamanda 'sayı hissi' ve 'kavramsal muhakeme' gerektiren sorular olduğu görülmüştür.

Sonuç ve Öneriler

Araştırma sonuçları, Gemini modelinin 5. sınıf matematik açık uçlu sorularını puanlama performansının, veri sunum biçimi ve sorunun ölçtüğü bilişsel beceri düzeyiyle doğrudan ilişkili olduğunu göstermektedir. Modelin tekil yüklemelerde "iyi" düzeyde bir uyum sergilemesine rağmen, veri yoğunluğu arttığında performansın gerilemesi, YZ'nin görsel bağlamı yönetme konusundaki kısıtlılıklarını ve "görsel dikkat" kaybı riskini ortaya koymaktadır. Özellikle kurala dayalı ve net işlem adımları içeren sorulardaki başarısına karşın; sayı doğrusunda kesir gösterimi ve ondalık sayılarda sıralama gibi "sayı hissi" ile "basamak değeri mantığı" gerektiren kavramsal sorularda uzman puanlarından sapması, modelin pedagojik derinlik ve kavram yanılgılarını teşhis etme noktasında henüz uzman öğretmen seviyesinde olmadığını göstermektedir. Bu sapmalarda, öğrenci kağıtlarındaki silik yazılar, düşük kontrastlı kurşun kalem kullanımı ve karmaşık el yazısı stillerinin modelin optik tanımlama sürecini zorlaştırmasının da payı olduğu düşünülmektedir. Bu bağlamda, YZ'nin ölçme-değerlendirme süreçlerinde tek başına bir karar verici yerine, öğretmenin iş yükünü hafifleten bir "asistan" olarak konumlandırılması ve kavramsal muhakeme gerektiren maddelerde modelin adım adım işlem gerektiren komutlarla desteklenmesi önerilmektedir. Ayrıca, YZ performansını maksimize etmek adına sınav kağıtlarının görsel kalitesini artıracak (koyu uçlu kalem kullanımı, yüksek çözünürlüklü tarama vb.) standartların geliştirilmesi ve farklı LLM'lerin karşılaştırmalı performanslarının incelenmesi, gelecek araştırmalar için kritik bir önem arz etmektedir.

Kaynakça

- Chen, L., Chen, P., & Lin, Z. (2020). Artificial intelligence in education: A review. *IEEE Access*, 8, 75264–75278. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.2988510>
- Frieder, S., Pinchetti, L., Griffiths, R. R., Salvatori, T., Lukasiewicz, T., Petersen, P., & Berner, J. (2023). Mathematical capabilities of chatgpt. *Advances in neural information processing systems*, 36, 27699-27744.
- Holmes, W., Bialik, M., & Fadel, C. (2019). *Artificial Intelligence in Education: Promises and Implications for Teaching and Learning*. Center for Curriculum Redesign.
- Kasneci, E., Seßler, K., Küchemann, S., Bannert, M., Dementieva, D., Fischer, F., ... & Kasneci, G. (2023). ChatGPT for good? On opportunities and challenges of large language models for education. *Learning and Individual Differences*, 103, 102274. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2023.102274>
- Koo, T. K., & Li, M. Y. (2016). A guideline of selecting and reporting intraclass correlation coefficients for reliability research. *Journal of Chiropractic Medicine*, 15(2), 155-163. <https://doi.org/10.1016/j.jcm.2016.02.012>
- Millî Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2024). *Ortaokul matematik dersi öğretim programı (5., 6., 7. ve 8. sınıflar)*. Ankara: MEB Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı Yayınları. <https://mufredat.meb.gov.tr/adresinden> 04.02.2026 tarihinde erişildi.
- Stöhr, C., Ou, A. W., & Malmström, H. (2024). Perceptions and usage of YZ chatbots among students in higher education across genders, academic levels and fields of study. *Computers and Education: Artificial Intelligence*, 7, 100259. <https://doi.org/10.1016/j.caeYZ.2024.100259>
- Urhan, S., Gençaslan, O., & Dost, Ş. (2024). An argumentation experience regarding concepts of calculus with ChatGPT. *Interactive Learning Environments*, 1–26. <https://doi.org/10.1080/10494820.2024.2308093>
- Ünal, D., Erdem, Z.Ç. & Şahin, Z.G. (2025). Will artificial intelligence succeed in passing this test? Creating an achievement test utilizing ChatGPT. *Education and Information Technologies*. <https://doi.org/10.1007/s10639-025-13461-4>

Gerçekçi Matematik Eğitime Dayalı GeoGebra Destekli Bir Etkinliğin Uygulanması

Ali ERİCEK, Mehmet AYDIN

Özet

Bu araştırma kapsamında geliştirilen etkinlik, öğrencilerin matematiksel kavramları gerçek yaşam bağlamları aracılığıyla anlamlandırılmalarını sağlamak amacıyla hazırlanmıştır. Etkinlik tasarımı Gerçekçi Matematik Eğitimi (GME) teorisinin temel ilkeleri dikkate alınmıştır. Bu teoride matematiksel kavramların öğretimi, öğrencilerin günlük yaşamlarında karşılaşılabilecekleri problem durumları üzerinden yapılandırılmaktadır. Matematik öğretiminde öğrencilerin matematiksel kavramları anlamlı bir şekilde öğrenmelerini destekleyen teorilerden biri olan Gerçekçi Matematik Eğitimi teorisi ilk olarak Hollanda’da matematik eğitimcisi Hans Freudenthal tarafından geliştirilmiştir. Freudenthal’a göre matematik, yalnızca hazır kuralların ve formüllerin aktarıldığı bir disiplin değildir; aksine öğrencilerin aktif katılımıyla keşfedilmesi gereken bir insan etkinliğidir. Bu görüşe göre matematiksel bilgi öğrencilere doğrudan aktarılmamalı, öğrencilerin gerçek yaşam bağlamları aracılığıyla matematiksel kavramları yeniden keşfetmelerine olanak tanınmalıdır. Bu süreçte öğrenciler gerçek hayat problemleri üzerinde düşünerek matematiksel modeller oluşturmakta ve bu modeller aracılığıyla matematiksel kavramlara ulaşmaktadır. Gerçekçi Matematik Eğitimi teorisinde “gerçekçi” kavramı yalnızca günlük yaşam problemlerini değil, aynı zamanda öğrencilerin zihinsel olarak hayal edebileceği ve anlamlandırabileceği tüm problem durumlarını ifade etmektedir. Bu nedenle GME kapsamında kullanılan problemler öğrencilerin deneyimleriyle ilişkilendirilebilen bağlamlar içermektedir. Günümüzde bu teori, matematik öğretiminde öğrenci merkezli yaklaşımlar arasında önemli bir yere sahiptir. Özellikle problem çözme, matematiksel modelleme ve kavramsal öğrenme süreçlerini desteklemesi nedeniyle birçok araştırmacı tarafından önerilmektedir. Etkinliğin geliştirme sürecinde teknolojinin etkili kullanımını sağlamak amacıyla dinamik matematik yazılımlarından biri olan GeoGebra kullanılmıştır. Günümüzde eğitim ortamlarında teknolojinin yaygınlaşmasıyla birlikte matematik öğretiminde dijital araçların kullanımı giderek önem kazanmaktadır. GeoGebra, matematiksel kavramların görselleştirilmesine olanak sağlayarak öğrencilerin soyut kavramları daha somut ve anlaşılır şekilde öğrenmelerine katkı sağlamaktadır. GeoGebra’nın en önemli özelliklerinden biri matematiksel nesnelerin dinamik olarak manipüle edilmesine olanak tanımasıdır. Öğrenciler bu yazılım aracılığıyla grafikler, geometrik şekiller ve fonksiyonlar üzerinde değişiklik yaparak sonuçları anında gözlemleyebilmektedir. Bu durum öğrencilerin matematiksel kavramları keşfetmelerini ve farklı temsil biçimleri arasında ilişki kurmalarını kolaylaştırmaktadır. Yapılan araştırmalar GeoGebra’nın görselleştirme ve keşif temelli öğrenmeyi desteklediğini ve öğrencilerin matematiksel ilişkileri daha iyi anlamalarına yardımcı olduğunu göstermektedir. GeoGebra’nın matematik eğitimindeki önemli katkılarından biri de matematiksel kavramların farklı temsil biçimleriyle incelenmesine olanak sağlamasıdır. Yazılımın cebirsel, grafiksel ve sayısal gösterimleri aynı anda sunabilmesi öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerini geliştirmekte ve kavramlar arasındaki ilişkileri daha açık bir şekilde görmelerine yardımcı olmaktadır. Bu özellik aynı zamanda öğrencilerin matematiksel modelleme ve keşif süreçlerinde aktif rol almalarını desteklemektedir. GeoGebra’nın bir diğer önemli özelliği ise öğretim sürecinde öğrenci merkezli öğrenme ortamlarının oluşturulmasına katkı sağlamasıdır. Dinamik yapısı sayesinde öğrenciler matematiksel nesneler üzerinde değişiklik yaparak farklı sonuçları gözlemleyebilmekte ve bu süreçte kendi öğrenmelerini yapılandırabilmektedir. Bu durum öğrencilerin matematiksel kavramları keşfetme, hipotez kurma ve doğrulama gibi üst düzey düşünme becerilerini geliştirmelerine katkı sağlamaktadır. Etkinliğin uygulama süreci dört temel aşamada gerçekleştirilmiştir. Bu aşamalar; gerçek yaşam probleminin sunulması, matematiksel model oluşturma, teknoloji destekli keşif süreci ve sonuçların tartışılması şeklinde planlanmıştır. Uygulamanın ilk aşamasında öğrencilerin dikkatini çekmek ve matematiksel kavramın gerçek yaşamla ilişkisini kurmak amacıyla bir problem durumu sunulmuştur. Öğrencilere paralelkenar ile ilgili şu senaryo verilmiştir: “Bir merdivenin basamakları paralelkenar şeklindedir. Buna göre basamakların açıları arasındaki ilişkiler nasıldır?” Bu aşamada öğrencilerin problem üzerinde düşünmeleri ve günlük yaşam deneyimlerinden yararlanarak çözüm üretmeleri teşvik edilmiştir. Öğrenciler küçük gruplar hâlinde tartışarak çeşitli tahminlerde bulunmuş ve bu tahminlerini sınıf ortamında paylaşmışlardır. Böylece öğrencilerin matematiksel

düşünme süreçlerinin aktif hâle getirilmesi amaçlanmıştır. İkinci aşamada öğrencilerden verilen problem durumunu matematiksel olarak ifade etmeleri istenmiştir. Bu doğrultuda öğrencilerden paralelkenar çizimleri ve problemdeki durumu matematiksel olarak modellemeleri beklenmiştir. Üçüncü aşamada öğrencilerin oluşturdukları matematiksel modeli görselleştirebilmeleri amacıyla GeoGebra yazılımı kullanılmıştır. Öğrencilere gerekli komutlar GeoGebra uygulaması üzerinden verilmiş ve öğrenciler paralelkenarda ardışık açıların ölçüleri toplamının 180 derece olduğunu gözlemlemişlerdir. Ayrıca GeoGebra'nın kaydırıcı (slider) özelliği kullanılarak paralelkenarın köşeleri hareket ettirilmiş ve ardışık açıların toplamının nasıl değiştiği dinamik olarak incelenmiştir. Bu sayede öğrenciler geometrik ilişkileri keşfederek öğrenme fırsatı bulmuşlardır. Uygulamanın son aşamasında öğrencilerin elde ettikleri sonuçlar sınıf ortamında tartışılmıştır. Öğrencilere paralelkenar ile ilgili çeşitli sorular yöneltilmiş ve öğrencilerden ulaştıkları sonuçları yorumlamaları istenmiştir. Ayrıca öğrencilerden gerçek yaşam problemine nasıl bir matematiksel model oluşturduklarını açıklamaları beklenmiştir. Bu süreçte öğrencilerden gözlemlerine dayanarak bir varsayım geliştirmeleri de istenmiştir. Bunun yanı sıra öğrencilerin farklı gerçek yaşam durumlarını da modelleyebilecekleri vurgulanmıştır. Örneğin paralelkenarın ardışık açıları arasındaki ilişkiye dayalı farklı problem durumları üzerinde çalışmalar yapılmıştır. Süreç sonunda öğrencilerin gerçek yaşam problemlerini matematiksel modellere dönüştürebildikleri, paralelkenarın açı özelliklerini daha iyi yorumlayabildikleri ve teknoloji destekli öğrenme ortamlarında aktif rol aldıkları gözlemlenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Gerçekçi matematik eğitimi, GeoGebra, Ortaokul, Etkinlik

GeoGebra Destekli Bir Etkinlik ile Germe Kavramının Öğretimi: Lineer Cebir Dersinden Bir Uygulama

Gökay AÇIKYILDIZ, Temel KÖSA

Lineer cebir, soyut yapılar ve çoklu temsiller içeren matematik alanlarından biri olması nedeniyle öğrencilerin öğrenme sürecinde çeşitli güçlüklerle karşılaştıkları derslerden biridir. Özellikle germe (span), lineer bağımsızlık, taban ve alt uzay gibi kavramların öğrenciler tarafından çoğu zaman işlemsel düzeyde öğrenildiği, ancak bu kavramlar arasındaki ilişkilerin yeterince kavramsal olarak kurulamadığı literatürde sıkça vurgulanmaktadır. Lineer cebir öğretiminde yaşanan bu güçlüklerin önemli nedenlerinden biri kavramların çoğunlukla soyut ve sembolik biçimde sunulmasıdır. Bu nedenle araştırmacılar, kavramların öğretiminde görselleştirme, farklı temsillerin kullanımı ve teknoloji destekli ortamların öğrenme sürecini destekleyebileceğini belirtmektedir. Özellikle dinamik matematik yazılımları öğrencilerin matematiksel nesneler üzerinde etkileşimli biçimde çalışabilmelerine, farklı durumları hızlı bir şekilde inceleyebilmelerine ve matematiksel ilişkileri keşfedebilmelerine olanak sağlamaktadır. Bu tür ortamların soyut kavramların daha anlamlı biçimde yapılandırılmasına katkı sağladığı çeşitli çalışmalarda ortaya konmuştur (Baki, Güven ve Karataş, 2002; Hohenwarter ve Preiner, 2007; Nardi, 1997).

Bu çalışmada lineer cebirde önemli bir kavram olan germe kavramının öğretimine yönelik GeoGebra destekli bir uygulama örneği sunulmaktadır. Uygulamanın temel amacı öğrencilerin germe kavramını lineer birleşim kavramıyla ilişkilendirerek anlamalarını sağlamak ve bu kavramın geometrik yorumunu keşfetmelerine olanak tanımaktır. Bu bağlamda geliştirilen etkinlikte öğrencilerin verilen vektörlerin farklı katsayılarla oluşturduğu lineer birleşimleri incelemeleri, bu birleşimlerin oluşturduğu kümenin yapısını gözlemlemeleri ve germe kavramını hem cebirsel hem de geometrik temsiller üzerinden yorumlamaları hedeflenmiştir.

Uygulama üniversite düzeyinde öğrenim gören matematik öğretmenliği programı öğrencileri ile gerçekleştirilmiştir. Çalışmaya lineer cebir dersini alan toplam 11 öğretmen adayı katılmıştır. Katılımcılar lineer cebir dersinde daha önce vektör işlemleri ve lineer birleşim kavramlarıyla karşılaşmışlardır. Bununla birlikte öğrencilerin germe kavramına ilişkin bilgileri sınırlıdır. Literatürde de öğrencilerin bu kavramı anlamakta zorlandıkları ve çoğu zaman germe kavramını yalnızca sembolik işlemler üzerinden yorumladıkları belirtilmektedir (Medina, 2000; Nardi, 1997). Bu nedenle uygulamada öğrencilerin kavramı farklı temsiller aracılığıyla inceleyebilecekleri bir öğrenme ortamı oluşturulmuştur.

Uygulama yaklaşık bir ders saati sürecek şekilde planlanmıştır. Etkinlikte GeoGebra dinamik matematik yazılımı kullanılmış ve germe kavramının incelenmesine yönelik özel bir GeoGebra şablonu hazırlanmıştır. Bu şablonda iki temel vektör tanımlanmış ve bu vektörlerin katsayılarını değiştirmeye olanak sağlayan sürgüler yer almıştır. Öğrenciler sürgüler aracılığıyla farklı katsayı değerleri girerek vektörlerin lineer birleşimlerini oluşturabilmiş ve ortaya çıkan vektörleri doğrudan koordinat düzleminde gözlemleyebilmiştir. Ayrıca şablonda yer alan giriş alanı sayesinde öğrenciler cebirsel olarak yazdıkları lineer birleşim ifadelerinin geometrik karşılıklarını dinamik olarak inceleyebilmiştir. Bu yapı öğrencilerin farklı durumları hızlı biçimde deneyimlemelerine ve oluşan geometrik yapıyı gözlemlemelerine olanak sağlamıştır.

Etkinlik süreci üç temel aşamada gerçekleştirilmiştir. İlk aşamada öğrencilerin dikkatini konuya çekmek amacıyla iki vektör verilmiş ve bu vektörler kullanılarak hangi yeni vektörlerin elde edilebileceği sorusu yöneltilmiştir. Öğrencilerden verilen vektörlerin farklı katsayılarla çarpılması ve toplanması yoluyla yeni vektörler üretmeleri istenmiştir. Bu aşamada öğrenciler lineer birleşim kavramını kullanarak çeşitli örnekler oluşturmuş ve elde ettikleri vektörleri tartışmıştır.

İkinci aşamada öğrenciler GeoGebra ortamında hazırlanan dinamik şablonla çalışmıştır. Öğrenciler farklı katsayı değerleri deneyerek verilen vektörlerin lineer birleşimlerinin nasıl değiştiğini gözlemlemiş ve bu birleşimlerin koordinat düzleminde nasıl bir yapı oluşturduğunu incelemiştir. Bu süreçte öğrencilere verilen iki vektörün lineer birleşimlerinin hangi vektörleri oluşturduğu, oluşan vektörlerin

geometrik olarak nasıl bir küme meydana getirdiği ve farklı katsayı değerlerinin bu yapı üzerindeki etkileri gibi sorular yöneltilmiştir. Öğrenciler bu sorular üzerinde çalışırken farklı durumları deneyerek gözlemler yapmış ve elde ettikleri sonuçları sınıf içinde tartışmıştır.

Son aşamada öğrencilerden gözlemlerini açıklamaları ve elde ettikleri sonuçları genelleştirmeleri istenmiştir. Yapılan tartışmalar sonucunda öğrenciler verilen bir vektör kümesinin tüm lineer birleşimlerinin oluşturduğu kümenin germe kavramı ile ifade edildiğini fark etmişlerdir. Bu süreçte öğrenciler kavramı hem cebirsel hem de geometrik açıdan açıklamaya çalışmış ve lineer birleşim ile germe kavramı arasındaki ilişkiyi tartışmıştır.

Uygulamanın değerlendirilmesi sürecinde öğrencilerin yazılı cevapları, sınıf içi tartışmaları ve gerçekleştirilen mülakatlar incelenmiştir. Analizler sonucunda öğrencilerin önemli bir kısmının germe kavramını lineer birleşim kavramı ile ilişkilendirerek açıklayabildiği görülmüştür. Bazı öğrenciler germe kavramını verilen vektörlerin tüm lineer birleşimlerinden oluşan küme olarak ifade ederken bazı öğrenciler kavramı daha çok işlemsel bir bakış açısıyla ele almıştır. Bununla birlikte öğrenciler GeoGebra ortamının kavramın anlaşılmasını kolaylaştırdığını ve farklı durumları hızlı biçimde inceleme fırsatı sunduğunu ifade etmiştir. Dinamik görselleştirmelerin öğrencilerin kavramı daha somut biçimde düşünmelerine yardımcı olduğu gözlemlenmiştir.

Sonuç olarak bu çalışma, germe kavramının öğretiminde dinamik geometri ortamlarının etkili bir öğrenme aracı olarak kullanılabileceğini göstermektedir. GeoGebra destekli etkinlik öğrencilerin kavramı farklı temsiller üzerinden incelemelerine olanak sağlamış ve kavramsal tartışmaları desteklemiştir. Bu bulgular literatürde teknoloji destekli öğrenme ortamlarının soyut matematik kavramlarının öğretiminde önemli bir rol oynayabileceğini belirten çalışmalarla paralellik göstermektedir. Bu nedenle lineer cebir öğretiminde kavramların yalnızca cebirsel tanımlarla değil, geometrik ve dinamik temsillerle birlikte ele alınmasının öğrencilerin kavramsal anlamalarını destekleyebileceği düşünülmektedir.

Kaynakça

- Baki, A., Güven, B. ve Karataş, İ., (2002, Eylül). *Dinamik geometri yazılımı cabri ile keşfederek öğrenme*. V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi'nde sunulan bildiri, ODTÜ, Ankara.
- Hohenwarter, M. and Preiner, J. (2007). Dynamic mathematics with GeoGebra. *Journal of Online Mathematics and its Applications*, 7, Article ID: 1448
- Medina, E. (2000). Student understanding of span, linear independence, and basis in an elementary algebra class (Unpublished doctoral dissertation). University of Northern Colorado, USA.
- Nardi, E. (1997). The novice mathematician's encounter with mathematical abstraction: A concept image of spanning sets in vectorial analysis. *Educación Matemática*, 91(1), 47-60.

Lego Tabanlı Etkinlik Tahtasıyla Sayma ve İşlemsel Düşünmenin Desteklenmesi

İhsan SÖYLEMEZ

Bu çalışma, lego parçaları ve çift yüzeyli bir etkinlik tahtası kullanılarak tasarlanan kısa süreli bir matematik öğretimi uygulamasının, ilkokul 1. sınıf düzeyinde düşük matematik başarıları gösteren öğrencilerin erken sayı ve işlemsel düşünme becerileri üzerindeki etkilerini ortaya koymayı amaçlamaktadır. Erken matematik öğrenmelerinde sayma, bire bir eşleme, kardinalite, karşılaştırma, birleştirme-ayırma, eş gruplama ve adil paylaşma gibi beceriler, daha ileri düzey aritmetiksel yapıların gelişimi açısından temel bir işlev görmektedir. Bu nedenle erken dönemde yürütülen destekleyici öğretim uygulamalarının, öğrencilerin yalnızca işlem yapma performanslarını değil, işlem anlamlarını kurma, çözüm stratejileri geliştirme ve matematiksel ilişkileri temsil etme biçimlerini de güçlendirmesi beklenmektedir.

Alan yazında somut materyallerin matematik öğretiminde anlamlı katkılar sunabildiği, ancak bu katkının materyalin yalnızca sınıfta bulunmasından değil, öğrencinin düşünmesini görünür kılacak biçimde yapılandırılmış öğretim süreçlerinden kaynaklandığı vurgulanmaktadır (Carbonneau et al., 2013; Sarama & Clements, 2016). Başka bir ifadeyle, somut materyal etkili olduğunda bunu materyalin fiziksel özellikleri kadar, öğretmenin yönlendirmesi, öğrencinin katılımı, temsil düzeyleri arasındaki geçişlerin niteliği ve görevin matematiksel amaca uygunluğu belirlemektedir. Bu çalışmada da lego parçaları yalnızca oyun temelli bir araç olarak değil; sayı, miktar, işlem ve ilişki kavrayışını görünür kılan işlevsel bir öğretim materyali olarak yapılandırılmıştır.

Çalışmanın kuramsal dayanaklarından biri öğrenme yörüngeleri yaklaşımıdır. Bu yaklaşıma göre çocukların matematiksel kavrayışları gelişimsel olarak birbirini izleyen basamaklar hâlinde ilerlemekte; öğretim de bu ilerleyişe uygun görevlerle tasarlanmalıdır (Clements & Sarama, 2017/2019). Sayma becerisi, erken sayı öğrenmesinin merkezinde yer almakta; kardinalite, miktar karşılaştırma ve birleştirme-ayırma temelli işlemsel anlamların gelişimi için temel oluşturmaktadır. Bu nedenle uygulama süreci, ritmik sayma ya da mekanik işlem tekrarıyla ziyade, öğrencilerin matematiksel anlam üretimini destekleyecek somut, görsel ve sembolik deneyimlerin bütünleştirilmesi üzerine kurulmuştur.

Çalışmanın gerekçesini güçlendiren bir diğer unsur, düşük performanslı öğrencilerle yürütülen erken numerasi müdahalelerine ilişkin bulgulardır. Küçük grup ve kısa süreli müdahale çalışmalarının, özellikle risk altındaki ya da akranlarının gerisinde olan öğrencilerin sayı ilişkileri ve erken aritmetik becerilerinde olumlu gelişimler sağlayabildiği görülmektedir (Aunio et al., 2021). Benzer biçimde blok/lego temelli yapılandırılmış etkinliklerin, erken matematik düşünmesi ve göreve katılım üzerinde destekleyici etkiler oluşturabildiği de gösterilmiştir (Schmitt et al., 2018). Bu bağlamda çalışma, düşük maliyetli, erişilebilir ve öğretmen tarafından uygulanabilir bir materyal setiyle, kısa süreli ancak yoğunlaştırılmış bir destek öğretimi örneği sunmayı hedeflemektedir.

Hedef Kitle ve Özellikleri

Çalışmanın hedef kitesini, ilkokul 1. sınıfta öğrenim gören ve öğretmen görüşleri ile ön değerlendirme sonuçlarına göre matematikte akranlarının gerisinde olduğu belirlenen 3 öğrenci oluşturmaktadır. Öğrenciler 6–7 yaş aralığındadır. Çalışma grubunun küçük tutulmasının temel nedeni, öğrencilerin sayı ve işlem anlamlarını kurma süreçlerinin ayrıntılı biçimde izlenebilmesi, her öğrencinin düşünmesinin sözlü ve davranışsal olarak görünür kılınabilmesi ve gerektiğinde anlık öğretimsel destek sunulabilmesidir. Bu yaş grubunda öğrencilerin matematiksel düşünceleri çoğu zaman semboller üzerinden değil, nesnelerle gerçekleştirdikleri eylemler ve bu eylemleri sözel olarak açıklama girişimleri üzerinden yapılandığından, somut materyal temelli öğretim gelişimsel açıdan uygun bir çerçeve sunmaktadır.

Hedef kitle belirlenirken öğrencilerin özellikle nesne sayma, doğru kardinalite belirleme, iki grubu karşılaştırma, küçük sayılarla toplama-çıkarma yapma ve eş paylaşma türü durumlarda zorlandıkları dikkate alınmıştır. Dolayısıyla uygulama, öğrencilerin mevcut düzeyleriyle uyumlu olacak şekilde, basitten karmaşığa ilerleyen bir sıra izlemiştir. İlk oturumlarda sayma ve bire bir eşleme üzerine

odaklanılmış; ilerleyen oturumlarda ise bu temel beceriler birleştirme-ayırma, eş gruplama ve paylaşma durumlarına taşınmıştır.

Uygulama Süresi ve Araç-Gereçler

Uygulama toplam 6 oturumda gerçekleştirilmiştir. Her oturum yaklaşık 30–35 dakika sürmüştür. Uygulama süresi belirlenirken birinci sınıf öğrencilerinin dikkat süresi, yorulma düzeyi ve küçük grup etkileşiminin sürdürülebilirliği göz önünde bulundurulmuştur. Oturumlar haftada iki gün olacak şekilde planlanmış ve üç hafta içinde tamamlanmıştır.

Uygulamada kullanılan temel araç-gereçler şunlardır: farklı renk ve boyutlarda lego parçaları, lego parçalarının takılabildiği yeşil zemin, beyaz yazı alanı bulunan çift yüzeyli etkinlik tahtası, tahta kalemleri, silgi, sayı kartları, görev kartları, kısa değerlendirme formları ve gözlem kayıt çizelgeleri. Yeşil zemin, öğrencilere nesneleri düzenleme ve görsel örüntü oluşturma imkânı sağlarken; beyaz tahta bölümü, öğrencilerin somut materyalle kurdukları ilişkileri çizimsel ve sembolik temsillere dönüştürmelerine olanak vermiştir. Bu yönüyle materyal seti, somut-görsel-sembolik geçişi aynı ortamda destekleyen bütüncül bir öğretim aracı işlevi görmüştür.

Uygulama Adımları

Uygulama süreci giriş, gelişme ve değerlendirme bölümlerini içerecek biçimde bütüncül olarak planlanmıştır. Her oturum önce kısa bir dikkat çekme ve önceki öğrenmeyi hatırlama etkinliğiyle başlamış, ardından ilgili matematiksel fikir lego parçalarıyla somutlaştırılmış, daha sonra etkinlik tahtasının beyaz alanında çizim ve sayı cümleleriyle ifade edilmiş ve son olarak mini değerlendirme ile tamamlanmıştır.

Birinci oturumda nesne sayma ve bire bir eşleme üzerinde durulmuştur. Öğrencilerden belirli sayıdaki lego parçalarını sıraya koymaları, her parçaya bir sayı sözcüğü karşılık gelecek şekilde saymaları ve son söylenen sayının kümenin tamamını ifade ettiğini fark etmeleri beklenmiştir. Bu süreçte öğrencilerin yalnızca ritmik sayma yapmaları değil, sayı sözcüklerini nesnelerle ilişkilendirmeleri amaçlanmıştır. Oturum sonunda öğrenciler, saydıkları parçaları beyaz tahta alanında nokta ya da basit çizimlerle göstermiştir.

İkinci oturumda kardinalite ve karşılaştırma becerileri ele alınmıştır. Öğrencilere farklı renklerde iki lego grubu verilmiş, önce her grubun kaç parçadan oluştuğunu bulmaları, ardından “hangisi daha çok, hangisi daha az, eşit mi?” sorularını yanıtlamaları istenmiştir. Bu oturumda aynı sayıdaki lego parçalarının farklı biçimlerde dizilebileceği, ancak miktarın değişmeyeceği üzerinde durulmuştur. Böylece öğrencilerin yalnızca görsel uzunluk ya da dağınıklığa göre değil, sayısal niceliğe göre karar vermeleri desteklenmiştir.

Üçüncü oturumda toplamanın birleştirme anlamı işlenmiştir. İki ayrı lego grubu oluşturulmuş, öğrenciler önce her grubun kaç parçadan oluştuğunu belirlemiş, sonra grupları bir araya getirerek toplam sayıyı bulmuştur. Etkinlik tahtasının beyaz bölümünde bu durum çizimle gösterilmiş ve ardından uygun sayı cümleleri yazılmıştır. Buradaki temel amaç, toplamanın ezbere bir işlem kuralı değil, iki kümenin bir araya getirilmesiyle oluşan yeni miktarın belirlenmesi olarak anlaşılmasıdır.

Dördüncü oturumda çıkarmanın ayırma/eksiltme anlamı ele alınmıştır. Öğrencilere başlangıçta belirli sayıda lego parçası verilmiş, daha sonra bu parçaların bir kısmı alınmış ve geriye kaç parça kaldığı sorulmuştur. Öğrenciler eksiltme işlemini önce somut olarak yaşamış, ardından çizimle göstermiş ve son aşamada işlem cümlesine dönüştürmüştür. Bu süreçte öğrencilerin “başlangıç miktarı–çıkarılan miktar–kalan miktar” ilişkisini anlamlandırmaları üzerinde durulmuştur.

Beşinci oturumda çarpmanın öncül anlamı olan eş gruplama çalışılmıştır. Öğrencilerden aynı sayıda parçadan oluşan gruplar yapmaları istenmiş; örneğin “her grupta 2 parça olacak şekilde 4 grup oluştur” gibi görevler verilmiştir. Ardından “kaç grup var, her grupta kaç parça var, toplam kaç parça oldu?” soruları üzerinden tekrar eden toplama düşüncesi desteklenmiştir. Böylece çarpmanın sembolik gösterimine geçmeden önce, onun altında yatan eş grup mantığı görünür kılınmıştır.

Altıncı oturumda bölmenin öncül anlamı olan adil paylaşma üzerinde durulmuştur. Belirli sayıdaki lego parçalarının iki ya da üç çizili bölmeye eşit biçimde paylaştırılması istenmiş, paylaşımın adil olup

olmadığı tartışılmıştır. Öğrenciler hem paylaşım sürecini hem de sonucu sözel olarak açıklamıştır. Bu oturum, öğrencilerin bir toplam miktarın eşit parçalara ayrılması fikrini deneyimlemelerini sağlamıştır.

Uygulamanın Değerlendirilmesi

Uygulamanın değerlendirilmesinde hem süreç hem ürün odaklı veri toplama yolları kullanılmıştır. Öncelikle uygulama öncesinde ve sonrasında öğrencilere kısa performans görevleri uygulanmıştır. Bu görevlerde nesne sayma, kardinalite belirleme, miktar karşılaştırma, küçük sayılarla toplama-çıkarma ve eş paylaşma türü problemler yer almıştır. Ayrıca her oturum boyunca öğrencilerin dikkat düzeyleri, göreve katılımları, kullandıkları stratejiler, hata örüntüleri ve matematiksel açıklama yapma biçimleri gözlem formlarına kaydedilmiştir. Öğrencilerin etkinlik tahtasında oluşturdıkları çizimler ve kurdukları lego modelleri de ürün verisi olarak değerlendirilmiştir.

Elde edilen bulgular, uygulamanın öğrencilerin sayma doğruluğu, miktar kavrayışı, işlem anlamlarını açıklama, çözüm stratejisi geliştirme ve çözüm süreçlerini temsil etme becerileri üzerinde olumlu etkiler oluşturduğunu göstermiştir. Uygulama öncesinde nesne sayarken atlama, aynı nesneyi iki kez sayma ya da son söylenen sayıyı kümenin toplamı olarak yorumlayamama gibi güçlükler gözlenirken, uygulama sonrasında bu hatalarda belirgin bir azalma görülmüştür. Benzer şekilde öğrencilerin toplama ve çıkarma görevlerinde doğrudan işlem sonucunu tahmin etmeye çalışmak yerine, lego modelleri oluşturarak durumu temsil ettikleri ve açıklamalarını “önce vardı, sonra ekledim/aldım” türü anlam temelli ifadelerle destekledikleri belirlenmiştir.

Bunun yanı sıra öğrencilerin etkinlik sürecine daha yüksek düzeyde katılım sağladıkları, dikkatlerini daha uzun süre sürdürebildikleri ve matematiksel düşünmelerini sözlü olarak ifade etmede daha istekli davrandıkları gözlenmiştir. Özellikle yeşil zemin üzerinde model kurma ve beyaz tahta alanında bu modeli çizimle yeniden üretme süreci, öğrencilerin somut deneyimlerini sembolik düzeye taşımalarında kolaylaştırıcı bir rol oynamıştır. Sonuç olarak çalışma, düşük maliyetli ve erişilebilir materyallerle tasarlanan kısa süreli yoğunlaştırılmış öğretim uygulamalarının, düşük başarılı öğrencilerin temel matematik becerilerini desteklemede işlevsel ve sürdürülebilir bir alternatif sunduğunu ortaya koymaktadır. Bu yönüyle çalışma, kongrenin aktif öğrenme, oyunlaştırma, ölçme-değerlendirme, kapsayıcı eğitim ve dezavantajlı öğrencilerin matematik eğitimi temalarıyla doğrudan örtüşmektedir.

Kaynaklar

- Aunio, P., Korhonen, J., Ragpot, L., Törmänen, M., & Henning, E. (2021). An early numeracy intervention for first-graders at risk for mathematical learning difficulties. *Early Childhood Research Quarterly*, 55, 252–262.
- Carbonneau, K. J., Marley, S. C., & Selig, J. P. (2013). A meta-analysis of the efficacy of teaching mathematics with concrete manipulatives. *Journal of Educational Psychology*, 105(2), 380–400.
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2017/2019). *Learning and teaching with learning trajectories [LT]²*. Marsico Institute, Morgridge College of Education, University of Denver.
- Sarama, J., & Clements, D. H. (2016). Physical and virtual manipulatives: What is “concrete”? In P. S. Moyer-Packenham (Ed.), *International perspectives on teaching and learning mathematics with virtual manipulatives* (pp. 71–93). Springer.
- Schmitt, S. A., Korucu, I., Napoli, A. R., Bryant, L. M., & Purpura, D. J. (2018). Using block play to enhance preschool children’s mathematics and executive functioning: A randomized controlled trial. *Early Childhood Research Quarterly*, 44, 181–191.

Geogebra Yazılımı Aracılığıyla Cavalieri İlkesinin Geometrik Olarak Yapılandırılması

Elif ÖZYILMAZ, Yılmaz ZENGİN

Bu çalışma öğrencilerin Riemann toplamı ile ilgili anlayışlarının Cavalieri ilkesini yapılandırma süreçlerini nasıl desteklediğini ortaya koymayı hedeflemektedir. Öğrencilerin anlayışlarını incelemek üzere çalışma kapsamında Trocki ve Hollebrands (2018) tarafından geliştirilen Dinamik Geometri Etkinlik Analiz Çerçevesi dikkate alınarak etkinlikler tasarlanmıştır. Etkinlikler GeoGebra destekli ACODESA metodunun (bireysel çalışma, takım çalışması, bilimsel tartışma, öz-yansıtma, kurumsallaştırma) aşamalarına (Hitt & González-Martín, 2015; Zengin, 2018) göre uygulanmıştır. Bu çalışma kapsamında ilk üç aşamada elde edilen bulgular etkinliğin uygulanması odağında ele alınmıştır. Uygulama süreci yedi üniversite öğrencisiyle dört hafta yürütülmüştür. Bireysel çalışma aşamasında öğrencilere “ m, b, h için $f(x) = (m-bh)x + b$, $g(x) = mx$ ve $x=0, x=h$ doğruları arasındaki alanı göz önünde bulundurarak...” şeklinde bir etkinlik verilerek bu kapsamda öğrencilere üç yönlendirici soru yöneltilmiştir. Birinci soruda “*Verilen fonksiyon ve doğruları kağıt kalem yardımı ile çiziniz. Bahsedilen alanı gösteriniz. Farklı m, b, h değerleri için alanın alacağı değerleri kıyaslayınız.*” şeklinde bir yönlendirici soru sunulmuştur. Bu soru ile öğrencinin mevcut araç gereçlerle istenilen fonksiyonu inşa edebilme ve fonksiyonlar arasında kalan bölge ile değişkenler arasındaki ilişkiyi hangi düzeyde kurabildiği gözlenmek istenmiştir. İkinci soruda aynı yönlendirici sorunun GeoGebra ortamında inşa edilmesi ve gözlemlerin yapılması istenmiştir. Bu aşamada öğrenciler, GeoGebra’nın sunduğu fonksiyon oluşturma komutuyla fonksiyonları tanımlama ve dinamik olarak inşa etme fırsatı bulmuşlardır. Öğrencilerin, değişkenlerin inşa üzerinde yarattığı değişimleri gözlemlemek üzere sürgü aracını aktif olarak kullandıkları gözlenmiştir. Bireysel çalışmanın üçüncü yönlendirici sorusunda öğrencilerin gözlemlerini gerekçelendirmeleri için “*GeoGebra’da inşa ettiğiniz yapının farklı m, b, h değerleri için alandaki değişimi gözlemleyiniz. Alanda bir artış veya azalış gözlenmekte midir? Neden? Bu durumu gerekçelendiriniz.*” sorusu yöneltilmiştir. Öğrenciler bireysel aşamada etkinlik ile ilgili kişisel temsillerini oluşturmuşlardır. Yaklaşık 20 dakika süren bu aşamadan sonra takım çalışmasına geçilmiştir. Takım çalışmasında öğrenciler üç gruba ayrılmış ve aynı etkinlik sosyokültürel ortamda inşa edilmek üzere takımlara dağıtılmıştır. İlk üç soruda öğrencilerin daha çok alan korunumunu sağlayan bileşenlerin farkına varmaları adına m, b, h değişkenlerinin ikili olarak karşılaştırılması ve bu değişkenlerin verilen bölge bağlamında temsil ettikleri kavramların öğrenciler tarafından fark edilmesi üzerinde durulmuştur. Takım çalışmasının dördüncü sorusunda öğrencilere “*Verilen fonksiyonlar ve doğrular arasında kalan bölgenin alanı bilinen çokgen hesaplama alanları dışında nasıl bir cebirsel yaklaşımla ifade edebilirsiniz? Açıklayınız.*” sorusu yöneltilmiştir. Öğrencilerin bu aşamada integral kavramına yönelmesi beklenmiştir. Bir sonraki soru “*Bulduğunuz cebirsel yaklaşım için farklı m, b, h değerlerini inceleyiniz. İncelediğiniz bölgenin alanın sabit kalmasının (değişmemesinin) koşulları nelerdir? Tartışınız.*” şeklinde yöneltilmiştir. Bu aşamada ise öğrencilerin değişkenler ve integral kavramı arasında ilişkiler kurup geometrik bir gerekçelendirme ile temellendirmeleri beklenmiştir. Bir sonraki soruda “*Bu koşulları göz önünde bulundurarak sadece üçgensel bölgelerle sınırlı kalmayıp eşit alana sahip iki farklı bölgenin geometrik kavramları düşünecek olursak eşit nelerden oluştuğunu söyleyebiliriz? Açıklayınız.*” ifadesiyle öğrencinin verilen bölgeyi geometrik bağlamda düşünüp Riemann toplamı ile ilişkilendirmesi beklenmiştir. Öğrenciler GeoGebra’nın dinamik yapısından yararlanarak dikdörtgen aralıkların genişliklerini temsil eden Δx ’in sifıra yaklaşırken sezgisel olarak doğru parçasına dönüşümünü gözleme imkanı bulmuşlardır. Bu sayede Riemann toplamını oluşturan dikdörtgenler ile Cavalieri ilkesindeki doğru parçaları arasında bir ilişki gözlemleme fırsatı bulmaları beklenmiştir. Bu etkinlik Cavalieri ilkesinin yapılandırılması açısından ilk adım niteliğindedir. Öğrenciler söz konusu sürecin geliştiği takım çalışmasını 35-40 dakikada tamamlamıştır. Takip eden aşamada öğrenci gruplarının argümantasyonlarını paylaşımları için sınıf tartışması gerçekleştirilmiştir. Bu aşamada öğrenciler etkinlik ile ilgili tartışarak kendi argümantasyon süreçlerinin eksik yönlerini fark etme imkanı bulmuşlardır. Elde edilen verilerin analizi sonucunda öğrencilerin Riemann toplamı ve Cavalieri ilkesi arasındaki ilişkiyi gözlemlerken GeoGebra’nın dinamik yapısı sayesinde dikdörtgenlerin sezgisel olarak doğru parçalarına evrildiğini gözlemleyebildikleri görülmüştür. Bu sayede öğrencilerin önceden bildikleri Riemann toplamına ilişkin anlayışlarının daha önce karşılaşmadıkları Cavalieri ilkesini yapılandırmada etkili bir yol sunduğu gözlenmiştir.

Not: Bu çalışma, birinci yazarın ikinci yazar danışmanlığında hazırladığı tezin etkinliklerine dayanmaktadır.

Kaynaklar

- Hitt, F., & González-Martín, A. (2015). Covariation between variables in a modelling process: The ACODESA (collaborative learning, scientific debate and self-reflexion) method. *Educational Studies in Mathematics*, 88(2), 201–219. <https://doi.org/10.1007/s10649-014-9578-7>
- Trocki, A., & Hollebrands, K. (2018). The development of a framework for assessing dynamic geometry task quality. *Digital Experiences in Mathematics Education*, 4(2), 110-138. <https://doi.org/10.1007/s40751-018-0041-8>
- Zengin, Y. (2018). Examination of the constructed dynamic bridge between the concepts of differential and derivative with the integration of GeoGebra and the ACODESA method. *Educational Studies in Mathematics*, 99(3), 311-333. <https://doi.org/10.1007/s10649-018-9832-5>

Teknoloji Destekli Problem Kurma Becerilerini İncelemeye Yönelik Bir Uygulama: İlköğretim Matematik Öğretmeni Adayları Örneği

Zehra SAYDAM, Dicle DURBAK, Kemal ÖZGEN

Uygulamanın Amacı ve Gerekçesi

Matematiksel bilginin geliştirilmesine yönelik temel matematiksel görevlerden biri problem kurmadır (Leikin, 2015). Problem kurma çoğu öğrenci için yeni bir etkinlik olduğundan dolayı matematiksel kavramlar ile ilişki kurma sürecinde öğrencilerin yaşamlarındaki deneyimlerinden faydalanmasını sağlamaktadır (Silber & Cai, 2017). Problem kurma gerektiren etkinliklerin uygulanması öğrencilerin hem problem kurmaya karşı tutumunu hem de problem kurma becerisini olumlu yönde geliştirmektedir (Cai vd., 2022). Matematik öğrenme ortamlarında problem kurma etkinliklerinden yararlanıldığında öğrencilerin problem çözme becerileri gelişmektedir (English, 1997; Silver & Cai, 1996). Problem kurma matematik öğretiminde bir araç olarak kullanıldığında öğrencilerin matematiksel düşünme ve öğrenmeyi, matematiksel düşünmeyi teşvik etmeyi sağlamaktadır (Cai & Leikin, 2020). Leikin'e (2015) göre problem kurma sürecinde dinamik geometri yazılımlarından yararlanmak önemlidir. GeoGebra, bu dinamik yazılımlardan birine örnek olarak gösterilebilir. GeoGebra hem açık kaynak kodlu ve hem ücretsiz olması hem de kolay kullanıma sahip olmasından dolayı hem öğrenme hem de öğretme sürecinde kullanmaya yönelik bir dinamik yazılımdır (Hohenwarter & Lavicza, 2007). GeoGebra kullanımı öğrenme ortamlarına entegre edildiği zaman öğrenciler teknoloji desteği ile verilen bir problemi çözmeyi, problem çözme yöntemlerini ve problem kurmayı, daha derinlemesine anlamaktadırlar (Petkova & Valiyeva, 2015). GeoGebra benzeri dinamik yazılımlar öğrencilerin problem çözme ve kurma deneyimlerini zenginleştiren öğrenme ortamları sunmaktadır (Özgen, Aparı & Zengin, 2019). Bu araştırmanın amacı ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının teknoloji destekli problem kurma becerilerini incelemektir. Bu bağlamda araştırmanın problemi "İlköğretim matematik öğretmeni adayları teknoloji destekli problem kurma becerileri nasıldır?" olarak belirlenmiştir.

Hedef Kitle ve Özellikleri

Araştırmanın çalışma grubu 2024-2025 eğitim-öğretim yılında bir devlet üniversitesinin 2. ve 3. sınıfında öğrenim gören beş ilköğretim matematik öğretmeni adayından oluşmaktadır. Katılımcılar, K1, K2, ..., K5 şeklinde kodlar verilerek isimlendirilmiştir. Araştırmada öğretmen adaylarının 2. ve 3. sınıftan seçilmesinin nedeni öğretmen adaylarının Teknoloji Destekli Matematik Öğretimi ve 3. sınıf öğrencilerinin Matematikte Problem Çözme dersi almalarıdır. Çalışma grubu, amaçlı örneklem yöntemiyle kolay ulaşılabilir durum örnekleme ile belirlenmiştir.

Araştırmada veri toplama araçları olarak araştırmacı tarafından hazırlanan üç adet matematiksel etkinlik (Şekil-1), GeoGebra dosyaları, öğretmen adaylarının matematiksel etkinliklere verdikleri cevapların bulunduğu yazılı kağıtlar ve uygulama sürecinde alınan ses ve video kayıtları kullanılmıştır. Araştırmada matematiksel etkinlik olarak 3 adet araştırmalar yoluyla problem kurma etkinlikleri (Problem Posing Investigation Task) kullanılmıştır (Leikin, 2015). Araştırmalar yoluyla problem kurma iki temel unsur içerir. Bunlardan ilki; bir ispat probleminden alınan geometrik bir şeklin, Dinamik Geometri Ortamında (deneme, varsayım oluşturma ve test etme yoluyla) incelenmesidir (Leikin & Elgabry, 2020). Dinamik

Geometri Ortamları ile yapılan incelemenin amacı, verilen şeklin ve yardımcı çizimler (doğru parçası, çember, doğru vb.) sonucunda elde edilen ilişkili şekillerin birkaç (en az 2) önemsiz olmayan özelliğini bulmaktır (Leikin & Elgabry, 2020). Önemsiz olmayan özellikten kasıt, ispatı en az 3 aşama içeren bir özelliktir. İkinci unsur, yapılan incelemelere dayalı olarak birkaç (en az 2) yeni ispat problemi formüle edilmesi yani problem kurulması ve bunların çözülmesi yani ispatlanmasıdır (Leikin & Elgabry, 2022). Araştırmalar yoluyla problem kurma etkinliklerinin kullanıldığı araştırmaların bazılarında problem kurma, bazılarında ise özellik keşfetme terimlerinin kullanıldığı görülmüştür (Elgrabry & Leikin, 2021; Leikin, 2015). Bu çalışmada terim olarak önemli özellik kullanılmıştır. Bu çalışmada terim olarak önemli özellik kullanılmıştır. Etkinlikler hazırlanırken Van Aubel Teoremi, Mandart Çemberi ve Brune Dörtgeni teoremleri referans alınmıştır. Bu teoremlerin kullanılması nedeni teoremlerin araştırmalar yoluyla problem kurma etkinliklerine uygun olarak geometrik özelliklerin araştırılması için olanak

sağlaması, yardımcı yapılar oluşturulması, ölçümler yapılması ve çözülmesi gereken yeni problemler kurulmasına olanak tanınmasıdır. Öğretmen adaylarının etkinlikler üzerinde yardımcı yapılar oluşturarak, ölçüm yaparak önemli özellik keşfedebilmeleri amacıyla veri toplama araçlarından biri olan problem kurma etkinlikleri GeoGebra dinamik yazılımı aracılığıyla hazırlanmıştır. Etkinliklerin alt sorularında verilen şekillere yönelik en az 2 önemli özellik bulmaları, bu önemli özelliklerden yola çıkarak problem kurmaları ve kurdukları problemleri çözmeleri istenmiştir.

Uygulama Süresi, Araç ve Gereçler

Bu araştırmada nitel araştırma yaklaşımı kullanılmıştır. Bu bağlamda katılımcılarla etkinlik temelli görüşmeler bireysel olarak gerçekleştirilmiş ve görüşmelerde öğretmen adayları GeoGebra destekli problem kurma etkinliklerinde keşsettikleri önemli özellikleri ifade etmişlerdir. Teknoloji destekli problem kurma etkinlikleri, öğretmen adaylarına toplam 3 hafta

boyunca uygulanmıştır. Bu çalışmada katılımcılara GeoGebra dinamik yazılımında hazırlanan matematiksel etkinlikte Van Aubel Teoremi (Şekil 1) üzerinde en az iki adet önemli özellik bulmaları istenmiştir. Daha sonra buldukları önemli özelliklerden yola çıkarak yeni problemler oluşturmaları ve kurdukları problemleri çözmeleri istenmiştir. Aşağıda Şekil 1’de Van Aubel Teoreminden yola çıkılarak hazırlanan matematiksel etkinlik örneğine yer verilmiştir.

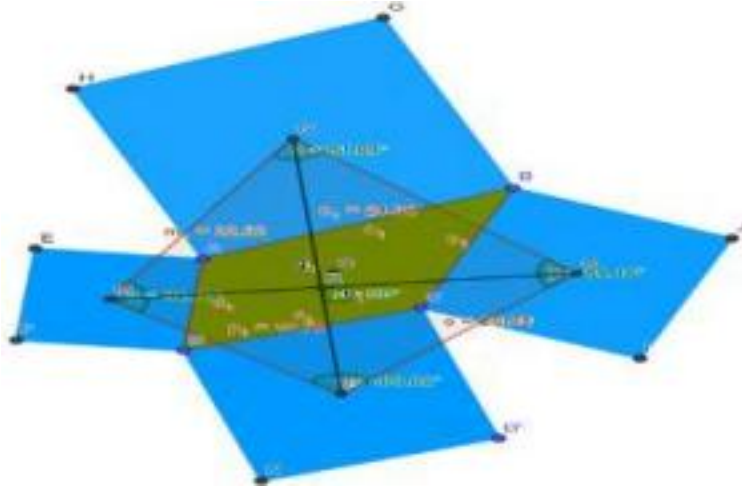


Şekil 1. Van Aubel Teoreminden Yola Çıkılarak Hazırlanan Problem Kurma Etkinliği

Öğretmen adayları etkinliği yaklaşık 50 dakikada tamamlamışlardır. Katılımcılar bilgisayarda GeoGebra dinamik yazılımı üzerinde keşsettikleri özellikleri aynı zamanda kâğıt-kalem üzerinde yazılı ve sözel olarak ifade etmişlerdir. Aynı zamanda öğretmen adaylarının kurdukları problemleri daha derinlemesine inceleyebilmek amacı ile etkinlik temelli görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Etkinlik temelli görüşmeler, matematiksel bir davranışın incelenmesi amacıyla geliştirilen ve mümkün olduğunca az kişiden oluşan bir çalışma grubu ve bir görüşmeci içeren, görüşmeci tarafından çalışma grubuna görüşme öncesinde hazırlanmış etkinlikler aracılığı ile gerçekleştirdikleri görüşmelerdir (Goldin, 2000).

Uygulamanın Değerlendirilmesi

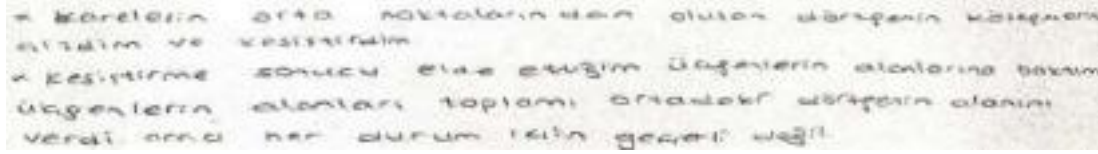
Etkinliğin değerlendirilmesi sürecinde öğretmen adaylarının keşsettikleri özellikler önemli ve önemli olmayan özellik olarak iki kategoride sınıflandırılmıştır. Teknoloji destekli ortamda öğretmen adaylarının keşsettiği özellikler GeoGebra’da yer alan “Taşı” aracı kullanıldığı zaman değişmiyorsa yani elde edilen özellik şeklin tüm durumları için değişkenlik göstermiyorsa özellik “önemli özellik” kategorisine girmektedir. Aksi yönde özellik “önemli olmayan özellik” kategorisindedir. Aşağıda Şekil 2’de etkinlikte keşfedilen önemli özellik örneğine yer verilmiştir.



Şekil 2. K2 kodlu öğretmen adayının keşfettiği önemli özelliğe ilişkin GeoGebra görseli

Yukarıda Şekil 2’de K2 kodlu öğretmen adayı GeoGebra’da yer alan yardımcı yapılardan biri olan “Orta Nokta veya Merkez” aracını kullanarak karelerin ağırlık merkezini belirlemiştir. Karelerin ağırlık merkezlerini belirledikten sonra GeoGebra’da yer alan çokgen aracı ile ağırlık merkezlerini birleştirerek bir dörtgen oluşturmuştur. Daha sonra öğretmen adayı dörtgenlerin köşelerini karşılıklı birleştirerek köşegenleri oluşturmuştur. Köşegenleri oluşturduktan sonra aralarındaki açıyı ölçerek 90 derece olduğunu yani köşegenlerin birbirlerini dik kestiğini bulmuştur.

Aşağıda Şekil 3’te önemli olmayan özelliğe ilişkin yazılı görsel yer almaktadır.



Şekil 3.

K4 kodlu öğretmen adayının keşfettiği önemli olmayan özelliğe ilişkin yazılı görsel

Şekil 3’te K4 kodlu öğretmen adayı birinci etkinlikte yer alan karelerin ağırlık merkezlerini bulduktan sonra bir dörtgen oluşturmuş ve oluşturduğu dörtgenin köşegenlerini çizerek dört adet üçgen elde etmiştir. Oluşturduğu üçgenlerin alanlarını hesaplamış ve alanları topladıktan sonra etkinlikte yer alan dörtgenin alanını hesaplamıştır. Hesaplamaları yaptıktan sonra üçgenlerin alanları ortada bulunan dörtgenin alanını verdiğini bulmuştur. Ancak GeoGebra’da yer alan “Taşı” aracını kullanarak şekli hareket ettirdiğinde elde ettiği özelliğin değişime uğradığını keşfetmiştir. Başka bir deyişle K4 öğretmen adayı elde ettiği özelliği hareket ettirdiği zaman genel bir ifadeyle açıklayamadığı için keşfettiği özellik önemli olmayan özellik kategorisinde yer almaktadır.

Bu etkinlikte öğretmen adayları toplam 10 özellik keşfetmiştir. Bu özelliklerin 2’si önemli, 8’i önemli olmayan özelliktir. Keşfedilen önemli özellikler “Karelerin ağırlık merkezleri birleştirildiği zaman oluşan dörtgenin köşegenlerinin birbirini dik kesmesi” ($f=5$) ve “Karelerin ağırlık merkezleri birleştirildiğinde oluşan dörtgenin köşegenlerin uzunlukları birbirine eşit olması” ($f=2$) olarak belirlenmiştir. Etkinlikte 2 öğretmen adayı 2, 3 öğretmen adayı 1 önemli özellik keşfetmiştir.

Anahtar Kelimeler: GeoGebra, Önemli özellik, Problem kurma

Kaynakça

- Cai, J., & Leikin, R. (2020). Affect in mathematical problem posing: Conceptualization, advances, and future directions for research. *Educational Studies in Mathematics*, 105, 287–301.
- Elgrably, H., & Leikin, R. (2021). Creativity as a function of problem-solving expertise: Posing new problems through investigations. *ZDM-Mathematics Education*, 53(4), 891-904. <https://doi.org/10.1007/s11858-021-01228-3>
- English, L. D. (1997). Seventh-grade students problem posing from open-ended situations. *People in mathematics education*, 39-49.

- Goldin, G. (2000). A scientific perspective on structures, task-based interviews in mathematics education research. In A. E. Kelly & R. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 517–545). New Jersey: Lawrence Erlbaum.
- Hohenwarter, M., & Lavicza, Z. (2007). Mathematics teacher development with 1ct:towards an international geogebra institute. *Proceedings of the British society for research into learning mathematics*, 27(3), 49-54.
- Leikin, R. (2015). Problem posing for and through investigations in a dynamic geometry environmen. F. M. Singer, N. F. Ellerton, & J. Cai (Eds.), in *Mathematical problem posing: From research to effective practice* (ss. 373-391). New York: Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4614-6258-3_18
- Leikin, R., & Elgrably, H. (2020). Problem posing through investigations for the development and evaluation of proof-related skills and creativity skills of prospective high school mathematics teachers. *International Journal of Educational Research*, 102, 101424. <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2019.04.002>
- Leikin, R., & Elgrably, H. (2022). Strategy creativity and outcome creativity when solving open tasks: focusing on problem posing through investigations. *ZDM - Mathematics Education*, 54(6), 35-49. <https://doi.org/10.1007/s11858-021-01319-1>
- Özgen, K., Aparı, B., & Zengin, Y. (2019). Sekizinci sınıf öğrencilerinin problem kurma temelli öğrenme yaklaşımları: GeoGebra destekli aktif öğrenme çerçevesinin uygulanması. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 10(2), 501-538. <https://doi.org/10.16949/turkbilmat.471760>
- Petkova, M. M., & Velikova, E. A. (2015). GeoGebra Constructions and Problems for Arbelos and Archimedean Circles. *GeoGebra Global Gathering*.
- Silver, E. A., & Cai, J. (1996). An analysis of arithmetic problem posing by middle school students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(5), 521–539.

Doğal Afet Temalı Matematiksel Problemler Yoluyla 8. Sınıf Öğrencilerinin Afet Farkındalığının Geliştirilmesi

Ünzile SÖKMEN, Ayşegül GÜNEŞ, Tuğba Hilal GÜN, Bilge YILMAZ ASLAN

Özet

Doğal afetler toplumların sosyal, ekonomik ve çevresel yapısını önemli ölçüde etkileyen olaylardır. Bu nedenle afetlere yönelik farkındalığın erken yaşlardan itibaren geliştirilmesi büyük önem taşımaktadır. Bu araştırmanın amacı, doğal afet bağlamında hazırlanmış matematiksel problemlerin 8. sınıf öğrencilerinin doğal afet farkındalık düzeyleri üzerindeki etkisini incelemektir. Araştırma, nicel araştırma yöntemlerinden tek grup ön test–son test zayıf deneysel desen kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Çalışma grubunu Gaziantep ilinde bir devlet ortaokulunda öğrenim gören 23 sekizinci sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Araştırmada veri toplama aracı olarak Doğal Afet Farkındalığı Anketi kullanılmıştır. Araştırma sürecinde öncelikle öğrencilere ön test uygulanmış, ardından doğal afet temalı matematiksel problemlerin yer aldığı öğretim uygulaması gerçekleştirilmiş ve uygulama sonunda aynı anket son test olarak tekrar uygulanmıştır. Elde edilen veriler SPSS 27 programı kullanılarak analiz edilmiştir. Bulgular, öğrencilerin doğal afet farkındalık puanlarının uygulama sonrasında arttığını göstermektedir. Tanımlayıcı istatistiklere göre öğrencilerin farkındalık puan ortalaması uygulama öncesinde 3.29 iken uygulama sonrasında 3.59’a yükselmiştir. Ayrıca açık uçlu sorulara verilen yanıtlar öğrencilerin afetlere ilişkin kavramsal ifadelerinde belirgin bir gelişim olduğunu ortaya koymuştur. Araştırma sonuçları, doğal afet temalı matematiksel problemlerin öğrencilerin afet farkındalıklarını geliştirmede etkili bir öğrenme bağlamı sunduğunu göstermektedir.

Anahtar Kelimeler: matematik eğitimi, doğal afet farkındalığı, matematiksel problemler, disiplinler arası öğretim, matematik okuryazarlığı

Giriş

Doğal afetler; deprem, sel, heyelan, fırtına ve benzeri jeolojik ve meteorolojik süreçlerin sonucu olarak ortaya çıkan ve toplumların sosyal, ekonomik ve çevresel yapısını doğrudan etkileyen olaylardır. Bu afetler çoğu zaman ani ve öngörülemez biçimde gerçekleşmekte ve geniş ölçekte can ve mal kayıplarına yol açabilmektedir (Cannon, 2003; Smith, 2013). Literatürde, afetlere karşı bireysel hazırlık düzeyinin yetersiz olmasının kriz anlarında yanlış kararlar alınmasına neden olduğu ve bu durumun bireylerin güvenliğini ciddi biçimde tehdit ettiği vurgulanmaktadır (Haddow, Bullock & Coppola, 2017). Bu nedenle afetlere yönelik farkındalık ve hazırlık bilincinin erken yaşlardan itibaren geliştirilmesi, toplumların afetlere karşı dayanıklılığını artıran önemli bir unsur olarak değerlendirilmektedir (Cutter et al., 2008; Norris et al., 2008).

Afet farkındalığı yalnızca afet türlerini bilmekle sınırlı değildir; bireylerin afet öncesinde, sırasında ve sonrasında nasıl davranmaları gerektiğini kavramalarını, riskleri değerlendirebilmelerini ve doğru kararlar alabilmelerini de kapsamaktadır. Bu bağlamda eğitim kurumları, öğrencilerin afetlere ilişkin bilgi ve farkındalıklarını geliştirmede önemli bir role sahiptir. Özellikle ortaokul düzeyinde verilen eğitimler, öğrencilerin afetlere karşı bilinçli davranış geliştirmelerini ve bu bilinci günlük yaşamla ilişkilendirebilmelerini sağlayabilecek kritik bir dönem olarak görülmektedir (Shaw, Takeuchi & Shiwaku, 2011).

Eğitim araştırmalarında son yıllarda önem kazanan yaklaşımlardan biri disiplinler arası öğretim anlayışıdır. Disiplinler arası yaklaşım, öğrencilerin bilgiyi yalnızca tek bir alanın perspektifinden değil, farklı disiplinlerin bakış açılarıyla anlamlandırmalarına olanak tanıyarak analitik düşünme ve problem çözme becerilerinin gelişimine katkı sağlamaktadır (Drake & Burns, 2004; Mathison & Freeman, 1997). Bu yaklaşım sayesinde öğrenciler, farklı disiplinler arasında bağlantılar kurarak bilgiyi daha anlamlı ve kalıcı bir şekilde öğrenebilmektedir (Yıldırım, 1996).

Matematik eğitimi bağlamında ele alındığında, matematik okuryazarlığı yalnızca sayısal işlemleri gerçekleştirme becerisini değil, aynı zamanda matematiksel bilgiyi farklı bağlamlarda kullanabilme, verileri yorumlayabilme ve gerçek yaşam problemlerine çözüm geliştirebilme yetkinliğini de içermektedir (OECD, 2013; Gal, 2000). Grafik, tablo ve istatistiksel verileri yorumlama gibi beceriler

bireylerin toplumsal olayları daha bilinçli değerlendirmelerine olanak tanımaktadır. Bu nedenle matematik öğretiminde gerçek yaşam bağlamlarının kullanılması, öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerinin gelişimini desteklerken aynı zamanda toplumsal farkındalıklarının artmasına da katkı sağlayabilmektedir.

Son yıllarda matematik öğretiminde öne çıkan yeni nesil matematik problemleri, öğrencilerin yalnızca işlem yapma becerilerini değil; aynı zamanda analiz etme, yorumlama ve karar verme becerilerini geliştirmeyi amaçlamaktadır (Boaler, 2016; Schoenfeld, 2013). Bu tür problemler, öğrencilerin matematiksel kavramları gerçek yaşam bağlamlarıyla ilişkilendirmelerine olanak tanımakta ve matematiksel düşünmenin günlük yaşam problemlerinin çözümünde kullanılabilecek işlevsel bir araç olduğunu göstermektedir (Hiebert & Grouws, 2007). Doğal afetler gibi toplumsal açıdan önemli konuların matematiksel problem bağlamı olarak kullanılması ise öğrencilerin hem matematiksel düşünme becerilerini hem de afetlere yönelik farkındalıklarını geliştirme potansiyeline sahiptir.

Bu araştırmanın temel amacı, doğal afet bağlamında hazırlanmış matematiksel problemlerin 8. sınıf öğrencilerinin doğal afet farkındalık düzeyleri üzerindeki etkisini incelemektir. Bu kapsamda öğrencilerin doğal afetlere ilişkin mevcut bilgi düzeylerini belirlemek amacıyla uygulama öncesinde bir Doğal Afet Farkındalığı Anketi uygulanmış, ardından doğal afet temalı matematiksel problemlerin yer aldığı öğretim süreci gerçekleştirilmiş ve uygulama sonunda aynı anket tekrar uygulanarak öğrencilerin farkındalık düzeylerindeki değişim analiz edilmiştir.

Bu doğrultuda araştırmada aşağıdaki araştırma sorularına yanıt aranmıştır:

1. Matematiksel problemler aracılığıyla ele alınan doğal afet konuları, 8. sınıf öğrencilerinin doğal afetlere ilişkin farkındalık düzeylerini nasıl etkilemektedir?
2. Doğal afet temalı matematiksel problemler, öğrencilerin afet öncesi, sırası ve sonrasında yapılması gerekenlere ilişkin bilgi düzeylerinde anlamlı bir değişim oluşturmakta mıdır?
3. Matematiksel problem bağlamında sunulan doğal afet senaryoları, öğrencilerin afetlere yönelik kavramsal anlayışlarında nasıl bir gelişim sağlamaktadır?
4. Uygulama süreci sonunda öğrencilerin doğal afetlere ilişkin açık uçlu sorulara verdikleri yanıtların içerik ve kavramsal derinliği nasıl değişmektedir?

Yöntem

Araştırma Deseni

Bu araştırma, matematiksel problemler aracılığıyla doğal afet farkındalığının geliştirilmesine yönelik bir öğretim uygulamasının öğrenciler üzerindeki etkisini incelemek amacıyla nicel araştırma yöntemlerinden tek grup ön test–son test zayıf deneysel desen kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Bu araştırma deseninde, uygulama öncesinde katılımcıların mevcut durumlarını belirlemek amacıyla ön test uygulanmakta, öğretim müdahalesi gerçekleştirildikten sonra ise son test uygulanarak iki ölçüm arasındaki değişim incelenmektedir (Fraenkel & Wallen, 2009). Araştırmada bağımsız değişkeni öğrencilerle gerçekleştirilen doğal afet temalı matematiksel problem uygulamaları, bağımlı değişkeni ise öğrencilerin doğal afet farkındalık düzeyleri oluşturmaktadır. Bu bağlamda çalışma, matematiksel problem bağlamında ele alınan doğal afet konularının öğrencilerin afet farkındalığı üzerindeki etkisini ortaya koymayı amaçlamaktadır.

Çalışma Grubu

Araştırmanın çalışma grubunu, Gaziantep ilinin Şahinbey ilçesinde bulunan bir devlet ortaokulunda öğrenim görmekte olan 8. sınıf öğrencileri oluşturmaktadır. Çalışma kapsamında 23 öğrenciden oluşan bir öğrenci grubu ile uygulama gerçekleştirilmiştir. Öğrenciler araştırmaya gönüllü olarak katılmış ve uygulama sürecinde tüm öğrencilere aynı öğretim etkinlikleri uygulanmıştır.

Veri Toplama Araçları

Araştırmada veri toplama aracı olarak Doğal Afet Farkındalığı Anketi kullanılmıştır. Bu anket, öğrencilerin doğal afetlere ilişkin bilgi düzeylerini ve farkındalıklarını belirlemek amacıyla

hazırlanmıştır. Anket, afet bilgisi, afet sırasında yapılması gerekenler, afet hazırlığı ve farklı afet türlerine ilişkin farkındalık düzeylerini ölçen çoktan seçmeli ve açık uçlu sorulardan oluşmaktadır. Ankette öğrencilerin deprem, sel, heyelan, fırtına, çığ ve tsunami gibi doğal afetlere ilişkin bilgi düzeylerini değerlendirmeye yönelik Likert tipi maddeler yer almaktadır. Ayrıca öğrencilerin afetlere yönelik davranış bilgilerini ve kavramsal anlayışlarını daha ayrıntılı inceleyebilmek amacıyla açık uçlu sorular da ankete dahil edilmiştir. Bu açık uçlu sorular öğrencilerin deprem sırasında yapılması gerekenler, afet çantasında bulunması gereken malzemeler ve doğal afet bilincinin önemi gibi konulara ilişkin görüşlerini ortaya koymayı amaçlamaktadır.

Uygulama Süreci

Araştırma süreci üç temel aşamada yürütülmüştür. İlk aşamada öğrencilerin doğal afetlere ilişkin mevcut bilgi düzeylerini belirlemek amacıyla Doğal Afet Farkındalığı Anketi ön test olarak uygulanmıştır. İkinci aşamada, öğrencilerin matematik okuryazarlığını ve doğal afet farkındalığını geliştirmeyi amaçlayan doğal afet temalı matematiksel problemlerden oluşan bir öğretim süreci gerçekleştirilmiştir. Bu süreçte öğrencilerle gerçek yaşam bağlamında hazırlanmış matematiksel problemler çözülmüş ve problemlerde yer alan doğal afet senaryoları üzerinden afetlere yönelik bilgi ve farkındalık oluşturulmaya çalışılmıştır. Matematiksel problemler; oran-orantı, yüzde, veri analizi, tablo ve grafik yorumlama gibi 8. sınıf matematik kazanımlarıyla ilişkilendirilerek yapılandırılmıştır. Aşağıda uygulama süreci boyunca öğrenciler ile birlikte çözülen soru örnekleri yer almaktadır. Uygulama süreci tamamlandıktan sonra öğrencilerin doğal afet farkındalık düzeylerindeki değişimi belirlemek amacıyla aynı anket son test olarak tekrar uygulanmıştır. Ön test ve son test verileri karşılaştırılarak öğrencilerin doğal afetlere ilişkin bilgi ve farkındalık düzeylerindeki değişim incelenmiştir.

Gülsüm'ün kırmızı, yeşil ve mavi kalemlerinin uzunlukları ile ilgili bilgiler aşağıda verilmiştir.



Gülsüm; 1'er adet kırmızı, yeşil ve mavi kalemi uç uca eklediğinde bu kalemlerin toplam uzunluğu 56,1 cm olmaktadır.

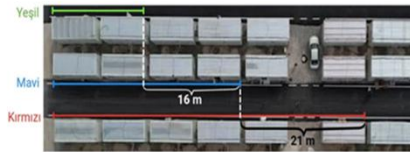
Buna göre, kırmızı kalemin uzunluğu kaç santimetredir?

- A) 15,1 B) 17,9 C) 18,9 D) 20,3

(2024 LGS Matematik Sorusu)

32) **Konteyner kent**, deprem, sel gibi afetlerden sonra evsiz kalan insanların geçici olarak yerleştirildiği yaşam alanıdır. İçinde barınma, tuvalet, yemek ve sağlık gibi temel ihtiyaçları karşılayacak alanlar bulunur. Afetzedelerin güvenli ve düzenli bir ortamda yaşamalarını sağlar.

Malatya'daki en büyük konteyner kentinin bir fotoğrafı aşağıda verilmiştir. Konteynerlerde yaşayan çocuklar, ellerindeki tebeşirlerle yolları, aynı noktadan başlayarak düz çizgiler şeklinde boyamışlardır. Boyadıkları çizgiler ve uzunlukları ile bilgiler aşağıda verilmiştir.



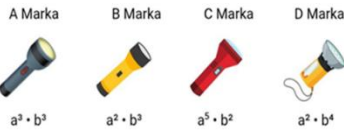
Yeşil, mavi ve kırmızı çizgiler doğrusal olacak şekilde uç uca eklendiğinde toplam uzunluk 98 metre olduğuna göre mavi çizginin uzunluğu kaç metredir?

- A) 15 B) 31 C) 52 D) 83

(Uygulama süreci için hazırlanan soru)

7) Acil durum çantası, afetlerde veya ani tahliye gerektiren durumlarda hayatta kalmayı kolaylaştırmak ve temel ihtiyaçları karşılamak için önceden hazırlanan çantadır. Bu çanta, ilk saatlerde yardım gelene kadar kişinin kendi imkânlarıyla idare etmesine yardımcı olur.

Acil durum çantası hazırlayan Asude, dört farklı markaya ait el fenerinin TL cinsinden fiyatlarının asal çarpımı şeklinde yazılışı aşağıdaki gibidir. Bu asal çarpanlardan küçük olanı a'dır.

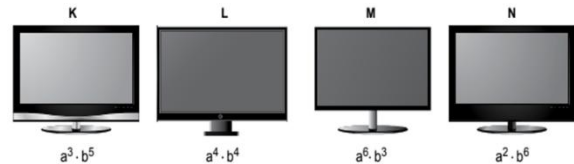


Bu el fenerlerinden birinin fiyatı 1000 TL olduğuna göre, en ucuz malzeme aşağıdakilerden hangisidir?

- A) A B) B C) C D) D

(2023 LGS Matematik Sorusu)

Dört farklı markaya ait televizyonun TL cinsinden fiyatlarının asal çarpanlarının çarpımı şeklinde yazılışı aşağıda gösterilmiştir. Bu asal çarpanlardan küçük olanı a'dır.



Bu televizyonlardan birinin fiyatı 10000 TL olduğuna göre, televizyonların en ucuz aşağıdakilerden hangisidir?

- A) K B) L C) M D) N

(Uygulama süreci için hazırlanan soru)

Verilerin Analizi

Araştırmada elde edilen nicel veriler SPSS 27 istatistik programı kullanılarak analiz edilmiştir. Ön test ve son test sonuçları karşılaştırılarak öğrencilerin doğal afet farkındalık düzeylerindeki değişimler belirlenmiştir. Açık uçlu sorulara verilen yanıtlar ise içerik analizi yöntemiyle incelenmiş ve öğrencilerin afetlere ilişkin kavramsal anlayışlarında meydana gelen değişimler tematik olarak değerlendirilmiştir. Bu analizler sonucunda öğrencilerin uygulama süreci öncesi ve sonrasında doğal afetlere ilişkin bilgi düzeyleri, kavramsal ifadeleri ve davranış bilgileri karşılaştırmalı olarak ele alınmıştır.

Bulgular

Öğrencilerin doğal afet farkındalık düzeylerinde meydana gelen değişimi belirlemek amacıyla ön test ve son test puanları karşılaştırılmıştır. Analiz sonuçları aşağıdaki tabloda yer almaktadır.

→ T-Test

One-Sample Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
pre_mean	19	3.2881	.42265	.09696
post_mean	20	3.5882	.39839	.08908

One-Sample Test

Test Value = 0

	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
pre_mean	33.911	18	<.001	3.28809	3.0844	3.4918
post_mean	40.279	19	<.001	3.58816	3.4017	3.7746

One-Sample Effect Sizes

		Standardizer ^a	Point Estimate	95% Confidence Interval	
				Lower	Upper
pre_mean	Cohen's d	.42265	7.780	5.217	10.333
	Hedges' correction	.44134	7.450	4.996	9.895
post_mean	Cohen's d	.39839	9.007	6.130	11.874
	Hedges' correction	.41503	8.646	5.884	11.398

a. The denominator used in estimating the effect sizes.

Cohen's d uses the sample standard deviation.

Hedges' correction uses the sample standard deviation, plus a correction factor.

Elde edilen bulgulara göre öğrencilerin doğal afet farkındalık puanlarının uygulama sonrasında arttığı görülmektedir. Tanımlayıcı istatistikler incelendiğinde uygulama öncesinde öğrencilerin doğal afet farkındalık puanlarının ortalamasının 3.29 (SS = 0.42) olduğu, uygulama sonrasında ise bu ortalamanın 3.59 (SS = 0.40) düzeyine yükseldiği görülmektedir. Bu sonuç, uygulama sonrasında öğrencilerin doğal afetlere ilişkin farkındalık düzeylerinde artış meydana geldiğini göstermektedir. Ön test ve son test sonuçlarının istatistiksel olarak anlamlı olup olmadığını belirlemek amacıyla yapılan t-testi analizi sonuçlarına göre hem ön test hem de son test ortalamalarının istatistiksel olarak anlamlı olduğu belirlenmiştir. Ön test için t değeri $t(18) = 33.91$, $p < .001$, son test için ise $t(19) = 40.28$, $p < .001$ olarak

hesaplanmıştır. Bu sonuçlar öğrencilerin doğal afet farkındalık puanlarının istatistiksel olarak anlamlı düzeyde yüksek olduğunu göstermektedir.

Ayrıca elde edilen bulgular etki büyüklüğü açısından incelendiğinde, uygulamanın öğrencilerin doğal afet farkındalığı üzerinde yüksek düzeyde bir etkiye sahip olduğu görülmektedir. Cohen's d değerleri ön test için 7.78, son test için ise 9.01 olarak hesaplanmıştır. Bu değerler, uygulama sürecinde kullanılan doğal afet temalı matematiksel problemlerin öğrencilerin farkındalık düzeyleri üzerinde güçlü bir etkiye sahip olduğunu göstermektedir.

Açık Uçlu Sorulara İlişkin Bulgular

Ankette yer alan açık uçlu sorulara verilen yanıtlar incelendiğinde, öğrencilerin afetlere ilişkin kavramsal ifadelerinde de belirgin bir gelişim olduğu görülmüştür. Ön test aşamasında öğrencilerin deprem sırasında yapılması gereken davranışlara ilişkin yanıtlarının çoğunlukla yüzeysel ifadelerden oluştuğu görülürken, uygulama sonrasında öğrencilerin “hayat üçgeni oluşturma”, “sabitlenmemiş eşyalardan uzak durma” ve “toplanma alanına yönelme” gibi daha bilinçli ve teknik ifadeler kullandıkları belirlenmiştir.

Öz.1

40	Afet çantasında bulunması gereken 7 farklı malzeme yazınız. Su İlk yardım çantası
41	Doğal afetler hakkında bilgi sahibi olmanın önemi nedir? Bilmiyorum

(Uygulama öncesi)

Öz.2

40	Afet çantasında bulunması gereken 7 farklı malzeme yazınız. 1-Su 2-Yemek 3-Banda, sargı 4-Konserveler 5-El feneri 6-Power bank 7-Telefon
41	Doğal afetler hakkında bilgi sahibi olmanın önemi nedir? önemi şudur can ve mal kayıplarına en azı indire biliriz.

(Uygulama sonrası)

Ö_{3.1}

40	Afet çantasında bulunması gereken 7 farklı malzeme yazınız. Su Bisküvi Tavuk İlk Yardım Seti
41	Doğal afetler hakkında bilgi sahibi olmanın önemi nedir? Bilgi edinmek

(Uygulama öncesi)

Ö_{3.2}

40	Afet çantasında bulunması gereken 7 farklı malzeme yazınız. 1-El feneri 2-Düdük 3-Pesete 4-İlk Yardım Çantası 5-Konstrüksiyon 6-Su 7-Radyo 8-Konserve 9-Su 10-Tavuk
41	Doğal afetler hakkında bilgi sahibi olmanın önemi nedir? Doğal afet gibi durumlarda, panik olmamak ve sakin davranmak, Toplama alanlarına dikkat gök karga tutun yapmamak. ve, sel gibi durumlarda yüksek yerlere gitmek. ve Heyelan gibi gibi durumlarda, Yüksek yerlerde durmamak.

(Uygulama sonrası)

Benzer şekilde afet çantası içeriğine ilişkin cevaplar da uygulama öncesinde “su ve yiyecek” gibi temel ihtiyaçlarla sınırlıyken, uygulama sonrasında öğrencilerin ilk yardım malzemeleri, düdük, radyo, yedek pil ve el feneri gibi daha kapsamlı bir liste oluşturdukları görülmüştür. Bu durum öğrencilerin afet hazırlığına yönelik bilgi düzeylerinde önemli bir gelişim olduğunu göstermektedir. Ankette yer alan açık uçlu sorulara ilişkin örnek öğrenci cevapları aşağıda yer almaktadır.

Ö_{1.1}

40	Afet çantasında bulunması gereken 7 farklı malzeme yazınız. 1= Su 2= Yedek 3=
41	Doğal afetler hakkında bilgi sahibi olmanın önemi nedir?

(Uygulama öncesi)

Ö_{1.2}

40	Afet çantasında bulunması gereken 7 farklı malzeme yazınız. 1= Su 2= Yiyecek 3= İlk Yardım malzemesi 4= Jant bandı 5= Fener 6= ?
41	Doğal afetler hakkında bilgi sahibi olmanın önemi nedir?

(Uygulama sonrası)

Sonuç ve Tartışma

Bu araştırmada, doğal afet bağlamında hazırlanmış matematiksel problemlerin 8. sınıf öğrencilerinin doğal afet farkındalık düzeyleri üzerindeki etkisi incelenmiştir. Araştırma bulguları, uygulama süreci sonrasında öğrencilerin doğal afet farkındalık düzeylerinde anlamlı bir artış olduğunu göstermektedir. Ön test ve son test sonuçlarının karşılaştırılması sonucunda elde edilen veriler, matematiksel problem

bağlamında ele alınan doğal afet senaryolarının öğrencilerin afetlere yönelik bilgi düzeylerini ve farkındalıklarını geliştirdiğini ortaya koymaktadır. Araştırma sonuçları, matematik öğretiminde gerçek yaşam bağlamlarının kullanılmasının öğrencilerin yalnızca matematiksel becerilerini değil, aynı zamanda toplumsal konulara ilişkin farkındalıklarını da geliştirebileceğini göstermektedir. Özellikle doğal afet temalı matematiksel problemlerin öğrencilerin afet hazırlığı, afet sırasında yapılması gereken davranışlar ve afet sonrası süreçlere ilişkin bilgi düzeylerinde artış sağladığı belirlenmiştir. Bu bulgu, matematik öğretiminde disiplinler arası yaklaşımların öğrencilerin gerçek yaşam problemlerini daha anlamlı bir şekilde kavramalarına katkı sağladığını ortaya koyan çalışmalarla paralellik göstermektedir (Drake & Burns, 2004; Yıldırım, 1996).

Araştırmada elde edilen bulgular ayrıca matematiksel problem bağlamlarının öğrencilerin kavramsal anlayışlarını geliştirmede önemli bir rol oynadığını göstermektedir. Açık uçlu sorulara verilen yanıtlar incelendiğinde, öğrencilerin uygulama öncesinde afetlere ilişkin daha yüzeysel ve sınırlı ifadeler kullandıkları görülürken, uygulama sonrasında daha bilinçli ve teknik kavramlar kullandıkları belirlenmiştir. Örneğin öğrencilerin deprem sırasında yapılması gereken davranışlara ilişkin yanıtlarında “hayat üçgeni oluşturma”, “sabitlenmemiş eşyalardan uzak durma” ve “toplanma alanlarına yönelme” gibi daha doğru ve kapsamlı ifadeler kullandıkları görülmüştür. Bu durum öğrencilerin afetlere ilişkin kavramsal farkındalıklarının geliştiğini göstermektedir.

Araştırma sonuçları aynı zamanda matematik okuryazarlığı ile toplumsal farkındalık arasında güçlü bir ilişki olduğunu da ortaya koymaktadır. Matematiksel problemlerin gerçek yaşam durumlarıyla ilişkilendirilmesi, öğrencilerin matematiği yalnızca soyut bir ders olarak değil, günlük yaşamda karşılaşılan problemlerin çözümünde kullanılabilecek bir araç olarak görmelerine katkı sağlamaktadır. Bu bağlamda elde edilen bulgular, yeni nesil matematik problemlerinin öğrencilerin analiz etme, yorumlama ve karar verme becerilerini geliştirdiğini ortaya koyan çalışmalarla da örtüşmektedir (Boaler, 2016; Schoenfeld, 2013).

Bu araştırmanın önemli sonuçlarından biri de doğal afet konularının matematik derslerinde etkili bir öğrenme bağlamı oluşturabileceğini göstermesidir. Öğrenciler doğal afet senaryoları üzerinden hazırlanan matematiksel problemler sayesinde oran-orantı, yüzde, veri analizi ve grafik yorumlama gibi matematiksel kavramları gerçek yaşam durumlarıyla ilişkilendirme fırsatı bulmuşlardır. Bu durum, matematiksel bilgilerin öğrenciler tarafından daha anlamlı bir şekilde öğrenilmesini desteklemektedir. Araştırma bulguları genel olarak değerlendirildiğinde, matematiksel problemler aracılığıyla yürütülen disiplinler arası öğretim uygulamalarının öğrencilerin hem matematiksel düşünme becerilerini hem de toplumsal konulara ilişkin farkındalıklarını geliştirmede etkili bir öğrenme ortamı oluşturduğu söylenebilir. Bu nedenle matematik öğretiminde gerçek yaşam bağlamı problemlerin kullanılması, öğrencilerin matematiksel bilgilerini günlük yaşamla ilişkilendirebilmeleri açısından önemli bir pedagojik yaklaşım olarak değerlendirilebilir.

Araştırmanın bazı sınırlılıkları da bulunmaktadır. Çalışma yalnızca bir ortaokulda öğrenim gören sınırlı sayıda öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Bu nedenle elde edilen bulguların genellenebilirliği sınırlıdır. Gelecek araştırmalarda farklı okullarda ve daha geniş örneklem gruplarıyla benzer çalışmalar yürütülmesi, elde edilen sonuçların daha kapsamlı biçimde değerlendirilmesine katkı sağlayabilir. Ayrıca doğal afet temalı matematiksel problemlerin farklı sınıf düzeylerinde uygulanmasının öğrencilerin farkındalık düzeyleri üzerindeki etkileri de incelenebilir.

Kaynakça

- Boaler, J. (2016). Designing mathematics classes to promote equity and engagement. *The Journal of Mathematical Behavior*, 41, 172-178. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2015.10.002>
- Cannon, R. (2003). *Dynamics of physical systems*. Courier Corporation.
- Cutter, S., Barnes, L., Berry, M., Burton, C., Evans, E., Tate, E., & Webb, J. (2008). A place-based model for understanding community resilience to natural disasters. *Global Environmental Change*. <https://doi.org/10.1016/j.gloenvcha.2008.07.013>
- Drake, S. M., & Burns, R. C. (2004). *Meeting standards through integrated curriculum*. Association for Supervision and Curriculum Development (ASCD).

- Fraenkel, J. R., & Wallen, N. E. (2009). *How to design and evaluate research in education* (7th ed.). McGraw-Hill.
- Gal, I. (2000). Adults' statistical literacy: Meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 68(1), 1-25. <https://doi.org/10.1111/j.1751-5823.2000.tb00326.x>
- Haddow, G., Bullock, J., & Coppola, D. (2017). *Introduction to emergency management* (6th ed.). Butterworth-Heinemann.
- Hiebert, J., & Grouws, D. A. (2007). The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (Vol. 1, pp. 371-404).
- Mathison, S., & Freeman, M. (1997). The logic of interdisciplinary studies. *The Clearing House*, 70(4), 226-229.
- Norris, F. H., Stevens, S. P., Pfefferbaum, B., Wyche, K. F., & Pfefferbaum, R. L. (2008). Community resilience as a metaphor, theory, set of capacities, and strategy for disaster readiness. *American Journal of Community Psychology*, 41(1-2), 127-150. <https://doi.org/10.1007/s10464-007-9156-6>
- OECD. (2013). *PISA 2012 assessment and analytical framework: Mathematics, reading, science, problem solving and financial literacy*. OECD Publishing.
- Schoenfeld, A. H. (2013). Reflections on problem solving theory and practice. *The Mathematics Enthusiast*, 10(1-2), 9-34. <https://doi.org/10.54870/1551-3440.1258>
- Shaw, R., Takeuchi, Y., & Shiwaku, K. (2011). *Disaster education*. Emerald Group Publishing.
- Smith, K. (2013). *Environmental hazards: Assessing risk and reducing disaster* (6th ed.). Routledge.
- Yıldırım, A. (1996). Disiplinler arası öğretim yaklaşımı ve eğitim programlarında uygulanması. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 12, 89-94.

Bir Ortaokul Matematik Öğretmeninin Oyun İmecesini Deneyimi

Firdes Zehra ÖZKAN, Oben KARAHAN KANBOLAT

Uygulamanın Amacı ve Gerekçesi

İkinci yazarın danışmanlığını üstlendiği “Haydi Kampüse Matematikle Oynayalım!” etkinliği kapsamında öğrencileriyle birlikte Zekâ Oyunları Atölyesi’ne katılan öğretmenlerden biri Ayşe Öğretmen’dir. Atölye sürecinde öğretmen, İl Millî Eğitim Müdürlüğü tarafından okuluna temin edilen zekâ oyunlarını öğrencileriyle birlikte kullanmak istediğini; ancak bu oyunların oynanışı ve sınıf ortamında nasıl yapılandırılacağı konusunda desteğe ihtiyaç duyduğunu ifade etmiştir. Bu ihtiyaç doğrultusunda öğretmenin zekâ oyunlarını öğrenmesi ve bu oyunların öğrencilerle oynanabileceği öğrenme ortamlarının tasarlanması amacıyla oyun imecesi yaklaşımına dayalı on haftalık bir süreç tasarlanmış ve yürütülmüştür. Bu araştırma, söz konusu süreçte ortaya çıkan deneyim ve yansımaları öğretmen perspektifinden incelemeyi amaçlamaktadır.

Öğrencilerin matematik öğrenme ortamları doğrudan onların matematiğe, matematiksel yapılara ve nesnelere ilişkin görüşlerini etkilemektedir. Geleneksel matematik öğrenme ortamları öğrencilere matematiği yalnızca işlemler, şekiller, kurallar ve formüllere dayalı bir alan olarak tanımlarken; bugün ki matematik öğrenme ortamları öğrencilerin problem çözme, akıl yürütme, muhakeme etme, temsil etme, etkileşim ve iletişim becerilerini kullanma gibi süreç becerilerini etkinleştirmektedir. Böylece öğrencilerin matematiğe ve onun doğasına ilişkin deneyimleri ve dolayısıyla da görüşlerinin değişimi kaçınılmaz gibi görünmektedir. Öğrencilerin matematiğin doğasına ilişkin geliştirdikleri algılar matematik öğrenme süreçlerinde önemli bir rol oynamaktadır. Bu bağlamda matematik öğrenme ortamlarında karşımıza çıkan yaklaşımlardan biri de oyunlardır. Nitekim Bragg (2012) zekâ ve strateji oyunları öğrencilerin problem çözme becerilerini geliştirmelerine, farklı çözüm yolları üretmelerine ve matematiksel düşünme süreçlerini deneyimlemelerine katkı sağladığını dile getirmiştir. Alan yazında oyun temelli öğrenme yaklaşımının öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerini desteklediği ve öğrenme motivasyonlarını artırdığı belirtilmektedir (Gee, 2003). Matematik öğretiminde oyun temelli öğrenme, öğrencilerin soyut kavramları somutlaştırmalarına, problem çözme ve eleştirel düşünme becerilerini geliştirmelerine olanak tanıyan etkili bir pedagojik yaklaşımdır (Akyıldız & Dede, 2019). Ortaokul düzeyinde yapılan çalışmalar, oyun temelli öğrenmenin öğrencilerin matematik başarısını artırdığı, derslere karşı olumlu tutum geliştirmelerini sağladığı ve motivasyonlarını yükselttiğini ortaya koymaktadır. Bununla birlikte, oyun temelli öğrenmenin etkili olabilmesi için öğretmenlerin uygun materyallere, yaratıcı oyun kaynaklarına sahip olması gerektiği vurgulanmaktadır; çünkü sınıf içinde oyun uygulamaları, öğretmenin yönlendirme ve planlama becerisine bağlı olarak öğrencilerin öğrenme deneyimini doğrudan etkiler. Son yıllarda yapılan araştırmalar, oyun temelli öğrenme yaklaşımlarının, özellikle matematik gibi soyut kavramların öğretiminde etkili bir araç olduğunu ortaya koymaktadır. Oyunların bu potansiyellerinin yanı sıra matematiğin doğasına ilişkin etkileri araştırmacıların odaklandığı bir diğer boyuttur. Bu çalışmada bir ortaokul öğretmenin bu amaçla yürütülen oyun imecesi sürecinde hem öğrencileri açısından hem de kendi mesleki gelişimi açısından ne tür deneyimler elde ettiğine odak alınacaktır. Ders imecesi, öğretmen ve öğretmen adaylarının ders planı hazırlaması, hazırlanan planı gerçek sınıf ortamında uygulaması, uygulama sırasında gözlem yapması ve elde edilen veriler ışığında planı yeniden düzenlemesi süreçlerini içeren, öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının mesleki gelişimini destekleyen işbirlikçi bir mesleki gelişim yaklaşımıdır (Lewis, 2002; Fernandez & Yoshida, 2004). Bu süreçte adaylarının ve öğretmenin oyun temelli etkinliklerin planlanması, uygulanması ve değerlendirilmesine aktif katılımı sağlanacaktır.

Hedef Kitle ve Özellikleri

Araştırmanın çalışma grubunu, bir devlet ortaokulunda öğrenim gören 60 öğrenci, uygulama sürecine dâhil 4 öğretmen adayı ve rehberlik edecek 1 ortaokul matematik öğretmeninden oluşacaktır. Araştırmaya katılacak bireyler; araştırmanın amacı, kapsamı, veri toplama süreci, elde edilen verilerin kullanım biçimi ve gizlilik esasları hakkında yazılı ve sözlü olarak bilgilendirilecektir. Katılımcılara, araştırmaya katılımın tamamen gönüllülük esasına dayandığı ve hiçbir şekilde baskı uygulanmayacağı

açıkça söylenir. Ayrıca katılımcıların, sürecin herhangi bir aşamasında herhangi bir gerekçe sunmadan araştırmadan çekilme hakkına sahip oldukları ifade edilecektir.

Uygulama Süresi ve Araç-Gereçler

Araştırma süreci 14 hafta olarak planlanmıştır. İlk hafta ön test uygulaması yapılacak, 2 ile 13.haftalar arasında Erzincan Milli Eğitim Müdürlüğü tarafından okulumuza gönderilen; Tangramino, Pentomino, Mangala, Pentago, Reversi , Triangle Game, Kulami, Numbers, Match Madness, Küre strateji ve problem çözme temelli zekâ oyunları oynanacaktır. Çalışmada kullanılacak materyaller, ortaokul öğrencilerinin yaş ve bilişsel seviyelerine uygun olarak seçilen oyunlar ve etkinliklerdir. Oyunlar, öğrencilerin mantıksal akıl yürütme, uzamsal farkındalık, yaratıcılık ve matematiksel kavramları günlük yaşamla ilişkilendirme becerilerini geliştirmeye katkı sağlayacaktır. Söz konusu oyunlar, öğrencilerin matematiksel kavramları keşfetmelerine, farklı çözüm stratejileri geliştirmelerine ve matematiğin doğasına ilişkin olumlu inançlar edinmelerine katkıda bulunacak biçimde seçilmiştir. Tangramino ve Pentomino, geometrik şekillerin tanınması, uzamsal farkındalık ve stratejik düşünme becerilerini geliştirirken; Mangala, mantık yürütme, plan yapma ve ileriye dönük strateji kurma becerilerini destekleyen geleneksel bir Türk zekâ oyunudur. Pentago ve Reversi, öğrencilerin stratejik düşünme ve problem çözme yeteneklerini güçlendirir. Triangle Game ve Kulami, öğrencilerin mantıksal ilişkileri kurmalarına ve planlama becerilerini geliştirmelerine yardımcı olur. Numbers ve Match Madness, hız, dikkat ve matematiksel düşünmeyi aynı anda gerektiren oyunlardır. Küre ise üç boyutlu düşünme ve el-göz koordinasyonunu geliştirmeyi amaçlayan bir oyundur. Bu oyunların sınıf ortamında kullanılması, öğrencilerin matematiği eğlenceli ve etkileşimli bir şekilde öğrenmelerini sağlayarak derse olan ilgilerini ve motivasyonlarını artıracaktır. Oyunlar, öğrencilerin matematiksel kavramları keşfetmesini, problem çözme ve strateji geliştirme becerilerini güçlendirmesini, iş birliği yapmayı öğrenmesini ve matematiği günlük yaşamla ilişkilendirebilmesini sağlayacak şekilde yapılandırılmıştır. Ayrıca, oyunların sınıf ortamına kazandırılması süreci, zekâ oyunlarının etkin hâle getirilmesini de kapsamaktadır.

Uygulama Adımları

Bu çalışmanın temel amacı, ortaokul öğrencilerinin matematiğin doğasına ilişkin düşüncelerini oyun temelli öğrenme etkinlikleri aracılığıyla incelemeyi, öğretmen adaylarının ve öğretmenin ders imecesi yaklaşımı ile bu süreci planlayıp değerlendirmelerini amaçlamaktadır.

Araştırmada nicel ve nitel yöntemlerin bir arada kullanılacağı karma yöntem benimsenmiştir. Nicel boyutta, Delice, Erden, Yılmaz ve Sevimli (2016) tarafından ortaokul öğrencilerine yönelik Türkçe'ye uyarlanması yapılan "Matematik İnanç Ölçeği" kullanılacaktır. Ölçek 24 maddeden oluşmaktadır. Her madde 5'li Likert tipi bir ölçek kullanılarak derecelendirilmiştir. Nitel boyutta ise öğrencilerin oyun deneyimlerini ve matematik algılarındaki değişimi derinlemesine incelemek amacıyla yarı yapılandırılmış görüşmeler ve gözlemler yapılacaktır. Ayrıca öğretmen adaylarının süreç boyunca tuttıkları yansıtıcı günlükler, araştırmaya çoklu veri kaynağı sağlayacaktır. Öğrencilerle yapılacak görüşmelerde, oyun temelli etkinlikler öncesi ve sonrası onların matematiğe bakış açıları, matematiğin doğasına ilişkin görüşleri ve oyun deneyimlerinden elde ettikleri kazanımlar değerlendirilecektir. Öğretmen adayları ve öğretmen ile yapılacak görüşmelerde ise ders imecesi sürecinde yaşadıkları mesleki gelişim, pedagojik farkındalık ve oyun temelli öğretime yönelik tutumları ortaya konacaktır. Oyun temelli etkinliklerin uygulandığı derslerde ve ders imecesi oturumlarında araştırmacı katılımcı olmayan gözlemci olarak bulunacak, süreçteki etkileşimler gözlem formlarıyla ayrıntılı biçimde kaydedilecektir. Ayrıca, öğretmen adayları her oturum sonrası yansıtıcı günlükler yazarak kendi öğrenme süreçlerini ve farkındalıklarını ifade edecektir. Nitel boyutta amaçlı örnekleme yöntemi kullanılarak, matematiğe yönelik tutum ve katılım düzeyleri farklı olan 60 öğrenci ve ders imecesine katılan 4 öğretmen adayı ve 1 matematik öğretmeni çalışma grubuna dâhil edilecektir. Toplanan veriler tematik analiz yöntemiyle incelenecek, veriler kodlanarak temalar oluşturulacak ve güvenilirliği sağlamak için birden fazla araştırmacı tarafından kodlama yapılacaktır. Bu nitel süreç, nicel sonuçlara derinlik kazandırarak öğrencilerin matematiğin doğasına ilişkin inançlarındaki değişimin nedenlerini ve öğretmen adaylarının profesyonel gelişim sürecinde yaşadıkları dönüşümü ortaya koyacaktır. Böylece, araştırmanın karma yöntem yapısı tamamlanarak hem öğrencilerin hem öğretmen adaylarının hem de öğretmenin deneyimlerine ilişkin kapsamlı bir bakış açısı sunulacaktır. Bu yaklaşım, elde edilen

bulguların hem sayısal hem de deneyimsel açıdan bütüncül bir şekilde yorumlanmasını mümkün kılacaktır.

Araştırmanın temelini oluşturan ana çalışma; on haftalık oyun temelli öğrenme uygulamalarını, öğrencilerin matematiğin doğasına yönelik inançlarındaki değişimi ve dört öğretmen adayının ders imecesi sürecindeki pedagojik gelişimini kapsayan geniş bir veri setine dayanmaktadır. Çalışmanın bütünü çok paydaşlı ve zengin bir araştırma deseni sunmakla birlikte, bu bildirinin kapsamı daraltılmış ve doğrudan sürecin merkezinde yer alarak uygulamalara rehberlik eden ortaokul matematik öğretmeninin deneyimlerine odaklanılmıştır. Deneyimli bir öğretmenin, geleneksel öğretim pratiklerinin dışına çıkarak öğretmen adaylarıyla işbirlikçi bir ders imecesi döngüsü yürütmesinin ve bu yenilikçi sürecin onun mesleki farkındalığına olan yansımalarının, matematik eğitimi alan yazınına özgün bir katkı sunacağı düşünülmektedir.

Uygulamanın Değerlendirilmesi

Araştırma kapsamında yürütülen 10 haftalık oyun temelli öğrenme ve ders imecesi süreci, uygulamaya rehberlik eden ortaokul matematik öğretmeninin detaylı gözlemleri ve yansıtıcı değerlendirmeleri doğrultusunda analiz edilmiştir. Görüşme verileri; matematiğe yönelik tutum, matematiğin doğasına ilişkin algılar ve ders imecesi bağlamında mesleki gelişim olmak üzere üç temel temada derinleştirilmiştir.

Matematiğe Yönelik Tutum ; Öğretmen, zekâ oyunlarının okullarda fiziksel olarak bulunduğunu ancak zaman kısıtlılığı ve oyunların pedagojik kurallarının bilinmemesi gibi

nedenlerle aktif kullanılamadığını belirterek sürecin çıkış noktasını özetlemiştir. Ancak 10 haftalık uygulamanın en belirgin sonucu, öğrencilerin matematik dersine karşı geliştirdikleri ön yargıların azalmasıdır. Öğretmen, öğrencilerin motivasyon ve derse katılım düzeylerindeki değişimi son derece çarpıcı bulduğunu şu sözlerle ifade etmiştir:

"Sürece başlarken öğrenciler oyun oynayacakları için heyecanlıydılar ama matematiğe karşı genel bir ön yargıları vardı. Süreç ilerledikçe en çok dikkatimi çeken şey, normal ders işleyişinde arka sıralarda saklanan, tahtaya kalkmaktan korkan ve tamamen pasif olan çocukların oyun oynarken aktif almaları oldu. Hata yapmaktan korkmadılar; çünkü oyun ortamı onlara bu güveni verdi. Matematiği sadece 'yapabilenlerin' dersi olmaktan çıkarıp, herkesin katılabildiği ve zevk aldığı bir sürece dönüştürdük."

Bu görüşler, oyun temelli öğrenmenin matematik kaygısını azaltmada ve derse yönelik içsel motivasyonu artırmada doğrudan etkili olduğunu doğrulamaktadır.

Matematiğin Doğasına İlişkin tutum; Bu boyut, öğrencilerin matematiği "sayılarla yapılan işlemler ve formüller yığını" olarak görmekten çıkıp, onu bir "akıl yürütme ve problem çözme" olarak algılamaya başlamalarına odaklanmaktadır. Uygulama sürecinde kullandığımız zekâ oyunlarının her biri, öğretmenimizin gözlemlerine göre öğrencilerin farklı bilişsel ve matematiksel becerilerine doğrudan katkı sağladı. Yaptığımız görüşmelerde öğretmenimiz, özellikle Pentago oyununun satır, sütun, yatay, dikey ve köşegen gibi temel matematiksel terimleri kavratmak açısından çok önemli olduğunu ve doğrudan ders saatlerine entegre edilebileceğini belirtti. Geleneksel oyunumuz Mangala'nın tek, çift ve ardışık sayılar mantığını içinde barındırdığını vurgularken; Tangramino'nun geometrik şekillerle çözülen bir bulmaca yapısıyla öğrencilerin matematiğe ve geometriye olan ilgisini somut şekilde artırdığını söyledi. Öğretmenimiz ayrıca, ileri seviyeleri oldukça zorlayıcı olan Pentomino oyununun çok yönlü düşünmeyi zorunlu kıldığını, Match Madness'in ise kolaydan zora giden seviyeleriyle öğrencilerin hızlı düşünüp pratik şekiller oluşturmalarını sağlayarak görsel algı ve uzamsal düşünme becerilerini büyük ölçüde geliştirdiğini söyledi. Süreç boyunca Reversi oyununun öğrencilerin odaklanma ve konsantrasyon becerilerini desteklediğini gözlemleyen öğretmenimiz, Kulami'nin ise barındırdığı çok sayıdaki kuralı oyun içinde stratejik olarak kullanmayı gerektirmesi yönüyle öğrencilerin kural temelli akıl yürütme süreçlerine katkı sağladığını belirtti. Öğretmen, müfredatta yer alan ancak geleneksel yöntemlerle öğrenciye aktarılması en zor olan üst düzey bilişsel becerilerin oyunlar sayesinde nasıl açığa çıktığını şu ifadelerle detaylandırmıştır:

"Bizim normal şartlarda sadece tahtada şekiller çizerek çocuklara 3 boyutlu düşünme, uzamsal farkındalık veya ileriye dönük strateji geliştirme becerilerini vermemiz imkânsız. Ancak bu 10 haftada, özellikle Tangramino ve Pentago gibi oyunlarda çocukların bu süreçleri kendiliğinden tecrübe ettiğini"

gördüm. Eskiden matematik onlar için sadece 'tek bir doğru cevabı olan işlemlerdi'. Şimdi ise 'Eğer bu hamleyi yaparsam, üç adım sonra ne olur?' diye düşünerek olasılık hesaplamaya, strateji kurmaya başladılar. Matematiğin aslında günlük hayattaki bir düşünme biçimi olduğunu yaşayarak gördüler."

Öğretmenin bu detaylı gözlemi, öğrencilerin matematiğin doğasına ilişkin inançlarının statik bir yapıdan, dinamik ve keşfedilebilir bir yapıya doğru gittiğini net bir şekilde ortaya koymaktadır.

Ders İmecesı (Lesson Study) Süreci ve Mesleki Gelişim; Çalışmanın öğretmene dokunan en önemli kısmı, ders imecesı modelinin yarattığı işbirlikçi mesleki gelişim alanıdır. Meslek

hayatında öğretmen adaylarıyla böylesine yapılandırılmış bir planlama ve değerlendirme döngüsünü ilk kez deneyimleyen öğretmen, daha öncesinde planlarını tek başına hazırlarken şimdi derz imecesı süreciyle hazırlamanın faydalarının çok olduğunu belirtti . Planın hazırlık uygulama özellikle de değerlendirme aşamasında farklı düşüncelerin bir arada olmasını çok değerli buldu.

"Bir öğretmen olarak dersleri hep tek başımıza planlar ve işleriz. Ancak ders imecesı ile öğretmen adaylarıyla bir araya gelmek, bir dersi en ince ayrıntısına kadar planlamak, uygulamayı kenardan gözlemlemek ve sonra hep birlikte masaya yatırıp değerlendirmek benim için de çok yenilikçi ve ufuk açıcı bir deneyimdi. Bu süreç sadece onlara değil, bana da çok şey kattı. Önceden adını duyduğum ama kurallarına hâkim olmadığım birçok zekâ oyununu bu sayede öğrendim. Artık bu oyunların matematiğe nasıl entegre edileceğini biliyorum ve kesinlikle kendi derslerimin ayrılmaz bir parçası yapacağım."

Sonuç ve Öneriler

Ortaokul matematik öğretiminde oyun temelli öğrenmenin ders imecesı (lesson study) modeliyle uygulanması sürecine rehberlik eden öğretmenin gözlem ve deneyimlerine dayanan bu çalışmada, elde edilen nitel bulgular ışığında aşağıdaki sonuçlara ulaşılmıştır:

Matematiğe Yönelik Tutum: Öğretmenin süreç boyunca yaptığı gözlemlere dayanarak, zekâ oyunlarının öğrencilerin matematik dersine karşı ilgi, motivasyon ve kaygı gibi duyuşsal özelliklerinde belirgin bir iyileşme sağladığı sonucuna varılmıştır. Özellikle geleneksel sınıf ortamında matematiğe karşı ön yargılı olan, arka planda kalmayı tercih eden ve pasif konumda bulunan öğrencilerin, oyun ortamının sunduğu esneklik ve güven sayesinde aktif katılımcı olmuşlardır. Bu durum, oyun temelli öğrenmenin matematik kaygısını azaltmada güçlü bir yön olduğunu göstermektedir.

Matematiğin Doğasına Yönelik Tutum: Öğrencilerin matematiği yalnızca kurallar ve işlemlerden oluşan statik bir ders olarak görme eğilimi, oyun temelli uygulamalarla kırılmıştır. Öğretmenin ifadeleri doğrultusunda; normal ders işleyişinde öğrencilere aktarılması oldukça güç olan uzamsal farkındalık, üç boyutlu düşünme, olasılık hesaplama ve ileriye dönük strateji kurma gibi üst düzey bilişsel beceriler, oyunlar (Tangramino, Pentago vb.) aracılığıyla doğal bir şekilde açığa çıkmıştır. Öğrenciler, matematiğin saf doğru cevabı bulmak değil; problem çözme, akıl yürütme ve günlük yaşamla ilişkili bir düşünme biçimi olduğunu bizzat deneyimleyerek içselleştirmişlerdir.

İşbirlikçi Mesleki Gelişim Modeli Olarak Ders İmecesı: Çalışmanın öğretmen boyutundaki en temel sonucu, ders imecesının (lesson study) yarattığı mesleki dönüşümdür. Öğretmen ve öğretmen adaylarının birlikte ders planladıkları, uygulamayı sınıf ortamında gözlemledikleri ve ardından yansıtıcı değerlendirme yaparak öğretimi geliştirmeyi amaçladıkları bu işbirlikçi süreç, öğretmenin geleneksel "yalnız planlama" rutinini kırmıştır. Öğretmen, daha önce fiziksel olarak var olan ancak pedagojik kurallarına tam hâkim olmadığı oyun materyallerini bu süreçte öğretmen adaylarıyla birlikte öğrenmiş ve kendi mesleki deneyimini genişletmiştir. Uygulamanın en somut çıktılarından biri olarak öğretmen, edindiği bu deneyim ve donanıyla birlikte gelecekteki ders planlarında oyun temelli öğrenmeye kalıcı olarak yer vereceğini net bir şekilde ifade etmiştir.

5.2. Öneriler

Elde edilen sonuçlar ve öğretmenin sürece dair yansıtıcı değerlendirmeleri doğrultusunda, alandaki uygulayıcılara, araştırmacılara ve politika yapıcılara yönelik şu öneriler geliştirilmiştir:

Uygulayıcılara Yönelik Öneriler: Okullarda var olmasına rağmen kullanılmayan zekâ oyunları materyalleri, yalnızca serbest zaman veya teneffüs etkinliği olarak görülmemeli; matematik dersinin kazanımlarıyla doğrudan ilişkilendirilerek, yapılandırılmış bir pedagojik araç olarak öğretim

programına entegre edilmelidir. Öğretmenlerin dersleri tek başlarına planlama alışkanlığından ayrılarak, okullarındaki diğer zümre öğretmenleriyle veya üniversitelerden gelen öğretmen adaylarıyla ders imecesi grupları kurmaları, öğretim kalitesini artırmak adına teşvik edilmelidir.

Politika Yapıcılara Yönelik Öneriler: Öğretmenlerin mesleki gelişimi için düzenlenen ve genellikle teorik çerçevede kalan hizmet içi eğitim seminerleri yerine; doğrudan sınıf içinde gerçekleşen, öğretmenin aktif rol aldığı ve meslektaşlarıyla iş birliği yaptığı “Ders İmecesi” modeli resmi bir mesleki gelişim politikası olarak yaygınlaştırılmalıdır.

Eğitim fakültelerinde öğrenim gören öğretmen adaylarının staj uygulamaları, geleneksel izleme ve anlatma formatından çıkarılarak, doğrudan ders imecesi döngülerine dönüştürülmeli; böylece okul-üniversite iş birliği güçlendirilmelidir.

Gelecek Araştırmalara Yönelik Öneriler: Bu çalışma tek bir ortaokul matematik öğretmenin derinlemesine deneyimlerine dayanmaktadır. Gelecek araştırmalarda, ders imecesi modelinin ilköğretim veya lise gibi farklı eğitim kademelerinde ve farklı branş öğretmenlerinin katılımıyla uygulanarak sonuçların karşılaştırmalı olarak incelenmesi önerilmektedir.

Süreç sonunda edinilen oyun temelli öğretim becerilerinin ve olumlu tutumların öğretmen tarafından uzun vadede ne derece sürdürüldüğünü ve sınıf iklimine kalıcı etkilerini inceleyen farklı araştırmalar tasarlanabilir.

Kaynakça

- Baki, A. (2018). Matematik öğretimi. Pegem Akademi.
- Bragg, L. A. (2012). Testing the effectiveness of mathematical games as a pedagogical tool for children's learning. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 10(6), 1445– 1467. <https://doi.org/10.1007/s10763-012-9344-y>
- Ernest, P. (1991). The philosophy of mathematics education. Falmer Press.
- Gee, J. P. (2003). What video games have to teach us about learning and literacy. Palgrave Macmillan.
- Lewis, C. (2002). Lesson study: A handbook of teacher-led instructional change. Research for Better Schools.
- Lewis, C., Perry, R., & Murata, A. (2006). How should research contribute to instructional improvement? The case of lesson study. *Educational Researcher*, 35(3), 3–14. <https://doi.org/10.3102/0013189X035003003>
- Millî Eğitim Bakanlığı. (2018). Matematik dersi öğretim programı (5–8. sınıflar). MEB Yayınları.
- Prensky, M. (2007). Digital game-based learning. Paragon House.
- Yin, R. K. (2014). Case study research: Design and methods (5. baskı). Sage Publications.

Diskalkuli Riskli 60-72 Aylık Çocukların Sayı Hissi Becerilerinin DokunSay Materyalleriyle Desteklenmesi

Yılmaz MUTLU, Çiğdem DEMİRTAŞ AYDIN

Uygulamanın Amacı ve Gerekçesi

Gelişimsel diskalkuli, bireylerin normal zekâ düzeyine sahip olmalarına karşın sayısal bilgiyi işleme, aritmetik işlemleri gerçekleştirme ve matematiksel kavramları anlama becerilerinde yaşanan özgül bir öğrenme güçlüğü olarak tanımlanmaktadır (Butterworth, 2005). Diskalkuli riskli öğrencilerin en temel sorunlarından biri, sayı hissi becerilerindeki belirgin düşüklüktür. Alan yazında sayı hissi; sayıların büyüklüğünü kavrama, sıralama, sayma stratejilerini kullanma, referans noktalarıyla çalışma, tahmin yapma ve sayılar arasındaki ilişkileri anlama gibi bileşenleri kapsayan çok boyutlu bir yapı olarak ele alınmaktadır (Berch, 2005). Bu becerilerdeki yetersizliklerin erken dönemde belirlenmesi ve müdahale edilmesi, ilerleyen yıllarda yaşanabilecek matematik başarısızlığının önlenmesi açısından kritik öneme sahiptir (Dowker ve Sigley, 2010). Özellikle okul öncesi dönemde (5-6 yaş) sayı hissi becerilerinin desteklenmesi, ilkökul dönemine güçlü bir temel oluşturma açısından büyük önem taşımaktadır.

Diskalkuli riskli öğrencilere yönelik müdahalelerde somut materyallerle desteklenen çoklu duyuşal öğretim yaklaşımlarının etkili sonuçlar verdiği gösterilmiştir (Chinn, 2018; Emerson ve Babbie, 2010). Özellikle somuttan soyuta doğru sıralı bir öğretim stratejisi izleyen, açık öğretim ilkeleriyle yapılandırılmış ve bireysel uygulamaların grup uygulamalarına göre daha başarılı olduğu meta-analiz çalışmalarıyla desteklenmiştir (Chodura, Kuhn ve Holling, 2015). Fuchs ve arkadaşları (2008) da yoğun müdahalelerde öğretimsel açıklık, doğrudan öğretim ve sistematik tekrarın temel ilkeler olduğunu vurgulamıştır.

DokunSay Noktalı Sayı Çubukları (Mutlu ve Demirtaş, 2021), Dehaene'nin (1992) Üçlü Kod Modeli'nin (Triple Code Model) öngördüğü temsil biçimlerini bütünleşik olarak sunmaktadır: çubuklar üzerindeki nokta düzenleri analog büyüklük temsili, etkinlikler sırasında yapılan sözel sayma ve adlandırma çalışmaları sözel temsili desteklemektedir. Sembolik temsil ise hedef kitlenin gelişimsel özellikleri göz önünde bulundurularak yalnızca rakamlarının tanınması ve çokluklarla eşlenmesiyle sınırlandırılmış olup işlem sembolleri (+, -, =) bu düzeyde kullanılmamaktadır. Materyal seti, Yeşil Düzey Etkinlik Kitabı (Mutlu, Demirtaş ve Güven, 2024) ile birlikte kullanıldığında somut manipülatiflerden yarı soyut görsellere doğru kademeli bir öğretim sırası izlenmekte; böylece somuttan soyuta sıralı öğretim stratejisiyle uyumlu bir ilerleme sağlanmaktadır.

Bu çalışmanın amacı, DokunSay Sayı Çubukları (Mutlu ve Demirtaş, 2021) ve Yeşil Düzey Etkinlik Kitabı (Mutlu, Demirtaş ve Güven, 2024) aracılığıyla diskalkuli riskli 60-72 aylık çocukların sayı hissi becerilerini desteklemektir. Çalışmada tek denekli ABA (geri dönüşlü) yarı deneysel desen kullanılacaktır.

Hedef Kitle ve Özellikleri

Çalışmanın katılımcılarını, Muş il merkezinde bir okul öncesi eğitim kurumuna devam eden diskalkuli riski taşıyan 60-72 aylık iki çocuk oluşturmaktadır. Her iki katılımcı da okul öncesi dönemde (5-6 yaş) olup anasınıfı düzeyinde eğitim almaktadır. Çocukların diskalkuli riski, sınıf öğretmenlerinin görüşleri ve standart sayı hissi tarama testi sonuçlarına dayalı olarak belirlenmiştir. Katılımcı seçim ölçütleri şunlardır: (a) normal zekâ düzeyine sahip olma, (b) herhangi bir tanılanmış nörogelişimsel bozukluk bulunmama, (c) düzenli okul devamı ve (d) yaşlarına göre sayısal becerilerde belirgin düşük performans sergileme.

Tek denekli araştırma desenlerinin seçilmesinin temel gerekçesi, diskalkuli riskli bireylerin heterojen profillere sahip olması nedeniyle bireysel düzeyde müdahale etkisinin detaylı incelenmesine olanak tanımasıdır (Horner ve ark., 2005). Ayrıca alan yazında erken çocukluk döneminde uygulanan bireysel müdahalelerin grup müdahalelerine kıyasla daha etkili olduğu belirtilmektedir (Chodura ve ark., 2015). Bu çalışma ile DokunSay sayı çubuklarının materyalin 60-72 aylık diskalkuli riskli çocuklardaki etkisi tek denekli desenle incelenecektir.

Uygulama Süresi ve Araç-Gereçler

Uygulama, ABA (geri dönüşlü) tek denekli desenine uygun olarak üç evrede planlanmıştır:

Evre	Süre	Açıklama
A ₁ (Başlangıç)	2 hafta (6 oturum)	Müdahale öncesi başlangıç düzeyi (baseline) verileri toplanır. NuMap ile sayı hissi profili belirlenir. Öğrencinin mevcut sayma, işlem ve sayı hissi becerileri yoklama ölçümleriyle kaydedilir. Kararlı başlangıç düzeyi elde edilene kadar ölçüm sürdürülür.
B (Müdahale)	6 hafta (18 oturum)	DokunSay Sayı Çubukları ve Yeşil Düzey Etkinlik Kitabı ile sayma ve işlem kazanımlarına yönelik sistematik öğretim gerçekleştirilir. DokunSay oyunlarıyla desteklenir.
A ₂ (Geri dönüş)	2 hafta (6 oturum)	Müdahale geri çekilir; öğrenci performansı başlangıç koşullarında tekrar ölçülerek müdahale etkisinin deneysel kontrolü sağlanır. NuMap ile son ölçüm yapılır.

Her oturum yaklaşık 30-40 dakika sürecektir olup haftada üç oturum gerçekleştirilecektir. Toplam uygulama süresi 10 haftadır (30 oturum).

Kullanılacak araç ve gereçler: (a) DokunSay Sayı Çubukları Seti – 1’den 10’a kadar çubuklar, beşlik ve onluk kartlar, sayı doğrusu çubukları, sayı pulları ve dört işlem sembolleri (Mutlu ve Demirtaş, 2021); (b) Yeşil Düzey Etkinlik Kitabı (Mutlu, Demirtaş ve Güven, 2024); (c) NuMap – Numerical Mapping Assessment Profile (Mutlu, 2026; numap.diskalkuli.com)

Uygulama Adımları

Uygulama, ABA tek denekli yarı deneysel desenine uygun olarak aşağıdaki aşamalarda yürütülecektir.

A₁ Evresi – Başlangıç Düzeyi: Çocukların mevcut sayı hissi becerileri (sözel sayma, düzenli sayma, birebir eşleme, kardinal değer, algısal sanbil, karşılaştırma-eşleştirme, sembolik olmayan toplama-çıkarma) yoklama ölçümleriyle sistematik olarak değerlendirilecektir. Ayrıca bu evrenin başında NuMap (Numerical Mapping Assessment Profile) ile çocukların sayı hissi profili çok boyutlu olarak belirlenecektir. Her oturumda doğru tepki yüzdesi kaydedilecek ve başlangıç düzeyi verilerinin kararlılığı sağlanana kadar ölçüm sürdürülecektir.

B Evresi – Müdahale: Müdahale evresinde DokunSay Sayı Çubukları ve Yeşil Düzey Etkinlik Kitabı kullanılarak aşağıdaki kazanım alanlarında çalışılacaktır:

Sayma kazanımları: Sözel sayma, düzenli sayma (sıra değişmezlik ilkesi), birebir sayma (bire-birlik ilkesi), kardinal değer (kardinallik ilkesi), sıra bağımsızlık ilkesi, soyutlama ilkesi, rakamların yazılışı ve çokluklarla eşlenmesi, sayının korunumu, algısal sanbil ve karşılaştırma-eşleştirme çalışmaları.

İşlem kazanımları: Kavramsal sanbil, sembolik olmayan toplama ve sembolik olmayan çıkarma. Bu çalışmalar sayı çubukları, beşlik-onluk kartlar ve sayma pulları kullanılarak somuttan soyuta doğru sıralı bir stratejiyle gerçekleştirilecektir.

Oyunlar: Az-çok-eşit, 5’ten az – 5’ten çok, Sıraya Dizelim, Sayıyı Çevir Çoklukla Eşleştir, Üzerine Say, 10’a Tamamla gibi DokunSay oyunları ile öğrenilen becerilerin pekiştirilmesi, akıcılığın ve motivasyonun artırılması hedeflenecektir.

Oturum yapısı: Her oturum üç aşamadan oluşmaktadır. **(1) Giriş (5 dk):** Önceki oturumun kısa tekrarı ve günün hedefinin tanıtılması. **(2) Gelişme (20-25 dk):** DokunSay materyalleri ve Yeşil Düzey Etkinlik Kitabı ile yapılandırılmış öğretim; doğrudan öğretim, model olma, rehberli uygulama ve bağımsız

uygulama aşamalarını içerir. Animasyonlu PowerPoint sunuları dijital destek olarak kullanılır. **(3) Değerlendirme (5-10 dk):** Oturum sonu yoklama ölçümü ve öğrenci performansının kaydedilmesi.

A₂ Evresi – Geri Dönüş: Müdahale geri çekildikten sonra, çocukların performansları başlangıç düzeyi koşullarında yeniden ölçülecektir. Bu evrenin amacı, gözlenen değişimin müdahaleye atfedilebilirliğini doğrulamaktır. Performansta belirgin bir düşüş gözlenmesi, deneysel kontrolün sağlandığını destekleyecektir. A₂ evresi sonunda NuMap ile son ölçüm yapılarak müdahale öncesi profil ile karşılaştırma sağlanacaktır. Etik gerekçelerle, A₂ evresi sonrasında gerekli görülmesi hâlinde müdahaleye yeniden başlanacaktır.

Uygulamanın Değerlendirilmesi

Uygulamanın değerlendirilmesinde nicel veri toplama teknikleri kullanılacaktır.

NuMap ile sayı hissi ölçümü: Müdahale öncesinde (A₁ evresi başında) ve müdahale sonrasında (A₂ evresi sonunda), her iki çocuğun sayı hissi becerileri NuMap (Numerical Mapping Assessment Profile; Mutlu, 2026) aracılığıyla değerlendirilecektir. NuMap, çevrimiçi ortamda (numap.diskalkuli.com) erişilebilen ve sayısal yetenekleri çok boyutlu olarak ölçen bir değerlendirme aracıdır. Bu araç ile çocukların müdahale öncesi ve sonrası sayı hissi profilleri karşılaştırılarak müdahalenin genel etkisi belirlenecektir.

Oturum bazlı nicel değerlendirme: Her oturumda öğrencinin doğru tepki yüzdesi hesaplanacak ve veriler zaman serisi grafiğiyle sunulacaktır. ABA desenine özgü görsel analiz yöntemiyle evreler arası düzey, eğilim ve kararlılık karşılaştırmaları yapılacaktır.

Güvenirlilik: Uygulama güvenirliği (prosedürel bütünlük) için oturumların en az %30'u bağımsız bir gözlemci tarafından değerlendirilecek ve gözlemciler arası güvenirlik katsayısı hesaplanacaktır. Veri toplama güvenirliği için de yoklama ölçümlerinin en az %30'u ikinci bir puanlayıcı tarafından bağımsız olarak puanlanacaktır.

Kullanılan Kaynaklar

- Berch, D. B. (2005). Making sense of number sense: Implications for children with mathematical disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 38(4), 333–339.
- Butterworth, B. (2005). The development of arithmetical abilities. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 46(1), 3–18.
- Chinn, S. (2018). *Maths learning difficulties, dyslexia and dyscalculia* (2nd ed.). Jessica Kingsley Publishers.
- Chodura, S., Kuhn, J.-T., & Holling, H. (2015). Interventions for children with mathematical difficulties: A meta-analysis. *Zeitschrift für Psychologie*, 223(2), 129–144.
- Dehaene, S. (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition*, 44(1-2), 1–42.
- Dowker, A. & Sigley, G. (2010). Targeted interventions for children with arithmetical difficulties. *British Journal of Educational Psychology, Monograph Series II*, 7, 65–81.
- Emerson, J. & Babbie, P. (2010). *The dyscalculia assessment*. Continuum.
- Fuchs, L. S., Fuchs, D., Powell, S. R., Seethaler, P. M., Cirino, P. T., & Fletcher, J. M. (2008). Intensive intervention for students with mathematics disabilities: Seven principles of effective practice. *Learning Disability Quarterly*, 31(2), 79–92.
- Horner, R. H., Carr, E. G., Halle, J., McGee, G., Odom, S., & Wolery, M. (2005). The use of single-subject research to identify evidence-based practice in special education. *Exceptional Children*, 71(2), 165–179.
- Mutlu, Y. & Demirtaş, Ç. (2021). *DokunSay Sayı Çubukları*. Türkiye: Diskalkuli Akademi.
- Mutlu, Y. (2026). NuMap – Numerical Mapping Assessment Profile [Çevrimiçi değerlendirme aracı]. <https://numap.diskalkuli.com>

Mutlu, Y., Demirtaş, Ç. & Güven, E. (2024). DokunSay Sayı Çubukları: Yeşil Düzey Etkinlik Kitabı. Vizetek Yayıncılık.

Güzel Sanatlar Lisesi Öğrencilerinin Matematik Kavramına Yönelik Metaforik Algıları

Hava ATASOY, Elif ERTEM AKBAŞ

Öz: Bu araştırmanın amacı, Güzel Sanatlar Lisesi resim ve müzik bölümü öğrencilerinin “matematik” kavramına ilişkin algılarını metaforlar aracılığıyla ortaya koymak ve bu metaforların hangi temalar altında toplandığını belirlemektir. Araştırma, nitel araştırma yaklaşımı kapsamında fenomenolojik desenle yürütülmüştür. Çalışma grubunu, 2025–2026 eğitim-öğretim yılında bir devlet Güzel Sanatlar Lisesi’nde öğrenim gören toplam 71 öğrenci oluşturmaktadır. Veriler, “Matematik ... gibidir; çünkü ...” ifadesini içeren açık uçlu metafor formu aracılığıyla toplanmıştır. Elde edilen veriler, sistematik metafor analizi kullanılarak çözümlenmiştir. Bulgular, her iki bölüm öğrencilerinin matematiği yapılandırılmış, günlük yaşamla ilişkili ve belirli ölçüde zorlayıcı bir disiplin olarak algıladıklarını göstermektedir. Resim bölümü öğrencilerinin matematiği daha çok sınırsızlık, estetik ve duyuşsal deneyimlerle ilişkilendirdikleri; müzik bölümü öğrencilerinin ise matematiği daha çok algoritmik, kurallı ve bilişsel süreçlere dayalı bir yapı olarak algıladıkları belirlenmiştir. Sonuçlar, matematik öğretiminde öğrencilerin sanat alanlarına özgü algı ve deneyimlerinin dikkate alınmasının, özellikle güzel sanatlar liselerinde matematiğe yönelik tutumların geliştirilmesi açısından önemli olduğunu ortaya koymaktadır.

Anahtar kelimeler: Matematik algısı, metafor analizi, güzel sanatlar lisesi, resim ve müzik öğrencileri, matematik eğitimi.

Fine Arts High School Students’ Metaphorical Perceptions of the Concept of Mathematics

Abstract: The purpose of this study is to reveal the perceptions of students in the visual arts and music departments of a Fine Arts High School regarding the concept of “mathematics” through metaphors and to identify the themes under which these metaphors are categorized. The study was conducted within the framework of a qualitative research approach using a phenomenological design. The study group consists of a total of 71 students enrolled in a public Fine Arts High School during the 2025–2026 academic year. The data were collected through an open-ended metaphor form including the prompt “Mathematics is like ... because ...”. The obtained data were analyzed using systematic metaphor analysis. The findings indicate that students from both departments perceive mathematics as a structured, daily life–related, and moderately challenging discipline. It was determined that students in the visual arts department tend to associate mathematics more with notions of infinity, aesthetics, and affective experiences, whereas students in the music department perceive mathematics more as an algorithmic, rule-based, and cognitively oriented structure. The results suggest that considering students’ art-specific perceptions and experiences in mathematics instruction is important for improving attitudes toward mathematics, particularly in Fine Arts High Schools.

Keywords:

Mathematics perception, metaphor analysis, fine arts high school, visual arts and music students, mathematics education

Giriş

Matematik, bireylerin yalnızca sayısal işlemler yapmalarını sağlayan bir disiplin olmanın ötesinde; akıl yürütme, problem çözme, ilişkilendirme ve soyut düşünme becerilerini geliştiren temel bir düşünme sistemidir. Matematiksel düşünme, bireyin karşılaştığı durumları analiz edebilmesini, düzenli ve sistematik biçimde değerlendirebilmesini sağlamaktadır (Altun, 2015). Buna karşın matematiğin soyut yapısı, öğrenciler tarafından çoğu zaman zor, karmaşık ve anlaşılması güç bir alan olarak algılanmakta; bu durum öğrencilerin matematiğe yönelik tutumlarını ve öğrenme süreçlerini olumsuz yönde etkileyebilmektedir (Baki, 2018).

Öğrencilerin matematiğe ilişkin algıları, onların matematiksel öğrenme yaşantılarını doğrudan belirleyen önemli bir değişkendir. Literatürde matematiğe yönelik olumsuz algıların; kaygı, başarısızlık ve dersten kaçınma davranışlarıyla ilişkili olduğu vurgulanmaktadır (Yenilmez & Özabacı, 2003). Bu

algıların ortaya konulmasında kullanılan yöntemlerden biri metaforlardır. Metaforlar, bireylerin soyut kavramları daha somut ve tanıdık deneyimler aracılığıyla anlamlandırmalarına olanak tanıyan güçlü bilişsel araçlar olarak değerlendirilmektedir (Saban, 2008).

Metaforlar, bireyin bir olguyu başka bir olgu aracılığıyla ifade etmesi yoluyla düşünce dünyasını ve algı biçimini yansıtmaktadır. Saban (2009), metaforların bireylerin zihinsel imgelerini, inançlarını ve duygusal yönelimlerini ortaya koymada etkili bir veri toplama aracı olduğunu belirtmektedir. Matematik bağlamında üretilen metaforlar, öğrencilerin matematiği nasıl konumlandıklarını; matematiği bir süreç, bir engel, bir zorunluluk ya da estetik bir yapı olarak mı algıladıklarını açığa çıkarmaktadır (Güveli, İpek, Atasoy & Güveli, 2011).

Sanat eğitimi alan öğrencilerin matematik algılarının incelenmesi ise ayrı bir önem taşımaktadır. Güzel sanatlar liselerinde öğrenim gören öğrenciler; estetik algı, ritim, bütünlük, düzen ve yaratıcılık gibi kavramlarla yoğun biçimde etkileşim hâlinindedir. Bu kavramlar aynı zamanda matematiğin temel yapı taşları arasında yer almaktadır. Nitekim Dursun ve Dede (2004), matematik ile sanat arasında düzen, oran, simetri ve yapı açısından güçlü bir ilişki bulunduğunu vurgulamaktadır. Buna rağmen, sanat alanında öğrenim gören öğrencilerin matematiği çoğu zaman kendi alanlarından kopuk, soyut ve zorlayıcı bir ders olarak algıladıkları görülmektedir.

Türkiye’de yapılan çalışmalar, güzel sanatlar lisesi öğrencilerinin matematik dersine yönelik tutumlarının genellikle olumsuz olduğunu ve matematiği sanatsal üretim süreçleriyle ilişkilendirmekte zorlandıklarını ortaya koymaktadır (Akın & Kurtoğlu, 2019). Bu durum, matematik öğretiminde öğrencilerin bireysel algılarını ve duyuşsal yönlerini dikkate alan yaklaşımların önemini artırmaktadır. Metafor analizi, bu noktada öğrencilerin matematiğe yükledikleri anlamları derinlemesine inceleme fırsatı sunmaktadır.

Bu yönüyle araştırmanın, matematik eğitimi alanında öğrenci algılarını anlamaya yönelik yerli literatüre katkı sağlaması; özellikle sanat temelli öğrenme ortamlarında matematik öğretiminin yeniden yapılandırılmasına ilişkin çıkarımlar sunması beklenmektedir.

Araştırmanın Amacı

Bu araştırmanın amacı, Güzel Sanatlar Lisesi öğrencilerinin “matematik” kavramına ilişkin algılarını metaforlar aracılığıyla ortaya koymak ve bu metaforların anlam yönünden hangi temalar altında toplandığını belirlemektir.

Araştırmanın Alt Problemleri

- 1) Güzel Sanatlar Lisesi Resim Bölümü öğrencilerinin matematik kavramına yönelik algılarını hangi metaforlar ve gerekçelerle ifade etmişlerdir?
- 2) Güzel Sanatlar Lisesi Müzik Bölümü öğrencilerinin matematik kavramına yönelik algılarını hangi metaforlar ve gerekçelerle ifade etmişlerdir?

Yöntem

Bu araştırma, nitel araştırma yaklaşımı kapsamında fenomenolojik desenle yürütülmüştür. Fenomenolojik yaklaşım, bireylerin gündelik yaşamda karşılaştıkları ancak anlam çerçevesi tam olarak açıklığa kavuşmamış olguları derinlemesine incelemeye odaklanan bir araştırma türüdür (Yıldırım ve Şimşek, 2021). Fenomenolojik araştırmalarda temel amaç, araştırmaya katılan bireylerin belirli bir olguya ilişkin paylaştıkları ortak deneyimlerin ne anlama geldiğini ortaya koymaktır (Güler, Halıcıoğlu ve Taşgın, 2015). Bu nedenle yapılandırılmış ancak anlam yönü henüz netleşmemiş kavramların incelenmesi fenomenolojik desenle uyumludur. Bu gerekçeler doğrultusunda, araştırmada fenomenolojik desenin tercih edilmesi uygun bulunmuştur. Bu çalışmada odaklanılan temel olgu; Güzel Sanatlar Lisesi öğrencilerinin “matematik” kavramını zihinsel olarak nasıl konumlandıkları ve bu kavramı hangi anlam çerçeveleri içerisinde değerlendirdikleridir. Metaforlar, bireylerin eğitim bağlamındaki bir olguyu nasıl algıladıklarını ve bu olguya ilişkin zihinsel yapılarını ortaya çıkarmada

etkili bir araştırma aracıdır (Saban, 2009). Bu doğrultuda bu araştırmada da öğrencilerin bu kavrama dair düşüncelerinin görünür hale getirilmesinde ise metaforik ifadeler veri kaynağı olarak kullanılmıştır.

Çalışma Grubu

Araştırmanın çalışma grubunu Türkiye’de bir devlet Güzel Sanatlar Lisesi’nde resim ve müzik alanlarında öğrenim görmekte olan 82 öğrenci oluşturmaktadır. Ölçüt örnekleme, önceden belirlenen belirli özellik veya koşulları taşıyan katılımcıların araştırmaya dâhil edilmesini esas alan bir örnekleme türüdür (Yıldırım & Şimşek, 2021). Bu çalışmada da katılımcılar amaçlı örnekleme yöntemiyle seçilmiş olup; 2025-2026 eğitim öğretim yılında bir güzel sanatlar lisesinde okuyor olmak ve araştırmaya gönüllü olarak katılmak seçim ölçütleri olarak belirlenmiştir. Katılımcı gizliliğini sağlamak amacıyla öğrencilere resim veya müzik bölümünde olma durumuna göre R-1, M-1 gibi kodlamalar verilmiştir. Metafor çalışmalarında gönüllülük ve kimlik gizleme araştırma etiği açısından yaygın uygulanan bir yaklaşımdır.

Veri Toplama Süreci ve Aracı

Araştırmanın verileri, 2025-2026 eğitim-öğretim yılının kasım ayında açık uçlu anket formu ile toplanmıştır. Anketin ilk bölümünde öğrencilere sınıf düzeyi, cinsiyet, okudukları sanat alanı gibi sorular yöneltilmiştir. İkinci bölümünde ise öğrencilerden “Matematik ... gibidir; çünkü ...” ifadesini anlamlı birer gerekçeyle tamamlamaları istenmiştir. Fikirlerini çizimle ifade etmek isteyen katılımcılar için de sorunun altında bir alan ayrılmıştır.

Araştırmaya dâhil olan öğrencilere sürece başlamadan önce çalışmanın amacı, katılımlarının gönüllülük esasına dayandığı ve paylaştıkları verilerin yalnızca bu araştırma kapsamında değerlendirileceği açıklanmıştır. Katılımcı gizliliğini sağlamak adına gerçek isimler raporlamada kullanılmamış, bunun yerine öğrenciler kodlarla temsil edilmiştir (örneğin R-1, M-1vb.). Veri toplama sürecinde metafor formu doğrudan sınıf ortamında uygulanmış ve öğrenciler ifadelerini araştırmacının bulunduğu eğitim ortamında, aynı oturum içerisinde tamamlamıştır. Formlar yüz yüze toplanmış olup çevrim içi bir doldurma yöntemi tercih edilmemiştir.

Veri Analizi

Bu araştırmada, Güzel Sanatlar Lisesi resim ve müzik bölümü öğrencilerinin “matematik” kavramına ilişkin geliştirdikleri metaforların analiz edilmesi ve yorumlanması sürecinde, metaforların içeriksel olarak incelenmesine olanak tanıyan sistematik metafor analizi yöntemi kullanılmıştır (Saban vd., 2006). Analiz süreci aşağıda belirtilen aşamalar doğrultusunda gerçekleştirilmiştir:

1. Adlandırma ve Etiketleme

Analizin ilk aşamasında, öğrencilerin matematik kavramına ilişkin ürettikleri metaforlar belirlenmiş; her bir metafor ifadesi ve gerekçesi incelenerek numaralandırılmış ve bilgisayar ortamına aktarılmıştır. Bu aşamada, metafor ile gerekçesi arasında anlamlı bir ilişki bulunup bulunmadığı değerlendirilmiş; matematik kavramını açık biçimde ifade etmeyen, metafor özelliği taşımayan ya da gerekçesi bulunmayan 6 yanıt araştırma kapsamı dışında bırakılmıştır.

2. Sınıflandırma

İkinci aşamada, geçerli metaforlar ortak özellikleri dikkate alınarak sınıflandırılmıştır. Her bir metafor; metaforun kaynağı, metaforun konusu ve bu iki unsur arasındaki ilişki temel alınarak analiz edilmiş, benzer nitelikler taşıyan metaforlar geçici gruplar altında toplanmıştır. Bu aşamada, metaforu ile gerekçesi arasında ilişki kuramayan veya metaforunu yeterince açıklayamayan 5 öğrenci yanıtı elenmiştir. Böylece toplamda analizi yapılacak 41’i resim bölümünden ve 30’u müzik bölümünden olmak üzere toplam 71 öğrenci metaforu kalmıştır.

3. Kodlama ve Kategorileştirme

Üçüncü aşamada, sınıflandırılan metaforlar, metaforun konusu ile kaynağı arasındaki ilişki temel alınarak belirli kategoriler altında gruplandırılmıştır. Kodlama süreci veriye dayalı olarak gerçekleştirilmiş; önceden belirlenmiş herhangi bir kategori ya da kuramsal çerçeve kullanılmamıştır. Öğrencilerin sundukları metaforlar ve gerekçeleri incelenerek anlamlı ilişkiler doğrultusunda kodlar

oluşturulmuş, benzer kodlar bir araya getirilerek temalar belirlenmiştir. Bu süreçte resim ve müzik bölümü öğrencilerinin metaforik algıları ayrı ayrı ele alınmıştır.

4. Güvenirlik Değerlendirmesi

Metaforların sınıflandırılması ve kategorilere ayrılması sürecinin güvenilirliğini sağlamak amacıyla, kodlamalar iki araştırmacı tarafından bağımsız olarak gerçekleştirilmiştir. Kodlayıcılar arası güvenilirlik, Miles ve Huberman (1994) tarafından önerilen formül kullanılarak hesaplanmıştır:

$$\text{Güvenirlik} = \text{Görüş Birliği} / (\text{Görüş Birliği} + \text{Görüş Ayrılığı}) \times 100$$

Yapılan hesaplamalar sonucunda, M kodlu metaforlar için kodlayıcılar arası uyum yüzdesi %90, R kodlu metaforlar için ise %87,80 olarak belirlenmiştir. Elde edilen bu değerler, nitel araştırmalar için kabul edilen %70 güvenilirlik ölçütünün üzerinde olup, kodlamaların güvenilir olduğunu göstermektedir. Görüş ayrılığı bulunan kodlar, araştırmacılar arasında yapılan değerlendirme ve tartışmalar sonucunda ortak karara bağlanmıştır.

5. Nicel Analiz

Son aşamada, her bir tema ve kategori altında yer alan metaforların frekans ve yüzde değerleri hesaplanmıştır. Bu analiz, resim ve müzik bölümü öğrencilerinin matematik kavramını hangi temalar çerçevesinde daha yoğun algıladıklarını ortaya koymak amacıyla yapılmıştır. Bulguların sunumunda, öğrencilerin metafor ifadelerinden doğrudan alıntılara yer verilmiştir.

Geçerlik ve Güvenirlik

Bu araştırmada elde edilen nitel verilerin güvenilirliğini sağlamak amacıyla kodlayıcılar arası uyum incelenmiştir. Metafor formlarından elde edilen veriler, iki araştırmacı tarafından birbirinden bağımsız olarak kodlanmış ve kodlama sürecinde önceden belirlenen tema ve kategoriler esas alınmıştır. Kodlama işleminin ardından, araştırmacılar tarafından yapılan kodlamalar karşılaştırılmış ve görüş birliği ile görüş ayrılığı durumları belirlenmiştir. Kodlayıcılar arası güvenilirlik, Miles ve Huberman (1994) tarafından önerilen ($\text{Güvenirlik} = \text{Görüş Birliği} / (\text{Görüş Birliği} + \text{Görüş Ayrılığı}) \times 100$) formülü kullanılarak hesaplanmıştır.

Yapılan hesaplamalar sonucunda, M kodlu metaforlar için kodlayıcılar arası uyum yüzdesi %90, R kodlu metaforlar için ise %87,80 olarak bulunmuştur. Elde edilen bu değerler, nitel araştırmalar için kabul edilen %70 güvenilirlik ölçütünün üzerinde olup, araştırmada yapılan kodlamaların güvenilir olduğunu göstermektedir. Görüş ayrılığı bulunan kodlar, araştırmacılar arasında yapılan değerlendirme ve tartışmalar sonucunda yeniden ele alınarak ortak karara varılmıştır.

Bulgular

Araştırmanın alt problemlerine ait bulgular aşağıda sunulmuştur.

Tablo 1

Resim Bölümü Öğrencilerinin Matematiğe Yönelik Metaforik Algıları

Tema	Kategoriler	Kodlar	% (f)
	Matematiğin Sınırsız ve Sonsuz Yapısı	Bitmeyen ve sınırsız yapı	%19.51 (8)
	Duyuşsal Bir Deneyim Olarak Matematik	Korku ve kaygı uyandırma	%9.76 (4)

Resim Bölümü Öğrencilerinin Matematiğe Yönelik Metaforik Algıları	Karmaşıklık ve %7.32 anlaşılmazlık (3)	
	Öğrenme Süreci Olarak Matematik	Çaba ve süreklilik gerektirme %14.63 (6)
		Temelden karmaşığa ilerleme %2.44 (1)
	Günlük Yaşamla İlişkili Matematik	Hayatın her alanında yer alma %7.32 (3)
	Matematiğin Yapısal Özellikleri	Parça-bütün ve %7.32 düzen ilişkisi (3)
	Matematik ve Sanat İlişkisi	Sanatsal, estetik ve anlamlı yapı %19.51 (8)
Toplam		%100 (41)

Resim bölümü öğrencilerinin matematiğe yönelik metaforik algılarına ilişkin bulgular Tablo 1’te sunulmuştur. Analiz sonucunda öğrencilerin metaforları yedi kategori ve bu kategorileri kapsayan temalar altında toplanmıştır.

Tablo incelendiğinde, öğrencilerin matematiği en yüksek oranda “Matematiğin Sınırsız ve Sonsuz Yapısı” kategorisi kapsamında algıladıkları görülmektedir (%19.51, f=8). Bu kategori altında yer alan metaforlar, matematiğin bitmeyen, sürekli genişleyen ve ucu açık bir yapı olarak algılandığını göstermektedir. Bu durum, öğrencilerin matematiği sonu olmayan bir öğrenme alanı olarak gördüklerine işaret etmektedir. Matematiğin sınırsız ve sonsuz yapısı kategorisinde yer alan metaforların bazıları aşağıda verilmiştir:

“Matematik evren gibidir; çünkü hiçbir zaman sonu gelmez.” (R3)

“Matematik insan gibidir; çünkü anladığını düşündükçe yeni problemler ortaya çıkar.” (R5)

“Matematik yeni bir bina inşa etmek gibidir; çünkü temeli sağlam atmazsan sonu iyi bitmiyor.” (R6)

Öğrencilerin matematiğe yönelik algılarında öne çıkan bir diğer kategori “Matematik ve Sanat İlişkisi”dir (%19.51, f=8). Bu kategori altında matematik; sanatsal, estetik ve anlamlı bir yapı olarak betimlenmiştir. Bulgular, resim bölümü öğrencilerinin matematiği sanatla ilişkilendirerek algıladıklarını ve matematiksel yapılarla estetik düzen arasında bağ kurduklarını ortaya koymaktadır. Matematik ve sanat ilişkisi kategorisinde yer alan metaforların bazıları aşağıda verilmiştir:

“Matematik kitap okumak gibidir; çünkü anlam kurdukça güzelleşir.” (R1)

“Matematik insan gibidir; çünkü tanıdıkça farklı yönlerini görürsün.” (R5)

“Matematik evren gibidir; çünkü içinde bir düzen ve estetik vardır.” (R3)

“Öğrenme Süreci Olarak Matematik” kategorisi (%17.07, f=7), öğrencilerin matematiği önemli ölçüde emek, çaba ve süreklilik gerektiren bir öğrenme süreci olarak gördüklerini göstermektedir. Bu kategori içinde özellikle “çaba ve süreklilik gerektirme” kodunun (%14.63, f=6) öne çıktığı, buna karşın “temelden karmaşığa ilerleme” kodunun sınırlı sayıda metaforla temsil edildiği (%2.44, f=1)

görülmektedir. Öğrenme süreci olarak matematik kategorisinde yer alan metaforların bazıları aşağıda verilmiştir:

“Matematik yeni bir bina inşa etmek gibidir; çünkü temeli sağlam atmazsan sonu iyi bitmiyor.” (R6)

“Matematik kitap okumak gibidir; çünkü öğrendikçe aklında kalır.” (R1)

“Matematik insan gibidir; çünkü tanıdıkça yeni yönleri ortaya çıkar.” (R5)

Duyuşsal boyuta ilişkin bulgular incelendiğinde, “Duyuşsal Bir Deneyim Olarak Matematik” kategorisinin toplamda %17.08 (f=7) oranında temsil edildiği görülmektedir. Bu kategori altında matematik; korku ve kaygı uyandıran (%9.76, f=4) ve karmaşık, anlaşılması güç bir yapı (%7.32, f=3) olarak betimlenmiştir. Bu durum, öğrencilerin matematiğe yönelik olumsuz duyuşsal deneyimlere sahip olduklarını göstermektedir. Duyuşsal bir deneyim olarak matematik kategorisinde yer alan metaforların bazıları aşağıda verilmiştir:

“Matematik su gibidir; çünkü bizi boğar.” (R2)

“Matematik denklem çözmek gibidir; çünkü çok karışıktır.” (R4)

“Matematik insan gibidir; çünkü anladığını sandıkça zorlaşır.” (R5)

Öğrencilerin bir kısmı matematiği günlük yaşamla ilişkili bir alan olarak algılamaktadır. “Günlük Yaşamla İlişkili Matematik” kategorisi %7.32 (f=3) oranında temsil edilmekte olup, matematiğin hayatın her alanında yer aldığına vurgu yapılmaktadır. Günlük yaşamla ilişkili matematik kategorisinde yer alan metaforların bazıları aşağıda verilmiştir:

“Matematik kitap okumak gibidir; çünkü öğrendikçe aklında kalır.” (R1)

“Matematik evren gibidir; çünkü her yerde vardır.” (R3)

“Matematik yeni bir bina inşa etmek gibidir; çünkü sağlam olmazsa hayat da ilerlemez.” (R6)

Son olarak, “Matematiğin Yapısal Özellikleri” kategorisi (%7.32, f=3) kapsamında matematik; parça–bütün ilişkisine dayalı, düzenli ve sistematik bir yapı olarak ifade edilmiştir. Bu bulgu, öğrencilerin matematiği yalnızca işlemsel değil, aynı zamanda belirli bir düzen ve yapı içeren bir disiplin olarak algıladıklarını göstermektedir. Matematiğin yapısal özellikleri kategorisinde yer alan metaforların bazıları aşağıda verilmiştir:

“Matematik denklem çözmek gibidir; çünkü çok karışıktır.” (R4)

“Matematik yeni bir bina inşa etmek gibidir; çünkü her şey temele bağlıdır.” (R6)

“Matematik insan gibidir; çünkü düzenli düşünmezsen anlaşılır.” (R5)

Genel olarak değerlendirildiğinde, resim bölümü öğrencilerinin matematiğe yönelik metaforik algılarının; matematiğin sınırsız yapısı, sanatsal boyutu ve öğrenme sürecindeki çaba gerektiren yönü etrafında yoğunlaştığı; bununla birlikte matematiğe ilişkin olumsuz duyuşsal algıların da dikkate değer düzeyde olduğu görülmektedir.

Tablo 2

Müzik Bölümü Öğrencilerinin Matematiğe Yönelik Metaforik Algıları

Tema	Kategoriler	Kodlar	% (f)
------	-------------	--------	-------

Müzik Bölümü Öğrencilerinin Matematiğe Yönelik Metaforik Algıları	Öğrenme ve Anlama Süreci Olarak Matematik	Parça-bütün ilişkisiyle öğrenme	%10.00 (3)
		Keşfederek ve sorgulayarak öğrenme	%10.00 (3)
		Zihinsel yoğunluk ve düşünme süreci	%6.67 (2)
	Duyuşsal Bir Deneyim Olarak Matematik	Zorluk ve karmaşıklık algısı	%10.00 (3)
		Kaçınılmazlık ve zorunluluk hissi	%6.67 (2)
		Haz ve bağımlılık duygusu	%3.33 (1)
	Günlük Yaşamla İlişkili Matematik	Günlük yaşamla iç içe olma	%13.33 (4)
		Her alana yayılan kapsayıcılık	%6.67 (2)
	Matematiğin Yapısal Özellikleri	Algoritmik ve düzenli yapı	%13.33 (4)
		Zaman ve süreç gerektiren yapı	%3.33 (1)
	Matematik ve Sanat İlişkisi	Sanatsal, ritmik ve uyumlu yapı	%13.33 (4)
Toplam			%100 (30)

Müzik bölümü öğrencilerinin matematiğe yönelik metaforik algılarına ilişkin bulgular Tablo 2’de sunulmuştur. Analiz sonucunda öğrencilerin metaforlarının beş ana kategori altında toplandığı görülmektedir.

Tablo incelendiğinde, müzik bölümü öğrencilerinin matematiği önemli ölçüde “Öğrenme ve Anlama Süreci Olarak Matematik” kategorisi kapsamında algıladıkları görülmektedir. Bu kategori altında yer alan metaforlar, matematiğin parça-bütün ilişkisiyle öğrenilen (%10.00, f=3), keşfederek ve sorgulayarak yapılandırılan (%10.00, f=3) ve zihinsel yoğunluk ile düşünme süreci gerektiren (%6.67, f=2) bir alan olarak değerlendirildiğini göstermektedir. Bu bulgular, öğrencilerin matematiği aktif bilişsel süreçlerle ilişkilendirdiklerine işaret etmektedir. Öğrenme ve anlama süreci olarak matematik kategorisinde yer alan metaforların bazıları aşağıda verilmiştir:

“Matematik bir enstrüman gibidir; çünkü önem verirken üzerinde durursan çok iyi bilirsin ama üzerinde durmazsan yapamazsın.” (M11)

“Matematik bağlama gibidir; çünkü çalışmadan ve emek göstermeden çalamazsın; ruhunu güzelleştirir.” (M28)

“Matematik bağımlılık gibidir; çünkü bir kere başardınsa ikinciye de istersin, üçüncüyü de.” (M5)

Öğrencilerin matematiğe yönelik algılarında öne çıkan bir diğer kategori “Duyuşsal Bir Deneyim Olarak Matematik”tir. Bu kategori kapsamında matematik; zorluk ve karmaşıklık algısı (%10.00, f=3), kaçınılmazlık ve zorunluluk hissi (%6.67, f=2) ile haz ve bağımlılık duygusu (%3.33, f=1) üzerinden betimlenmiştir. Bu durum, müzik bölümü öğrencilerinin matematiğe yönelik hem olumsuz hem de olumlu duyuşsal deneyimleri bir arada yaşadıklarını göstermektedir. Duyuşsal bir deneyim olarak matematik kategorisinde yer alan metaforların bazıları aşağıda verilmiştir:

“Matematik baş ağrısı gibidir; çünkü her ne kadar istemesen de hayatımıza problemleriyle çıkar.” (M17)

“Matematik sevmediğimiz akraba gibidir; çünkü istemesek de görüşmek zorunda kalırız.” (M25)

“Matematik bıçak gibidir; çünkü şimdi öğrenmezsen gelecekte seni bıçaklar.” (M23)

“Günlük Yaşamla İlişkili Matematik” kategorisi %20.00 (f=6) oranıyla dikkat çekmektedir. Öğrencilerin matematiği günlük yaşamla iç içe bir alan (%13.33, f=4) ve her alana yayılan kapsayıcı bir yapı (%6.67, f=2) olarak algıladıkları görülmektedir. Bu bulgu, matematiğin öğrenciler tarafından yaşamın doğal bir parçası olarak konumlandırıldığını ortaya koymaktadır. Günlük yaşamla ilişkili matematik kategorisinde yer alan metaforların bazıları aşağıda verilmiştir:

“Matematik hayat gibidir; çünkü hayatımızın kalbindedir, içindedir.” (M2)

“Matematik yaşamın bir parçası gibidir; çünkü genel olarak hayatımızın her alanında vardır ve kullanırız.” (M14)

“Matematik hayat gibidir; çünkü içinde zorluklarla karşılaşırız ve aynı zamanda her yerde karşımıza çıkar.” (M18)

Müzik bölümü öğrencilerinin matematiğe yönelik algılarında “Matematiğin Yapısal Özellikleri” kategorisi de önemli bir yer tutmaktadır. Bu kategori altında matematik; algoritmik ve düzenli bir yapı (%13.33, f=4) olarak tanımlanırken, zaman ve süreç gerektiren bir alan (%3.33, f=1) olarak da ifade edilmiştir. Bu bulgular, öğrencilerin matematiği belirli kurallara ve sistematik bir yapıya sahip bir disiplin olarak algıladıklarını göstermektedir. Matematiğin yapısal özellikleri kategorisinde yer alan metaforların bazıları aşağıda verilmiştir:

“Matematik algoritma gibidir; çünkü her şeyin bir sırası vardır. Sırasız çalışırsa sistem çöker.” (M24)

“Matematik otobüs gibidir; çünkü beynini ne kadar doldurursan o kadar iyi yaparsın.” (M21)

“Matematik hesap makinesi gibidir; çünkü her zaman sayılarla uğraşır.” (M15)

Son olarak, “Matematik ve Sanat İlişkisi” kategorisi %13.33 (f=4) oranında temsil edilmiştir. Matematiğin sanatsal, ritmik ve uyumlu bir yapı olarak algılanması, müzik bölümü öğrencilerinin matematik ile müzik arasında yapısal ve estetik benzerlikler kurduklarını ortaya koymaktadır. Matematik ve sanat ilişkisi kategorisinde yer alan metaforların bazıları aşağıda verilmiştir:

“Matematik müzik gibidir; çünkü çözmesi çok karışıktır ve anlaması zor bir derstir.” (M13)

“Matematik notalarla gezmek gibidir; çünkü her sonuç farklı ses verir.” (M29)

“Matematik bağlama gibidir; çünkü çalışmadan ve emek göstermeden çalamazsın.” (M28)

Genel olarak değerlendirildiğinde, müzik bölümü öğrencilerinin matematiğe yönelik metaforik algılarının; matematiğin öğrenme süreci, günlük yaşamla ilişkisi ve yapısal özellikleri etrafında

yoğunlaştığı, bununla birlikte matematiğin sanatsal yönüne ilişkin algıların da dikkat çekici düzeyde olduğu görülmektedir

Tablo 3

Müzik ve Resim Bölümü Öğrencilerinin Matematiğe Yönelik Metaforik Algılarının Karşılaştırılması

Kategori	Kod	M (f)	R (f)	Yorum (Kısa)
Matematiğin Yapısı	Sınırsız Bitmeyen ve sınırsız yapı	2	8	Sonsuzluk algısı R grubunda belirgin biçimde baskındır.
Matematiğin Özellikleri	Yapısal Parça-bütün ve düzen ilişkisi	3	3	Her iki grupta da matematik yapılandırılmış bir sistem olarak görülmektedir.
	Algoritmik ve kurallı yapı	4	–	Bu algı yalnızca M grubunda ortaya çıkmıştır.
Öğrenme ve Süreci	Anlama Keşfederek ve sorgulayarak öğrenme	3	–	M grubunda bilişsel farkındalık daha yüksektir.
	Çaba ve süreklilik gerektirme	–	6	R grubunda matematik daha çok emek gerektiren bir süreç olarak algılanmaktadır.
Duyuşsal Bir Deneyim Olarak Matematik	Zorluk ve karmaşıklık algısı	3	3	Her iki grupta ortak bir zorlanma algısı vardır.
	Korku ve kaygı uyandırma	–	4	Bu kod yalnızca R grubunda görülmektedir.
	Zorunluluk kaçınılmazlık	ve 2	–	Bu algı M grubuna özgüdür.
Günlük Yaşamla İlişkili Matematik	Hayatın her alanında yer alma	4	3	Matematiğin yaşamla ilişkisi her iki grupta da vurgulanmıştır.
Matematik ve Sanat İlişkisi	Sanatsal ve estetik yapı	4	8	Sanatla ilişkilendirme R grubunda çok daha güçlüdür.

Müzik (M) ve resim (R) bölümü öğrencilerinin matematiğe yönelik metaforik algılarının karşılaştırılmasına ilişkin bulgular Tablo 3’te sunulmuştur. Karşılaştırmalı analiz sonucunda, iki grubun matematiği algılama biçimlerinde hem ortaklıklar hem de belirgin farklılıklar olduğu görülmektedir.

Tablo incelendiğinde, “Matematiğin Sınırsız Yapısı” kategorisine ilişkin “bitmeyen ve sınırsız yapı” kodunun R grubunda (f=8) M grubuna (f=2) kıyasla belirgin biçimde daha yüksek olduğu görülmektedir. Bu bulgu, resim bölümü öğrencilerinin matematiği daha çok sonsuzluk ve sınırsızlık kavramlarıyla ilişkilendirdiklerini göstermektedir.

“Matematiğin Yapısal Özellikleri” kategorisi altında yer alan “parça-bütün ve düzen ilişkisi” kodunun her iki grupta da eşit sıklıkta (M: f=3; R: f=3) temsil edilmesi, matematiğin her iki grup tarafından da

yapılandırılmış ve düzenli bir sistem olarak algılandığını ortaya koymaktadır. Buna karşın, “algoritmik ve kurallı yapı” kodunun yalnızca M grubunda (f=4) görülmesi, müzik bölümü öğrencilerinin matematiği daha kural temelli ve sistematik bir disiplin olarak değerlendirdiklerini düşündürmektedir.

“Öğrenme ve Anlama Süreci” kategorisi incelendiğinde, “keşfederek ve sorgulayarak öğrenme” kodunun yalnızca M grubunda (f=3) ortaya çıktığı görülmektedir. Bu bulgu, müzik bölümü öğrencilerinin matematik öğrenme sürecinde bilişsel farkındalık ve aktif öğrenme vurgusunun daha güçlü olduğunu göstermektedir. Buna karşılık, “çaba ve süreklilik gerektirme” kodunun yalnızca R grubunda (f=6) yer alması, resim bölümü öğrencilerinin matematiği daha çok emek ve süreklilik gerektiren bir süreç olarak algıladıklarını ortaya koymaktadır.

“Duyuşsal Bir Deneyim Olarak Matematik” kategorisi altında yer alan “zorluk ve karmaşıklık algısı” kodunun her iki grupta da eşit sıklıkta (M: f=3; R: f=3) temsil edilmesi, öğrencilerin matematiğe yönelik ortak bir zorlanma algısına sahip olduklarını göstermektedir. Bununla birlikte, “korku ve kaygı uyandırma” kodunun yalnızca R grubunda (f=4), “zorunluluk ve kaçınılmazlık” kodunun ise yalnızca M grubunda (f=2) görülmesi, grupların matematiğe yönelik duyuşsal tepkilerinde farklılaştıklarını ortaya koymaktadır.

“Günlük Yaşamla İlişkili Matematik” kategorisinde yer alan “hayatın her alanında yer alma” kodunun her iki grupta da benzer sıklıkta (M: f=4; R: f=3) temsil edilmesi, matematiğin yaşamla ilişkisinin her iki grup tarafından da güçlü biçimde vurgulandığını göstermektedir.

Son olarak, “Matematik ve Sanat İlişkisi” kategorisi altında yer alan “sanatsal ve estetik yapı” kodunun R grubunda (f=8) M grubuna (f=4) kıyasla daha yüksek olduğu görülmektedir. Bu bulgu, resim bölümü öğrencilerinin matematiği sanatsal ve estetik boyutlarıyla ilişkilendirme eğilimlerinin müzik bölümü öğrencilerine göre daha güçlü olduğunu ortaya koymaktadır.

Genel olarak değerlendirildiğinde, müzik ve resim bölümü öğrencilerinin matematiğe yönelik metaforik algılarında belirli ortak temalar bulunmakla birlikte, öğrenme süreci, duyuşsal deneyimler ve matematik–sanat ilişkisi bağlamında gruplar arasında anlamlı farklılıklar olduğu görülmektedir.

Sonuç ve Tartışma

Bu araştırma, müzik ve resim bölümü öğrencilerinin matematiğe yönelik metaforik algılarının önemli ölçüde benzerlikler taşımasının yanı sıra, öğrenme süreci, duyuşsal deneyimler ve matematik–sanat ilişkisi bağlamlarında anlamlı farklılıklar içerdiğini ortaya koymuştur.

Araştırma sonucunda, her iki grubun da matematiği yapılandırılmış, günlük yaşamla ilişkili ve belirli ölçüde zorlayıcı bir disiplin olarak algıladıkları belirlenmiştir. Bununla birlikte, resim bölümü öğrencilerinin matematiği daha çok sınırsızlık, estetik ve duygusal deneyimlerle ilişkilendirdikleri; müzik bölümü öğrencilerinin ise matematiği kurallı, algoritmik ve bilişsel süreçlere dayalı bir yapı olarak algıladıkları sonucuna ulaşılmıştır. Elde edilen bulgular, matematik öğretiminde öğrencilerin sanat alanlarına özgü algı ve deneyimlerinin dikkate alınmasının önemini ortaya koymaktadır. Özellikle güzel sanatlar liselerinde matematik öğretiminin, öğrencilerin alanlarına özgü metaforik algılarıyla ilişkilendirilerek yapılandırılması, matematiğe yönelik tutumların olumlu yönde geliştirilmesine katkı sağlayabilir.

Bu bağlamda, matematik öğretiminde disiplinler arası yaklaşımların güçlendirilmesi, matematiğin sanatsal, estetik ve yapısal boyutlarının farklı sanat alanlarına uygun biçimde ele alınması önerilmektedir. Gelecek araştırmalarda, farklı sanat dallarındaki öğrencilerin matematiğe yönelik algılarının karşılaştırmalı olarak incelenmesi ve bu algıların akademik başarı ve matematik tutumlarıyla ilişkilerinin araştırılması, alana önemli katkılar sağlayacaktır.

Kaynakça

Akın, A., & Kurtoğlu, M. (2019). Güzel sanatlar lisesi öğrencilerinin matematik dersine yönelik tutumlarının incelenmesi. *Güzel Sanatlar Eğitimi Araştırmaları Dergisi*, 5(1), 45–58.

- Altun, M. (2015). *Ortaokullarda matematik öğretimi* (10. baskı). Aktüel Yayınları.
- Baki, A. (2018). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi* (6. baskı). Harf Eğitim Yayıncılık.
- Dursun, Ş., & Dede, Y. (2004). Matematik ve sanat ilişkisi üzerine bir inceleme. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24(2), 23–39.
- Güler, A., Halıcıoğlu, M. B., & Taşgın, A. (2015). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma: teorik çerçeve-pratik öneriler-7 farklı nitel araştırma yaklaşımı-kalite ve etik hususlar*. Seçkin.
- Güveli, E., İpek, A. S., Atasoy, E., & Güveli, H. (2011). Sınıf öğretmeni adaylarının matematik kavramına ilişkin metafor algıları. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 2(2), 140–159.
- Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook* (2nd ed.). Sage Publications.
- Saban, A. (2008). Okula ilişkin metaforlar. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Yönetimi*, 55, 459–496.
- Saban, A. (2009). Öğretmen adaylarının öğrenci kavramına ilişkin sahip oldukları metaforlar. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, 7(2), 281–326.
- Saban, A. (2009). Öğretmen adaylarının öğrenci kavramına ilişkin sahip oldukları zihinsel imgeler. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, 7(2), 281–326.
- Yenilmez, K., & Özabacı, N. (2003). Yatılı öğretmen okulu öğrencilerinin matematik kaygı düzeyleri. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 16(1), 1–15.
- Yıldırım, A., ve Şimşek, H. (2021). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Seçkin Yayıncılık.

Tümdengelimli Matematik Öğretimi (TÜMDENMAT) Modelinin Özel Dörtgenlerin Hiyerarşik Sınıflamasını Kavramaya Etkisinin İncelenmesi

İsmail YILDIRIM

Matematik, yapısı itibarıyla aksiyomlar ve tanımlardan yola çıkılarak tümdengelimli akıl yürütmeye elde edilen mantıksal çıkarımlara dayandığı için tümdengelimli bir bilimdir (Ayalon & Even, 2008; Aylar & Şahiner, 2016; Demiral, 2008). Öğretmenlerin, öğretimde çoğunlukla tümdengelimli akıl yürütmeyi temele alan "sunuş" yöntemini tercih etmeleri (Şensoy & Kılıç, 2021) matematiğin bu yapısından kaynaklanıyor olabilir. Ancak sunuş yoluyla öğretim, öğrenciyi merkeze alamadığı için aktif katılımı zayıflatmakta ve öğrenciyi zihinsel olarak; örneğin bir buluşa göre daha pasif kılmaktadır (Baki, 2008; Çepni, 2010). Öğrencileri zihinsel yönden aktif kılan "buluş" yoluyla öğretim ise tümevarımlı akıl yürütmeyi (örneklerden genellemeye ulaşmayı) temele almaktadır (Akengin & Başbuğ, 2019; Mosston & Ashworth, 2002). Bu ikilemi çözmek adına matematiğin tümdengelimli yapısına uygun olan ama öğrenciyi pasif kılan öğretimi, aktif bir forma dönüştürebilmek için, tanım veya önermenin öğretmen tarafından verilip, örneklerin öğrenciler tarafından bulunduğu, tümdengelimli akıl yürütmeyi temele alan ve Yıldırım (2025) tarafından Tümdengelimli veya Tersine Buluş Yöntemi olarak önerilen yeni bir buluş türü işe koşulabilir. Ne var ki, verilen bir genellemeye uygun örnek üretmek öğrenciye epey bilişsel yük getiren, zorlayıcı bir etkinliktir (Yüce, 2017). Örnek üretmenin her seviyeden öğrenci için başarılabilir olmasını sağlamak amacıyla bu öğretim süreci Yıldırım (2025) tarafından sırasıyla; sunma, hatırlatma, hayal etme (zihinde canlandırma), yansıtma, gerekçelendirme, değerlendirme, yardımlaşma, yönlendirme ve açıklama olmak üzere 9 basamağa bölünerek basamaklandırılmış ve Tümdengelimli Matematik Öğretimi (TÜMDENMAT) Modeli olarak geliştirilmiştir.

TÜMDENMAT Modeliyle Özel Dörtgenler Konusunda Uygulama Yapılmasının Gerekçesi

Literatürde öğrencilerin Özel Dörtgenlerin Hiyerarşik Sınıflamasını (ÖDHS) kavramada, özel dörtgenlerin tanımlarını ve özelliklerini bilmede, örneklerini belirlemede sorun yaşadıkları vurgulanmaktadır (Ergün, 2010; Fujita, 2012; Fujita & Jones, 2007; Türnüklü, Gündoğdu-Alaylı, & Akkaş, 2013; Zeybek-Şimşek, 2019). Bu sorunları aşabilmek için öğrencilerin özel dörtgenlerin tanım ve özelliklerini iyi öğrenmeleri, bir dörtgenin sadece alışlagelmiş şekliyle (prototipiyle) değil olası bütün örnekleriyle de muhatap kılınmaları (Güven, Öztürk, & Bülbül, 2019) ve süreçte tümdengelimli muhakeme becerilerinin geliştirilmesi (van de Walle, Karp, & Bay-Williams, 2004) gerektiği ifade edilmektedir. Öğrencileri sadece şeklin dış görünüşüne veya prototipine dayalı oluşabilecek yanlış algılardan kurtarmak için şeklin değil, kavramın kontrolünde öğretim yapılması zorunludur (Fischbein, 1993). Tanımları merkeze alarak kavramın kontrolünde öğretim yapmak (Karpuz, Koparan, & Güven, 2014; Toumasis, 1995) ve tümdengelimli muhakemeyi geliştirmek, öğretimi tümdengelimli yolla yapmayı tercihe zorlamaktadır. Öğrencilerin bu tümdengelimli süreçte pasif kalma riskini ortadan kaldırarak öğretimi, basamaklandırılmış aktif bir örnek üretme sürecine dönüştüren TÜMDENMAT modeli öğretim yapmak özel dörtgenler konusu bağlamında bir çözüm olarak gözükmektedir.

TÜMDENMAT Modelinin Amacı

TÜMDENMAT Modelinin genel amacı, matematiğin tümdengelimli yapısına uygun olan ancak öğrenciyi pasif kılan geleneksel "sunuş" yöntemini, tanımları ve önermeleri merkeze alarak kavramın kontrolünde öğretim yapılmasını sağlayacak ve öğrenciyi zihinsel olarak aktif kılacak, Tümdengelimli/Tersine Buluş Yöntemini de içine alacak şekilde basamaklandırılmış bir öğretim formuna dönüştürmektir. Bu doğrultuda, tanım veya önermenin öğretmen tarafından sunulup örneklerin bizzat öğrenciler tarafından üretildiği "tümdengelimli akıl yürütmeyi temele alan" bir süreç tasarlanmış ve öğrencilerin yüksek bilişsel yükünü hafifletmek için bu öğretim dokuz basamağa bölünerek her seviyeden öğrenci için başarılabilir hale getirilmeye çalışılmıştır.

TÜMDENMAT Modeliyle Özel Dörtgenler Konusunda Uygulama Yapılmasının Amacı

TÜMDENMAT Modeli ile özel dörtgenler konusuna uygulama yapılmasının amacı ise öğrencileri şeklin dış görünüşüne dayalı prototip algılarından kurtarmak, yine tanımları ve önermeleri merkeze alan ve kavramın kontrolünde gerçekleştirilen TÜMDENMAT Modeli ile öğretimin, öğrencilerin özel

dörtgenlerin hiyerarşik sınıflamasını (ÖDHS) kavramasına etkisinin nasıl gerçekleştiğini incelemektir. Bu temel çerçevede, modelin öğrencilerin özel dörtgenlerin tanımlarını kavramalarına, özelliklerini belirlemelerine, örneklerini doğru bir şekilde tanımlarına ve dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkileri anlamlandırmalarına olan etkisini araştırmaktır.

TÜMDENMAT Modeli ile Öğretimin Genel Hedef Kitlesi

Tümdengelimli öğretim yaklaşımı; daha karmaşık kavramların, güçlü bir teorik temelin, teorem, kural, formül ve ispatların öğretilmesini gerektirdiği için erken yaşlardan ziyade ileri yaş öğrencilerine daha çok hitap etmektedir. İlgili alan yazında da tümdengelimli öğretimin özellikle lise ve üstü öğrenciler için daha etkili ve kullanışlı olduğu vurgulanmaktadır (Atta, Ayaz, & Nawaz, 2015; Rudyanto, 2017; Gawronski, 1972; Prince & Felder, 2006). Bu nedenle TÜMDENMAT modelinin genel hedef kitlesi, bilişsel gelişimleri gereği soyut ve ileri matematiksel düşünme becerileri daha fazla gelişmiş olan ileri yaş gruplarındaki (lise ve sonrası) öğrencilerdir. Diğer yandan ileri matematiksel düşünmenin her yaşta ortaya çıkabileceği görüşü dikkate alındığında bu kitleye en azından ortaokul öğrencileri de eklenebilir.

Uygulamanın Yapıldığı Kitle

Yıldırım (2025) tarafından yapılan uygulamanın kitesini, sınavsız öğrenci alan bir lisenin 10. sınıf öğrencileri oluşturmaktadır. Bu kitlenin demografik ve akademik özellikleri şunlardır: Çalışma grubunda 9'u kız ve 4'ü erkek olmak üzere toplam 13 öğrenci bulunmaktadır. Öğrencilerden biri kaynaştırma öğrencisidir. Öğrencilerin LGS (Liselere Geçiş Sistemi) puan ortalamalarının 290 civarında olup, genel akademik başarı seviyeleri orta düzeydedir. Bu öğrencilerin, ortaokul 5. ve 7. sınıflarda özel dörtgenleri (ikizkenar yamuk, dik yamuk ve deltoid hariç) müfredat gereği kapsayan tanımlarıyla daha önceden işledikleri ve konuya dair belli bir ön bilgiye sahip oldukları varsayılmıştır. Bu uygulamanın özel dörtgenler konusu bağlamında özellikle 10. sınıf öğrencileriyle yapılmasının temel gerekçesi alan yazın ile desteklenmektedir: Özel dörtgenler konusu müfredatta ilköğretim düzeyinde de yer almasına rağmen, TÜMDENMAT Modele ile öğretimin temele aldığı "kavrama uygun örnek üretme" işinin zorluğu göz önüne alındığında, bu bilişsel zorluğu 10. sınıf öğrencilerinin aşma ihtimalinin daha yüksek görülmesidir. Ayrıca, ortaöğretim seviyesinde özel dörtgenlerin hiyerarşik sınıflaması üzerine yürütülen çalışmaların (Kobal, 2020 gibi birkaç istisna dışında) yok denecek kadar az olması da bu kitlenin seçilmesinde etkili olmuştur.

TÜMDENMAT Modeli ile özel dörtgenler konusunun (alanlar hariç) işlenmesi 6 hafta boyunca toplam 36 ders saati sürmüştür.

Özel dörtgenler konusunda yapılan uygulama, baştan sona sistematik bir süreç izlenerek şu adımlarla gerçekleştirilmiştir (Yıldırım, 2025):

1) Ön Mülakatlar (Görüşmeler)

Uygulama başlamadan önce öğrencilerin ön bilgilerini yoklamak amacıyla okul kütüphanesinde öğle aralarında her gün iki öğrenciyle ön görüşmeler yapılmıştır. Mülakat soruları; öğrencilerin özel dörtgenlerin tanımlarını, özelliklerini, örneklerini ve aralarındaki hiyerarşik ilişkileri bilip bilmediklerine yönelik yarı yapılandırılmış açık uçlu sorulardan oluşmuştur. Bu aşamada öğrencilere verdikleri cevapların nedenleri sorulmamış, sadece cevapları not edilmiştir.

2. Sınıfın Düzenlenmesi ve Grupların Oluşturulması

Öğrencilerin 1. dönem matematik puanlarına bakılarak, başarı yönünden heterojen olacak şekilde 3-4 kişilik işbirlikli öğrenme grupları oluşturulmuştur. Sınıfın sıra düzeni öğrencilerin grupça çalışabileceği bir biçimde aşağıdaki gibi ayarlanmış ve öğrencilere matematik derslerinde artık hep bu düzende oturacakları belirtilmiştir.



3. Öğretime Başlanması

İlk derste öğrencilere, derslerin geleneksel yöntemden farklı işleneceği açıklanmıştır. Tanım, özellik veya kuralların öğretmen tarafından tahtaya yazılacağı, bu bilgilere uygun örneklerin ise bizzat öğrenciler tarafından bulunacağı; öğrencilerin örnekleri bulurken önce bireysel, sonra grupça çalışacakları ve birbirlerine yardımcı olacakları, öğretmenin de bu süreçte onlara ipucu, dönüt ve düzeltmeler vereceği ifade edilmiştir.

4. Öğretimin Yapılışı (TÜMDENMAT Modelinin Uygulanması)

Özel dörtgenler konusu (alanlar hariç) 6 hafta boyunca toplam 36 ders saati süren bir uygulamayla işlenmiştir. Her bir tanım ve özellik aşağıda verilen TÜMDENMAT Modeli ile işlenmiştir.



TÜMDENMAT Modeli

TÜMDENMAT modeli 4 aşama, 9 basamaktan oluşan bir öğretim modelidir.

1. Öğretmen Merkezli Aşama:

1. Sunma: Öğretmen, öğretilen matematiksel bilgiyi (tanım veya önermeyi) sözel veya sembolik olarak sınıfa sunar ve tahtaya yazar.

2. Hatırlatma: Sunulan bilgide geçen ve daha önceden öğrenilmiş olan eski kavramlar (tanımlanan kavram hariç) örneklenilerek hatırlatılır. Böylece öğrencilerin yeni bilgiyi ve ona uygun örnekleri bulmaları için hazırbulunuşluk seviyeleri yeterli düzeye çıkarılır.

2. Öğrenci Merkezli Bireysel Çalışma Aşaması

3. Hayal Etme (Zihinde Canlandırma): Öğrenciler, sunulan tanıma veya önermeye uygun olası bütün örnekleri bireysel olarak zihinlerinde tam bir şekilde canlandırırlar/hayal ederler.

4. Yansıtma: Öğrenciler, zihinlerinde canlandırdıkları bu örnekleri görünür kılmak için kâğıda veya dijital kâğıda yansıtırlar (yazarlar/çizerler).

5. Gerekçelendirme: Öğrenciler, yansıttıkları örneklerin neden o tanıma veya önermeye uygun olduğunu ve eğer konu bir önermeysen o önermeyi de gerekçelendirirler.

Öğrenci merkezli bireysel çalışma aşamasında görev tamamlanırsa veya bazı eksikler kalırsa öğrenci merkezli grupça çalışma aşamasının değerlendirme basamağına, hiçbir şey yapılamazsa veya çok az şey yapılırsa yardımlaşma basamağına geçilir.

3. Öğrenci Merkezli Grupça Çalışma Aşaması:

6. Değerlendirme: Bireysel çalışmasını tamamlayan veya eksikleri kalan öğrenciler, ürettikleri örnekleri ve yaptıkları gerekçelendirmeleri gruplarındaki diğer arkadaşlarıyla birlikte değerlendirirler (akran değerlendirmesi).

7. Yardımlaşma: Bireysel olarak eksik kalan veya yapılamayan görevler grup içindeki yardımlaşma ile tamamlanmaya çalışılır.

Yardımlaşma basamağında görev tamamlanamazsa yönlendirme basamağına geçilir.

8. Yönlendirme: Yardımlaşma ile de tamamlanamayan görevler varsa, öğretmen devreye girerek ipucu niteliğindeki sıralı yönergelerle öğrencileri yönlendirir ve görevin grupça tamamlanmasını sağlar.

Öğrenci merkezli grupça çalışma aşamasında görev tamamlanamazsa veya tamamlanır da pekiştirmeye ihtiyaç duyulursa öğretmen merkezli aşamaya geçilir

4. Öğretmen Merkezli Aşama:

9. Açıklama: Öğrenci merkezli grupça çalışma aşamasındaki tüm çabalara rağmen eksik kalan görevler (örnek veya gerekçeler) olursa veya konunun pekiştirilmesine ihtiyaç duyulursa, öğretmen gerekli açıklamaları yaparak öğretimi kendisi tamamlar.

Örnek: TÜMDENMAT Modeli ile paralelkenarın tanımının işlenmesi

TÜMDENMAT Modeliyle öğretimle nasıl bir öğretim yapıldığının anlaşılması için örnek olarak paralelkenar kavramının öğretiminin nasıl yapıldığı aşağıda verilmiştir:

Öğretmen merkezli aşama

Öğretmen tahtaya paralelkenar başlığı atmış ve öğrencilere dönerek bu kelimenin onlara neyi çağrıştırdığını sormuştur. Ö2 yamuğun tanımını söylemiştir. Öğretmen ona yamukta en az bir kenar çiftinin paralel olması gerektiğini bunun ise farklı olduğunu söyleyince Ö1, paralelkenarda bütün kenarların paralel olduğunu söylemiştir (muhtemelen karşılıklı kenar çiftlerini kastediyor). Öğretmen ona “Aferin.” demiş ve öğrencilere Ö2’nin yamuğun tanımını söylediğini, yamukla paralelkenarın ilişkisinin daha sonra değerlendirileceğini söylemiştir. Sonra tahtaya “(Düzlemde) karşılıklı kenarları paralel olan dörtgene paralelkenar denir.” şeklindeki tanımı yazmıştır. Öğrenciler de bu tanımı yazdıktan sonra öğretmen, “dörtgen”, “karşılıklı kenar” ve “paralel” kavramlarını örnekendirerek hatırlatmıştır. Dörtgenin yamuk olması için karşılıklı kenarlarının paralel olabileceği gibi sadece bir çift kenarının da paralel olmasının yeterli olduğunu, paralelkenarda ise bunun yeterli olmadığını karşılıklı kenarlarının paralel olması gerektiğini söylemiştir.

Öğrenci merkezli bireysel çalışma aşaması

Öğretmen öğrencilere, bu tanıma uygun şekilleri önce tam bir şekilde zihinlerinde canlandırmalarını sonra da çizmelerini söylemiştir. Öğrenciler paralelkenar örneklerini bir müddet hayal ettikten sonra çizmeye başlamışlardır. Öğretmen öğrencilere, “Çizdiğiniz bir şeklin paralelkenar olduğunu düşünüyorsanız önce kendi gerekçenizi yazın ve altına grup arkadaşlarınızın da ismini açın. Çizdiğiniz şeklin paralelkenar olmadığını düşünürseniz o şekli silmeyin. Gerekçesiyle birlikte paralelkenar olmadığını yazınız. Bu tür şekillerde grup arkadaşlarınızın ismini açmayın.” demiştir. Devamında, yamuk konusunda çizdikleri şekilleri göz önüne getirerek bu tanıma uygun olanları oradan seçip alabileceklerini söylemiştir. Öğrenciler bir şeyler yaptıktan sonra, öğretmen onlara yamukta olmayıp da burada olan şekil olup olmadığını sormuştur. Onlar da olmadığını söylemişlerdir. Ö4 örnek olarak

yamuk prototipi ve bir tane üçgen çizmiş; lakin öğretmen bu duruma müdahale etmemiştir. Grupça değerlendirme yapılırken yaptığı hatanın farkına varıp varmayacağını merak etmiştir. Yine öğrencilerden Ö3, örnek olarak yamuğun prototipini çizmiş, öğretmen ona da müdahale etmemiştir. Bireysel olarak birçok öğrenci doğru ve yeterli örneği çizmiştir. Hatırlarına gelmeyen örnek daha çok eşkenar dörtgenin prototipi olmuştur.

Öğrenci merkezli grupça çalışma aşaması

Bireysel olarak örnekler çizildikten sonra öğretmen öğrencilere grup çalışmasına geçmelerini ve çizdikleri örnekleri değerlendirmelerini söylemiştir. Öğrenciler değerlendirme yaparken öğretmen de gruplar arasında gezerek öğrencilerin yaptıklarını kontrol etmiştir. Bireysel çalışmalarda olduğu gibi grup çalışmasında da öğretmen öğrencilere ipucu, dönüt ve düzeltme vermiştir. Bu derste öğrenciler öğretmenin yardımına fazlaca ihtiyaç duymamışlardır. Kontrollerde Ö4, çizdiği o iki yanlış şekli, uygun olmayan örnekler olarak çizdiğini söylemiştir. Zaten gerekçesine de uygun olmadıklarını yazmıştır. Meğer, öğretmenin “Çizdiğiniz örneğin yanlış olduğuna karar verirsiniz onu silmeyin, neden uygun örnek olmadığını yanına yazın.” uyarısını, uygun olmayan örnek de çizmeleri gerektiği şeklinde anlamış ve bunun için öyle davranmıştır. Öğretmen ona doğru açıklamayı tekrar yapmıştır. Ö12, Ö3’ün yanlış örneğine doğru demiştir. Öğretmen onlara müdahale ederek yanlış örneklerinin farkına varmalarına yardımcı olmuştur. Ö3 yanlış örneği silerek düzeltmiştir. Hâlbuki öyle yapmayıp yanına neden yanlış örnek olduğunu yazması gerekiyordu. Değerlendirme bittikten sonra öğretmen öğrencilere, “Şimdi eldeki örnekleri ortaya getirin, paralelkenar olduğuna karar verdiklerinizden sizde olmayanları çiziniz, aklınıza gelen yeni örnek olursa onu da grupça tartışın, paralelkenar olduğuna karar verirsiniz onu da çiziniz ve gerekçelendirin.” demiştir. Grupça öğrenciler olması gereken bütün şekilleri çizmiş ve gerekçelendirmişlerdir.

Özetleme: Her konu bitiminde (örneğin paralelkenar konusunun tanım ve özelliklerinin bitiminde), soru çözümüne geçilmeden önce o konuya dair bir özetleme yapılmıştır.

5. Öğretim Bittikten Sonra Yapılanlar

Yazılı Sınav ve Değerlendirilmesi: Öğretim süreci tamamlandıktan sonra öğrencilere bir sınav yapılmıştır. İşbirlikli öğrenmenin "olumlu bağımlılık" ve "bireysel değerlendirilebilirlik" ilkelerini sağlamak amacıyla özel bir notlandırma sistemi kullanılmıştır: Bir öğrencinin sınav puanı, kendi aldığı sınav puanının %70'i ile grup arkadaşlarının aldığı sınav puanlarının ortalamasının %30'unun toplanmasıyla hesaplanmıştır.

Son Mülakatlar (Görüşmeler): Uygulama bittikten 2 hafta sonra okul kütüphanesinde öğle aralarında her dinlenme süresinde 1-2 öğrenci alınarak son görüşmeler yapılmıştır. Bu görüşmeler video ile kayıt altına alınmıştır. Ön görüşmelerden farklı olarak, öğrencilerin gerçekten öğrenip öğrenmediklerini ve hataların kaynağını anlamak için, verdikleri hatalı cevapların ve özellikle emin olmayarak verdikleri doğru cevapların nedenleri derinlemesine sorgulanmıştır. Ön görüşmeye daha önce işlenmediği için dahil edilmeyen olan deltoid konusu son görüşmeye dahil edilmiştir.

TÜMDENMAT Modelinin ÖDHS’yi kavramadaki etkisi oldukça yüksek ve olumlu yönde gerçekleşmiştir (Yıldırım, 2025).

Uygulama öncesi ve sonrası elde edilen veriler karşılaştırıldığında, öğrencilerin özel dörtgenlerin tanımlarını, özelliklerini, örneklerini ve aralarındaki hiyerarşik ilişkileri kavramada çarpıcı düzeyde gelişim gösterdikleri ve modelin temel amacı olan ÖDHS'nin inşasında tam bir başarı elde edildiği görülmektedir.

Ön test ve son test (görüşme) oranlarına göre elde edilen önemli sonuçlar şu şekildedir:

Tanımları Kavrama Başarısı: Öğrencilerin özel dörtgenleri doğru tanımlama oranı %40'tan %100'e çıkmıştır.

Özellikleri Kavrama Başarısı: Dörtgenlere ait özellikleri bilme oranı %35'ten %94'e yükselmiştir.

Örnekleri Tanıma Başarısı: Farklı dörtgen çizimleri arasından doğru örnekleri seçebilme oranı %67'den %100'e ulaşmıştır.

Hiyerarşik İlişkileri Kavrama Başarısı: En çarpıcı artış hiyerarşik ilişkilerde yaşanmış; öğrencilerin "bütün" ve "bazı" niceleyicilerini kullanarak dörtgenler arası alt-üst ilişkilerini doğru ifade etme oranı %13'ten %100'e çıkmıştır.

Örnek Üretme Sürecindeki Başarı

TÜMDENMAT modelinin kalbini oluşturan, genellemenin hareketle öğrencinin aktif olarak "örnek üretme" (hayal etme ve yansıtma) sürecinde yüksek bir başarı elde edilmiştir:

Öğrenciler, özel dörtgenlerin tanımlarına uygun örnek üretme sürecinin "bireysel yansıtma" basamağında sınıfça çizilmesi gereken 307 örneğin 191'ini tek başlarına çizerek %62 oranında net bir başarı elde etmişlerdir.

Çizilemeyen diğer karmaşık örnekler ise "yardımlaşma" ve "yönlendirme" basamaklarında başarıyla tamamlanmıştır.

Özelliklere uygun örnek üretmede ise öğrencilerin "yansıtma" basamağındaki başarıları %100'e ulaşmıştır.

En önemli ilerlemelerden biri, öğrencilerin sadece deneme-yanılma stratejisiyle rastgele çizim yapmaktan kurtulup, şekli kâğıda aktarmadan önce baştan sona zihinlerinde tam olarak canlandırabilmeleri (hayal edebilmeleri) ve bu sayede hatasız çizimler yapabilmeleridir.

Elde Edilen Temel Kazanımlar

TÜMDENMAT uygulaması sayesinde öğrencilerin sadece sayısal başarıları artmamış, aynı zamanda niteliksel olarak pek çok ileri düzey bilişsel kazanım elde edilmiştir:

Prototip Algısının Oluşmaması: Öğrenciler şekillerin sadece ders kitaplarındaki alışlagelmiş "düz/standart" görünümüne şartlanmaktan kurtulmuşlardır. Kavramın kontrolünde yapılan öğretim sayesinde; karenin veya eşkenar dörtgenin de birer deltoid ya da paralelkenar olabileceğini esnek bir şekilde algılamaya başlamışlardır.

Tümdengelimli Akıl Yürütme Becerisi: Öğrenciler dörtgenler arası ilişkileri ezberlemek yerine akıl yürüterek inşa etmeyi öğrenmişlerdir. Örneğin; "Karşılıklı kenarları paralel olan dörtgen paralelkenardır; karenin de karşılıklı kenarları paraleldir, o halde kare de paralelkenardır." şeklinde çıkarımlar yapmışlardır.

Kavram-Şekil (İç Temsil-Dış Temsil) Etkileşimi: Öğrenciler, bir kavramı duyduklarında (örneğin "dik açı" veya "paralel"), bunun zihinsel imgesini (iç temsil) oluşturma ve sonrasında doğru bir geometri çizimiyle kâğıda aktarma (dış temsil) becerisi kazanarak anlamlı öğrenmeyi gerçekleştirmişlerdir.

Matematiksel Dilin Öğrenilmesi: Dörtgenleri ifade ederken ve ispat yaparken "kenarlar eşittir" yerine "kenar uzunlukları eşittir", "açılar eşittir" yerine "açı ölçüleri eşittir" gibi matematiksel olarak doğru terimleri kullanma ve sözel dili sembolik dile çevirme yetisi kazanmışlardır.

Öğrenci Aktifliği: Geleneksel "öğretmen anlatır, öğrenci dinler ve yazar" pasifliğinden çıkmıştır. Öğrenciler; okuma, hayal etme, kâğıda çizme, arkadaşlarının çizimlerini yazılı/sözlü gerekçelendirerek eleştirme ve ispat yapma süreçlerinde çok yönlü; zihinsel, fiziksel, sosyal ve duygusal olarak yoğun bir şekilde aktif kılınmışlardır.

Kaynaklar

- Akengin, Ç., & Başbuğ, Z. (2019). Temel sanat eğitiminde buluş yoluyla öğretim yaklaşımının önemi. *Manas Sosyal Araştırmalar Dergisi*, 8(1), 133-143.
- Atta, M. A., Ayaz, M., & Nawaz, Q. (2015). Comparative study of inductive & deductive methods of teaching mathematics at elementary level. *Gomal University Journal of Research*, 31(1), 20-28.
- Ayalon, M., & Even, R. (2008). Deductive reasoning: In the eye of the beholder. *Educational Studies in Mathematics*, 69(3), 235-247.
- Aylar, E., & Şahiner, Y. (2016). Yedinci sınıf öğrencilerinin ispat becerileri ve tercihlerinin incelenmesi. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17(3), 559-579.

- Baki, A. (2008). Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi (4. bs.). Ankara: Harf Eğitim.
- Çepni, S. (2010). Öğretim teknikleri. S. Çepni & S. Akyıldız (Ed.), *Öğretim ilke ve yöntemleri içinde* (s. 173-206). Trabzon: Celepler Matbaacılık.
- Demiral, M. (2008). *Mantıksal ve matematiksel dedüksiyonun karşılaştırılması* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Gazi Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.
- Ergün, S. (2010). *İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin çokgenleri algılama, tanımlama ve sınıflama biçimleri* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Fischbein, E. (1993). The theory of figural concepts. *Educational studies in mathematics*, 24(2), 139-162.
- Fujita, T. (2012). Learners' level of understanding of the inclusion relations of quadrilaterals and prototype phenomenon. *The Journal of Mathematical Behavior*, 31(1), 60-72.
- Fujita, T., & Jones, K. (2007). Learners' understanding of the definitions and hierarchical classification of quadrilaterals: Towards a theoretical framing. *Research in Mathematics Education*, 9(1), 3-20.
- Gawronski, J. D. (1972). Inductive and deductive learning styles in junior high school mathematics: An exploratory study. *Journal for Research in Mathematics Education*, 3(4), 239-247.
- Güven, B., Öztürk, T., & Bülbül, B. Ö. (2019). Geometri öğretimi. G. Hacıömeroğlu, & K. Tarım (Ed.), *Matematik öğretiminin temelleri ortaokul içinde* (s. 215-300). Ankara: Anı.
- Karpuz, Y., Koparan, T., & Güven, B. (2014). Geometride öğrencilerin şekil ve kavram bilgisi kullanımı. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 5(2), 108-118.
- Kobal, A. (2020). *10. sınıf çokgenler, dörtgenler ve yamuk konularında 5E öğrenme döngüsü modeline dayalı öğretimin öğrencilerin van hiele geometrik düşünme düzeylerine etkisi* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Bahçeşehir Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Mosston, M., & Ashworth, S. (2002). *Teaching physical education* (5th ed.). Boston: Benjamin Cummings.
- Prince, M. J., & Felder, R. M. (2006). Inductive teaching and learning methods: Definitions, comparisons, and research bases. *Journal of Engineering Education*, 95(2), 123-138.
- Rudyanto, H. E. (2017). Inductive thinking: Learning mathematics constructivist for elementary school students. *Proceedings International Seminar of Primary Education*, 1, 80-85.
- Şensoy, Ç. P., & Kılıç, A. (2021). Ortaokul matematik öğretmenlerinin ders işleyiş süreçlerinin incelenmesi. *Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 21(2), 434-452.
- Toumasis, C. (1995). Concept worksheet: An important tool for learning. *The Mathematics Teacher*, 88(2), 98-100.
- Türnüklü, E., Gündoğdu-Alaylı, F., & Akkaş, E. N. (2013). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının dörtgenlere ilişkin algıları ve imgelerinin incelenmesi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 13(2), 1213-1232.
- van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2004). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally*. Boston: Allyn & Bacon.
- Yıldırım, İ. (2025). *Tümdengelimli matematik öğretiminin özel dörtgenlerin hiyerarşik sınıflamasını kavramaya etkisinin incelenmesi* (Yayımlanmamış doktora tezi). Trabzon Üniversitesi, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, Trabzon.
- Yüce, M. (2017). *Lise öğrencilerinin matematik dersi kapsamında örnek üretme becerileri* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Hacettepe Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Zeybek-Şimşek, Z. (2019). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının dörtgenler ve geometrik cisimleri hiyerarşik sınıflandırma düzeylerinin incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 10(3), 680-710.

Hikayeleştirme Temelli Matematik Öğretiminin 7. Sınıf Öğrencilerinin Rasyonel Sayılarda Toplama ve Çıkarma İşlemi Konusundaki Anlamlandırmasına Etkisi

Safa Merve GÖZEGİR, Elif ERTEM AKBAŞ

Özet

Bu araştırmanın amacı, hikayeleştirme temelli matematik öğretiminin 7. sınıf öğrencilerinin rasyonel sayılarda toplama ve çıkarma işlemlerini anlamlandırma süreçlerine etkisini incelemektir. Araştırma, nitel araştırma yaklaşımlarından fenomenolojik desen çerçevesinde yürütülmüştür. Çalışma grubunu, bir devlet ortaokulunda öğrenim gören 22 yedinci sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Veri toplama sürecinde öğrencilerin uygulama sürecine ilişkin deneyimlerini ortaya koymak amacıyla yansıtıcı günlükler ve yarı yapılandırılmış görüşmeler kullanılmıştır. Elde edilen veriler, tümevarımsal içerik analizi yöntemiyle analiz edilmiştir. Analiz sonucunda, hikayeleştirme temelli matematik öğretiminin öğrencilerin rasyonel sayıları kavramsal düzeyde anlamlandırmalarını desteklediği; toplama ve çıkarma işlemlerini bağlam temelli olarak gerekçelendirebildikleri; problem çözme sürecinde zihinsel canlandırma yapabildikleri ve matematik dersine yönelik olumlu tutum geliştirdikleri belirlenmiştir. Ayrıca öğrencilerin, matematiksel işlemleri ezbere dayalı olmaktan ziyade anlamlı öğrenme çerçevesinde ele aldıkları görülmüştür. Araştırma bulguları, hikayeleştirme temelli öğretimin soyut matematiksel kavramların öğretiminde etkili bir pedagojik yaklaşım olduğunu ve öğrencilerin matematiksel anlamlandırma süreçlerini güçlendirdiğini ortaya koymaktadır. Elde edilen sonuçların, matematik öğretiminde alternatif öğretim yaklaşımlarına yönelik uygulamalara ve ileri araştırmalara katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Anahtar Kelimeler: hikayeleştirme temelli öğretim, matematik eğitimi, rasyonel sayılar, anlamlandırma, nitel araştırma

Bir Ortaokul Öğrencisinin Matematiksel Modelleme Etkinliğini Çözme Rotası

Recep DİNÇ, Mehmet AYDIN

Matematiksel modelleme, yaşamın her alanındaki problemlerin doğasındaki ilişkileri görebilmeyi, onları keşfedip aralarındaki ilişkileri matematiksel terimlerle ifade edebilmeyi, sınıflandırabilmeyi, genelleyeabilmeyi ve sonuçlar çıkarabilmeyi kolaylaştıran dinamik bir yöntemdir (Fox, 2006). Bukova Güzel (2016) matematiksel modellerin iki veya daha fazla değişken arasındaki ilişkinin açıklanabilmesi için kullanılan matematiksel birer gösterim olduğunu ifade ederek, bu gösterimlerin fonksiyon, tablo, grafik, geometrik şekiller, denklem gibi formlarda karşımıza çıktığını belirtmektedir. Matematiksel modelleme üzerine çok sayıda tanımlama yapılmaktadır. English (2006) matematiksel modellemeyi, öğrencilerin alışık olmadığı durumlarla başa çıkma noktasında esnek ve yaratıcı düşüncelerine imkân tanıyan ve gerçek yaşam problemlerini çözmelerine yardım edip onları hazırlayan etkili bir araç olarak tanımlamaktadır. Blum (2002) ise, matematiksel modellemenin bir yandan gerçek yaşamdan matematiksel yaşama geçişi, diğer yandan ise bu geçişteki tüm süreci temsil ettiğini söylemiştir. Yukarıdaki açıklamalardan görüldüğü gibi matematiksel modelleme tanımlanırken, gerçek yaşam ile matematik dünyası arasındaki ilişkinin ön plana çıkarıldığı ve matematiksel modeller oluşturabilmek için bir sürece ihtiyaç olduğu ve gerçek yaşam ile matematik dünyası arasında matematiksel modellemenin bir köprü vazifesi gördüğü söylenebilir.

Matematiksel modelleme süreçleri, karmaşık bilişsel ve üst-bilişsel eylemleri içeren yapılar olduğundan, bu süreçleri açıklamak ve kavramsallaştırmak amacıyla literatürde “modelleme döngüsü” olarak adlandırılan çeşitli diyagramlar geliştirilmiştir. Farklı araştırmacılar tarafından önerilen modelleme döngülerinin aşama sayısı ve yapısı bakımından bazı farklılıklar içermesine rağmen, araştırmalar genel olarak modellemenin döngüsel bir süreç olduğu konusunda ortak bir görüş ortaya koymaktadır. Ayrıca bu döngü içerisinde yer alan aşamalar arasında geçişlerin esnek olabileceği ve süreç boyunca daha önce gerçekleştirilen aşamaların yeniden gözden geçirilebileceği de literatürde kabul gören temel özellikler arasında yer almaktadır. Borromeo Ferri (2018), modelleme döngülerini; değişkenlerin ve ilişkilerin belirlenmesi, matematikselleştirme, yorumlama ve doğrulama gibi matematiksel modelleme aşamalarını kapsayan ve modelleme sürecinin tanımlanması ile izlenmesine olanak sağlayan çok yönlü bilişsel araçlar olarak ele almaktadır. Borromeo Ferri’ye (2006) ait modelleme döngüsü ise modelleyicilerin matematiksel modelleme sürecindeki aşamalar arasında gerçekleştirdikleri geçişleri ayrıntılı biçimde inceleme imkânı sunmaktadır.

Bu çalışmanın amacı, bir ortaokul öğrencisinin matematiksel modelleme etkinlikleri kapsamında yer alan matematiksel modelleme problemlerini çözerken izlediği bireysel modelleme rotasını incelemek, bu süreçte hangi matematiksel modelleme aşamalarını deneyimlediğini belirlemek ve modelleme sürecinin hangi aşamalarında güçlük yaşadığını ortaya koymaktır.

Hedef Kitle ve Özellikleri

Bu çalışmada, matematiksel modelleme sürecinin öğrenci tarafından nasıl gerçekleştirildiğini incelemek amacıyla nitel bir yaklaşım benimsenmiştir. Araştırma kapsamında, araştırmacı tarafından hazırlanan gerçek yaşam bağlamına dayalı bir matematiksel modelleme etkinliği bir ortaokul 8. sınıf öğrencisine uygulanmıştır. Öğrenci, söz konusu problemi yaklaşık 40 dakika içerisinde çözmüş ve çözüm süreci boyunca Borromeo Ferri (2006) matematiksel modelleme döngüsünde yer alan altı basamak doğrultusunda ilerlemiştir. Uygulama süreci video kaydı ile kayıt altına alınmış, aynı zamanda araştırmacı öğrencinin düşünme sürecini daha iyi anlayabilmek amacıyla çözüm sırasında yönlendirici ancak müdahale edici olmayan sorular yöneltilmiştir. Bu sayede öğrencinin yalnızca yaptığı işlemler değil, bu işlemlerin arkasındaki gerekçeler de ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. Elde edilen veriler betimsel analiz yöntemiyle incelenmiş ve analiz sürecinde Borromeo Ferri’nin modelleme basamakları çerçeve olarak kullanılmıştır. Video kayıtları analiz edilerek öğrencinin modelleme sürecindeki ilerleyişi ve basamaklar arasındaki geçişleri betimlenmiştir.

Uygulamanın Değerlendirilmesi

Analiz sürecinde elde edilen bulgular, öğrencinin matematiksel modelleme etkinliğini çözerken Borromeo Ferri tarafından önerilen modelleme döngüsünde yer alan tüm aşamalardan geçtiğini göstermiştir. Öğrencinin problem durumunu anlamlandırma, değişkenleri belirleme ve matematikselleştirme gibi bazı aşamalarda süreci görece daha akıcı biçimde ilerlettiği gözlenmiştir. Bununla birlikte, özellikle varsayımda bulunma, sonuçları yorumlama ve modeli doğrulama aşamalarında daha fazla güçlük yaşadığı belirlenmiştir. Bu aşamalarda öğrencinin zaman zaman kararsız kaldığı, uygun varsayımlar geliştirmekte zorlandığı ve elde ettiği matematiksel sonuçları gerçek yaşam bağlamı ile ilişkilendirerek değerlendirmekte güçlük çektiği görülmüştür. Bu durum, öğrencinin modelleme döngüsünün tüm aşamalarını deneyimlediğini, ancak bazı üst düzey düşünme gerektiren aşamalarda daha fazla desteğe ihtiyaç duyduğunu ortaya koymaktadır. Analiz sonuçları, öğrencinin matematiksel modelleme sürecinde doğrusal olmayan bir ilerleme izlediğini ve modelleme döngüsü içerisinde bazı aşamalar arasında tekrarlar gerçekleştirdiğini göstermektedir. Öğrencinin izlediği bireysel modelleme rotası problemi anlama – matematikselleştirme – varsayımda bulunma – yorumlama – varsayımda bulunma – matematikselleştirme – matematiksel olarak çözme – yorumlama – doğrulama aşamalarından oluşmuştur. Bu rota incelendiğinde, öğrencinin çözüm sürecinde bazı aşamalara yeniden dönerek düşüncelerini gözden geçirdiği ve modelini geliştirmeye çalıştığı görülmektedir. Bu durum, matematiksel modelleme sürecinin doğasına uygun olarak öğrencinin döngüsel ve esnek bir çözüm yolu izlediğini ortaya koymaktadır.

Anahtar kelimeler: Matematiksel modelleme, ortaokul öğrencisi, öğrenme rotası

Kaynakça

- Blum, W. (2002). ICMI Study 14: Application and modelling in mathematics education-discussion document. *Educational Studies in Mathematics*, 23(3-4), 262-280
- Borromeo Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modeling process. *Zentralblatt Für Didaktik Der Mathematik. The International Journal on Mathematics Education*, 38(2), 86-95.
- Borromeo Ferri, R. B. (2018). *Learning how to teach mathematical modeling in school and teacher education*. Springer International Publishing
- Bukova Güzel, E. (2016). *Matematik eğitiminde matematiksel modelleme*. Ankara, Pegem Akademi.
- English, L. D., & Watters, J. (2005). Mathematical modelling in the early school years. *Mathematics Education Research Journal*, 16 (3), 58-79.
- Fox, J. (2006). A justification for mathematical modelling experiences in the preparatory classroom. In P. Grootenboer, R. Zevenbergen, and M. Chinnappan (Eds.), *Proceedings 29th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia 1* (pp. 221-228). Canberra, Australia: MERGA.

Farklı Matematiksel Temsiller Üzerinden Öğrencilerin Cebirsel Düşüncülerinin Analizi: Klinik Mülakatlara Dayalı Bir Uygulama Örneği

Sena Nur AKTAŞ, Derya ÇELİK

ÖZET

Matematiksel düşünme daha özel olarak cebirsel düşünme öğretim programlarının geliştirmeyi hedefledikleri temel becerilerden biridir. Cebirsel düşünmenin gelişimi açısından genelleme, soyutlama ve fonksiyonel düşünme önemli bilişsel süreçler olarak tanımlanmaktadır. Bu süreçlerin ortaya çıkarılmasında ise öğrencilerin farklı matematiksel temsillerle (sözel, tablo, grafik, şekil ve sembolik ifadeler) çalışmasının önemi çeşitli araştırmalarla vurgulanmaktadır. Bu bildiri kapsamında ortaokul öğrencilerinin farklı temsillerle çalışırken sergiledikleri cebirsel düşünme süreçlerini incelemeye yönelik geliştirilen bir uygulama örneği sunulacaktır. Uygulama kapsamında, farklı temsillerde öğrencilerin genelleme ve fonksiyonel ilişki kurmayı gerektiren 7 matematiksel görev hazırlanmıştır. Görevler; genel olarak sayı ve şekil örüntüleri, tablo temsilleri ve sözel problemler aracılığıyla öğrencilerin değişen iki nicelik arasındaki ilişkiyi fark etmelerini, bu ilişkiyi açıklamalarını ve genel bir kural ifade etmelerini destekleyecek biçimde tasarlanmıştır. Bu görevler iki 7. sınıf öğrencisine klinik mülakatlar aracılığıyla uygulanmıştır. Mülakat sırasında öğrencilerden yalnızca sonuç üretmeleri değil, düşünme süreçlerini açıklamaları da istenmiştir. Mülakat süreci kayıt altına alınmıştır. Elde edilen veriler, öğrencilerin çözüm süreçlerinde ortaya koydukları matematiksel pratikleri ve temsil dönüşümlerini incelemek amacıyla onto-semiyotik yaklaşım çerçevesinde analiz edilmektedir. Sonuçlar, ortaokul öğrencilerinin farklı matematiksel temsillerle çalışırken matematiksel nesneleri yapılandırma, temsiller arasında dönüşüm yapma ve fonksiyonel ilişkileri anlamlandırma süreçlerinde farklı yaklaşımlar sergilediklerini göstermektedir. Ayrıca, temsiller arası dönüşümün matematiksel anlamın korunmasını gerektiren bilişsel bir süreç olduğu, bu süreçte yaşanan semiyotik çatışmaların cebirsel genelleme süreçlerini olumsuz etkileyebildiği belirlenmiştir. Bu doğrultuda öğretim sürecinde öğrencilerin yalnızca genel kural oluşturmalarına değil, oluşturdıkları kuralları tablo, şekil, sözel ve sembolik temsiller arasında ilişkilendirmelerine yönelik öğrenme ortamlarının tasarlanması önem taşımaktadır.

Anahtar Kelimeler: cebirsel düşünme, fonksiyonel düşünme, çoklu temsiller, klinik mülakat, onto-semiyotik yaklaşım.

ABSTRACT

Mathematical thinking—and, more specifically, algebraic thinking—is one of the core skills that curriculum programs aim to develop. In terms of the development of algebraic thinking, generalization, abstraction, and functional thinking are identified as important cognitive processes. Various studies emphasize the importance of students working with different mathematical representations (verbal, tabular, graphical, geometric, and symbolic expressions) in fostering these processes. This paper presents an example of an application developed to examine the algebraic thinking processes exhibited by middle school students as they work with different representations. As part of the application, seven mathematical tasks requiring students to make generalizations and establish functional relationships across different representations were prepared. The tasks were designed to help students recognize the relationship between two varying quantities, explain this relationship, and formulate a general rule—primarily through number and shape patterns, tabular representations, and word problems. These tasks were administered to two 7th-grade students using clinical interviews. During the interviews, students were asked not only to produce results but also to explain their thought processes. The interview process was recorded. The data collected are being analyzed within the framework of the onto-semiotic approach to examine the mathematical practices and representational transformations demonstrated by students in their problem-solving processes. The results indicate that students exhibit different approaches to constructing mathematical objects, translating between representations, and making sense of functional relationships while working with different mathematical representations. Furthermore, the results suggest that translating between representations is a cognitive process that requires preserving mathematical meaning, and that semiotic conflicts arising during this process may negatively affect

students' algebraic generalization. Accordingly, it is important to design learning environments that encourage students not only to formulate general rules but also to establish meaningful connections among tabular, visual, verbal, and symbolic representations of those rules.

Keywords: algebraic thinking, functional thinking, multiple representations, clinical interview, onto-semiotic approach.

GİRİŞ

Cebirsel düşünme, matematik eğitiminin temel bileşenlerinden biridir ve bireyin matematiksel işlemler ve ilişkilerle ilgili genellemeler yapması ve bu genellemelerden varsayımında bulunmasını, tartışmalar yürütmesini ve bunları giderek artan formel dil içinde ifade etme sürecidir (Kaput, 1999). Aritmetiksel işlemlerden farklı olarak nicelikler arasındaki ilişkileri analiz etme, yapıları fark etme, sembolik ifadeler oluşturma ve farklı matematiksel temsiller arasında geçiş yapma süreçlerini kapsar (Kieran, 2004). Kaput (2008), cebirsel düşünmenin kilit noktasını amaçlı genelleme ve genellemelerle akıl yürütmeye yardımcı olan sembolleştirme süreçlerinden geçtiğini belirtmiştir. Genelleme, belirli durumlarda fark edilen ortak noktaları ele alarak tüm durumlara genişletme sürecidir (Radford, 2008). Genellemeye dayalı matematiksel nesne ve ilişkileri ortaya çıkarma sürecine ise soyutlama denilmektedir (Lew, 2004). Genelleme ve soyutlama süreçlerinin gelişiminde önemli bir yere sahip olan fonksiyonel düşünme ise öğrencilerin değişen nicelikler arasındaki ilişkileri fark etmelerini, bu ilişkileri açıklamalarını, farklı temsiller aracılığıyla ifade etmelerini ve genel kurallar oluşturmalarını sağlayan temel bir cebirsel düşünme bileşeni olarak görülmektedir (Blanton vd., 2015).

Cebirsel düşünmenin geliştirilmesinde farklı matematiksel temsiller önemli bir role sahiptir. Öğrencilerin matematikte kavramlar hakkında akıl yürütmeleri için farklı temsiller gerekli araçlardır bu nedenle farklı temsilleri nasıl oluşturacakları ve yorumlayacaklarını bilmeleri gerekir (Greeno ve Hall, 1997). Cebiri daha somut ve anlaşılır hale getirmenin yollarından biri, öğretimde farklı temsiller kullanmaktır (Yağız ve Tapan, 2023). Farklı temsiller, matematiksel kavramların farklı biçimlerde (sözel, görsel, tablo, grafik, sembolik gibi) gösterilmesini ve aralarında geçiş yapmalarını sağlayan güçlü araçlardır. Farklı temsiller, soyut matematiksel kavramların somutlaştırılmasına yardımcı olarak öğrencilerin nitelikli öğrenmesine yardımcı olmaktadır (Keller & Hirsch, 1998). Matematiğin doğası gereği soyut olan kavramlara ancak temsiller aracılığıyla erişmek mümkündür (Duval, 1999). Ayrıca bir matematiksel kavramın farklı temsiller aracılığıyla ifade edilmesi ve temsiller arasında dönüşüm yapılabilmesi, öğrencilerin hem kavramsal anlamalarını hem de problem çözme becerilerini geliştirmektedir (Even, 1998). Bu nedenle farklı temsillerin öğretim sürecinde kullanılması, cebirsel düşünmenin desteklenmesinde etkili bir yaklaşım olarak değerlendirilmektedir (Yağız ve Tapan, 2023).

Bununla birlikte alanyazında öğrencilerin farklı matematiksel temsiller arasında geçiş yaparken çeşitli güçlüklerle karşılaştıkları görülmektedir. Özellikle grafik, tablo ve cebirsel temsiller arasında dönüşüm yapmada yaşanan zorluklar, öğrencilerin matematiksel ilişkileri ifade etme ve yorumlama becerilerini sınırlandırmaktadır (Üçgül, 2022; Yağız ve Tapan, 2023; Eryılmaz, 2024). Bunun yanı sıra öğrencilerin çoğunlukla sayısal ve sembolik temsilleri tercih ettikleri, şekil temsillerini ise daha sınırlı kullandıkları belirlenmiştir (Hatisaru, 2020; Şimşit, 2024). Mevcut çalışmaların büyük bir kısmı öğrencilerin temsil yeterliliklerine ya da belirli bir temsil türüne odaklanırken, öğrencilerin farklı temsiller arasında geçiş yaparken sergiledikleri genelleme, soyutlama ve fonksiyonel düşünme süreçlerinin birlikte ele alındığı çalışmaların sınırlı olduğu görülmektedir.

Bu süreçlerin bütüncül olarak incelenmesinde onto-semiyotik yaklaşım, matematiksel anlam oluşturma süreçlerini, matematiksel nesneleri, pratikleri ve temsil dönüşümlerini birlikte ele alan güçlü bir kuramsal çerçeve sunmaktadır (Godino vd., 2007; Font vd., 2013). Onto-semiyotik yaklaşıma göre matematiksel bilgi; dil, durumlar, kavramlar, prosedürler, argümanlar ve semboller gibi matematiksel nesnelerin etkileşimi sonucunda oluşmaktadır. Ayrıca yaklaşım, matematiksel nesneleri ostensive/non-ostensive, kişisel/kurumsal, kapsamlı/yoğun, üniter/sistemsel ve ifade/içerik ikilikleri üzerinden inceleyerek öğrencilerin matematiksel anlam oluşturma süreçlerini ayrıntılı biçimde analiz etmeye imkân vermektedir. Bu yönüyle onto-semiyotik yaklaşım, öğrencilerin farklı temsillerle çalışırken ortaya koydukları cebirsel pratikleri, temsil dönüşümlerini, genelleme ve soyutlama süreçlerini derinlemesine inceleyerek güçlü bir analiz çerçevesi oluşturmaktadır.

Bu bildiri kapsamında iki ortaokul 7. sınıf öğrencisinin farklı temsillerle çalışırken sergiledikleri cebirsel düşünme süreçlerini incelemeye yönelik geliştirilen bir uygulama örneği sunulacaktır.

YÖNTEM

Katılımcılar

Katılımcılar, amaçlı örnekleme yöntemiyle seçilen iki 7. sınıf öğrencileridir (Ö1 ve Ö2). Katılımcıların belirlenmesinde matematik başarılarının orta ve üzeri düzeyde olması, farklı matematiksel temsillerle çalışma deneyimine sahip olmaları ve düşünme süreçlerini sözlü olarak ifade edebilmeleri ölçüt olarak dikkate alınmıştır.

Veri Toplama Süreci

Araştırma verileri klinik mülakat yöntemiyle toplanmıştır. Mülakatlarda araştırma amacı doğrultusunda geliştirilen ve farklı matematiksel temsillerin kullanımını gerektiren yedi matematiksel görev uygulanmıştır. Görevler; sayı ve şekil örüntüleri, tablo temsilleri ve sözel problem durumlarından oluşturulmuş olup öğrencilerin genelleme yapmalarını, değişen nicelikler arasındaki fonksiyonel ilişkileri belirlemelerini ve bu ilişkileri farklı matematiksel temsiller aracılığıyla ifade etmelerini sağlayacak biçimde tasarlanmıştır. Mülakat sürecinde öğrencilerden yalnızca sonuca ulaşmaları değil, çözüm süreçlerini ayrıntılı olarak açıklamaları da istenmiş, tüm görüşmeler ses kaydı alınarak kayıt altına alınmıştır.

Veri Analizi

Klinik mülakatlardan elde edilen veriler onto-semiyotik yaklaşım çerçevesinde analiz edilmiştir. Analiz sürecinde öğrencilerin çözüm süreçlerinde ortaya koydukları matematiksel nesneler, temsil dönüşümleri, semiyotik çatışmalar ve fonksiyonel düşünme türleri incelenmiştir. Ayrıca öğrencilerin matematiksel pratikleri sırasında ortaya çıkan semiyotik çatışmalar, onto-semiyotik yaklaşımın sunduğu kavramsal araçlar doğrultusunda değerlendirilmiştir. Elde edilen veriler, öğrencilerin farklı temsiller arasında anlam oluşturma süreçlerini ve cebirsel düşüncelerini açıklayacak şekilde yorumlanmıştır.

BULGULAR

Klinik mülakatlardan elde edilen verilerin onto-semiyotik yaklaşım çerçevesinde analiz edilmesi sonucunda, öğrencilerin farklı matematiksel temsillerle çalışırken sergiledikleri cebirsel düşünme süreçlerine ilişkin çeşitli bulgular elde edilmiştir. Bu doğrultuda elde edilen bulgular:

1. Matematiksel Nesnelerin İnşası
2. Temsil Dönüşümleri
3. Semiyotik Çatışmalar
4. Fonksiyonel Düşünme

başlıkları altında incelenmiştir.

1. Matematiksel Nesnelerin İnşası

Matematiksel nesnelerin inşasına ilişkin analizlerde öğrencilerin çözüm süreçlerinde ortaya koydukları matematiksel dil, kavramlar, prosedürler, argümanlar ve sembolik gösterimler incelenmiştir. Analizler sonucunda öğrencilerin aynı görev üzerinde çalışmalarına rağmen matematiksel nesneleri yapılandırma biçimlerinin farklılaştığı görülmüştür. Örüntülerdeki ilişkileri fark etme, değişkenleri anlamlandırma ve genel kural oluşturma süreçlerinde öğrencilerin farklı matematiksel pratikler sergiledikleri belirlenmiştir.

Tablo1. Matematiksel nesnelerin inşasına ilişkin örnek öğrenci cevapları

Nesneler	Ö1	Ö2
Dil	Sözel dilden ("beşer artış") sembolik dile ($5n-8$) geçerken anlam bütünlüğünü korur ve uyumlu bir dönüşüm gerçekleştirir. Sembolik dili, uzak terimlere ulaşmak için bir "köprü" olarak kullanır.	Sözel dili doğru kullanabilse de sembolik dile geçerken bir "etiket" veya "durum özeti" olarak kullanır. Örneğin, bisiklet probleminde $3n=20$ ifadesini bir kural olarak değil, "3 saat 20 TL" bilgisinin bir etiketi olarak kodlar.
Kavram	Katsayıyı "değişim oranı" (artış hızı), sabit terimi ise "başlangıç ayarı" olarak doğru şekilde konumlandırır. Kavramları pratik içerisinde işlevsel bir ağ olarak kullanır.	Değişkenin rolü ile bir adımdaki değeri birbirine karıştırır. Görev 4'te katsayıyı artış miktarı (8) olarak değil, adım numarası (12) olarak kurula yazar ($12n+93$).
Prosedür	Kuralı inşa eder ve uzak terimlere ulaşmak için onu parçalarına ayırmadan bir araç olarak işletir.	Uzak adımlar sorulduğunda "mecbur sayacağım diyerek ardışık toplama prosedürüne sığınır. Kuralı henüz bağımsız bir araç (nesne) olarak değil, ancak tek tek uygulandığında çalışan bir süreç olarak görür.
Önermeler	Genel kuralı ve uzak terimleri kapsayan, kurumsal odaklı yargılarda bulunur.	Özel durumlara bağlı kalma veya hatalı algoritmalara dayalı, sınırlı yargılarda bulunur.
Argümanlar	Kuralın doğruluğu hem işe yarayıp yaramadığı hem de değişkenler arasındaki ilişkiyi tutarlı biçimde açıklayıp açıklamadığı üzerinden gerekçelendirilir.	Adım adım saymaya güvenen veya kişisel dengelemelere dayalı açıklamalarla gerekçelendirir.

2. Temsil Dönüşümleri

Temsil dönüşümüne ilişkin analizlerde öğrencilerin farklı matematiksel temsiller arasında geçiş yapma süreçleri incelenmiştir. Bulgular, öğrencilerin temsiller arasında dönüşüm gerçekleştirirken matematiksel anlamı her zaman koruyamadıklarını; tablo, şekil ve cebirsel temsiller arasında geçişlerde çeşitli güçlükler yaşadıklarını göstermektedir.

Tablo 2. Temsil dönüşümlerine ilişkin örnek öğrenci cevapları

Temsil Dönüşümleri	Ö1	Ö2
Sembolik → Şekil	Öğrenci, sembolik ifadeyi doğru şekilde sayısal sonuçlara dönüştürse de kuralın yapısal anlamını koruyamamıştır. Bu nedenle şekli, kuralın bir modeli olarak değil,	Öğrenci, sembolik kuralı uygun biçim kullanmak yerine aritmetik dengeleme stratejilerine başvurmuş bu nedenle kuralın yapısal anlamını kuramamıştır. Şekil örüntüsünde ise birimler arasında

	yalnızca elde edilen sonuçların görsel temsili olarak kullanmıştır.	ilişki kuramayı yapısal bütünlüğü oluşturamamıştır.
Sembolik → Tablo	Öğrenci, kuralı doğru hesaplamasına rağmen değişkenlerin rolünü ayırt edememiş; "adım" ile "sonuç" kavramlarını karıştırarak tabloyu yanlış yapılandırmıştır.	Öğrenci, tabloyu kurumsal anlama uygun biçimde yapılandırmış, adım ve sonuç değerlerini doğru eşleştirerek bağımsız ve bağımlı değişken arasındaki karşılıklı ilişkiyi açıkça ortaya koymuştur.
Tablo → Sembolik	Öğrenci, sayısal verilerdeki sabit artışı fark ederek bu düzeni önce sözel olarak ifade etmiş, ardından genelleyerek sembolik bir kurala dönüştürmüştür. Bu süreçte tablo, sayısal temsilden sembolik temsile geçişte bir köprü işlevi görmüştür.	Öğrenci, katsayı ve sabit terimi genel anlamlarıyla yorumlamak yerine tek bir duruma göre belirlemiş bu nedenle oluşturduğu ifade genelleyci bir kural değil yalnızca belirli bir durumu açıklayan özel bir çözüm olarak kalmıştır.
Tablo → Sözel	Öğrenci, tablo verilerinden hareketle sabit artışı fark etmiş ve bunu sözel olarak ifade ederek sayısal temsilden sözel temsile başarılı bir geçiş yapmıştır. Bu durum, değişimi bütüncül bir yapı (yoğun nesne) olarak kavradığını göstermektedir.	Öğrenci, tablo verilerinden hareketle değişimi fark ederek bunu sözel olarak ifade etmiş; böylece tablo temsilden sözel temsile geçiş sağlamıştır. Ancak bu genelleme, tüm durumları kapsayacak şekilde genişletilmemiştir.
Sözel → Sembolik	Başlangıçta üçer artışı fark ederek yinelemeli bir yaklaşımla sayısal değerlere ulaşmış, ardından bu düzenliliği sembolik kurala taşımıştır.	Duvarın geometrik dizilimini "alttakiler ve en üstteki az, ortadaki bir fazla" şeklinde analiz ederek, formül oluşturmadan 4. adım için sonucuna ulaşmıştır. Bu durum, Ö2'nin görsel temsili yapısal muhakeme için etkin kullandığını ancak bunu sembolik aktarırken koptuğunu gösterir.
Şekil → Sayısal	Öğrenci, sözel olarak ifade ettiği "beşer beşer artış" bilgisini kurala doğru biçimde yansıtmış; değişkeni (n) farklı değerler alabilen bir yapı olarak kullanarak kuralı $(5n-8)$ biçiminde bir hesaplama aracı olarak oluşturmuştur.	Öğrenci, sözel düzeydeki bilgiyi (örneğin 10 başlangıç, 5 ek ücret) doğru analiz etmesine rağmen bunu sembolik dile aktarırken yapısal bir kopukluk yaşamıştır. Bu nedenle sembolü değişkenli bir işlem aracı olarak değil, sabit bir durumun etiketi gibi kullanmış ve kuralı genelleyci bir yapı olarak kuramamıştır.

3. Semiyotik Çatışmalar

Semiyotik çatışmalara ilişkin analizlerde öğrencilerin çözüm süreçlerinde ortaya çıkan kişisel matematiksel anlamlar ile kurumsal matematiksel anlamlar arasındaki uyumsuzluklar incelenmiştir. Analizler sonucunda öğrencilerde ifade-içerik uyumsuzluğu, yapısal koordinasyon eksikliği ve prosedürel semiyotik çatışma olmak üzere üç temel semiyotik çatışma türü belirlenmiştir.

İfade-içerik uyumsuzluğu öğrencinin matematiksel bir sembolü kurumsal anlamından farklı bir içerikle ilişkilendirmesi durumunda ortaya çıkar. Örneğin Ö2 öğrencisi verilen bir görevde oluşturduğu $3n=20$

ifadesini örüntünün genel kuralı olarak değil ‘3 saat için 20 TL’ bilgisini özetleyen ifade olarak açıklamıştır. Bu durum öğrenci genel kuralı sadece özel durumlar için belirttiği, kuralı genellemediği görülmüştür.

Yapısal koordinasyon eksikliği çatışma türünde ise öğrenci matematiksel bir nesneyi (örneğin bir tabloyu veya fonksiyonu) sistemik parçalarına ayırıp koordine edemez, onu bölünemez bir blok olarak görmüştür. Örneğin verilen bir tablo görevinde Ö1 öğrencisi, tabloyu bağımlı ve bağımsız değişkenler arasındaki ilişkiyi keşfetmek yerine iki bağımsız sayı dizisi olarak ele almıştır. Benzer şekilde verilen bir şekil örüntü görevinde Ö1 öğrencisi bir sonraki adımı bulurken yapının genel yapısını dikkate almamış, sadece sayı olarak belirtmiştir. Bu durum, yapıyı bileşenlerine ayıramadığını, yapıya bütün olarak baktığını göstermektedir.

Prosedürel semiyotik çatışma türünde öğrencilerin kurumsal bilgi, kendi geliştirdiği kişisel bilgilerin kurumsal bilgilerle çelişen çatışma türüdür. Ö2 öğrencisi kural kurarken kurumsal ‘yerine koyma’ yerine, katsayı ile 1. terim arasındaki farkı esas almıştır. Bu durum da kişisel ‘aritmetik dengeleme’ stratejisi ile kurumsal strateji arasında çelişen bir semiyotik çatışmayı göstermiştir. .

4. Fonksiyonel Düşünme

Fonksiyonel düşünmeye ilişkin analizlerde öğrencilerin görevlerde sergiledikleri düşünme türleri incelenmiştir. Analizler sonucunda öğrencilerin yinelemeli, kovaryasyonel ve karşılıklılık düşünme türlerini farklı düzeylerde kullandıkları belirlenmiştir.

Tablo 3.Fonksiyonel düşünme türlerine ilişkin örnek öğrenci cevapları

Fonksiyonel Düşünme Türleri	Ö1	Ö2
Yinelemeli Düşünme	Verilen görevlerde yakın terimlerde yinelemeli düşünme türünü kullanmıştır.	Yakın ve uzak terimlerde yinelemeli düşünme türünü kullanmıştır.
Kovaryasyonel Düşünme	Görevlerde iki değişken arasındaki değişimi birlikte ele alabilmiştir. ‘gün sayısı arttıkça izleyici sayısı da 210 artmıştır’ gibi ifadeler kullanarak ilişkiyi göstermiştir.	Terimler arasındaki sabit artışı fark edip sözel olarak dile getirebilmiştir. Ancak bu farkındalığı kurumsal bir kuralın katsayısı olarak ifade edememiştir.
Karşılıklılık Düşünme	Bağımsız değişken ile sonuç arasında doğrudan karşılıklılık kurarak genel kurallar üretebilmiştir. Kuralı genelleyici ve hesaplayıcı bir yapı olarak kullanabilmiştir.	Karşılıklılık düşünme becerisi oldukça zayıftır. Değişkeni etiketleme olarak kullanmıştır. Örneğin $12n+93$ ifadesindeki anlamı ‘12. Adımın sonucu 93’tür’ olarak ifade etmiştir. Bu da değişken ile sonuç arasında yapısal ilişkiyi kuramadığını göstermektedir.

SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu araştırmada, onto-semiyotik yaklaşım çerçevesinde ortaokul öğrencilerinin farklı matematiksel temsillerle çalışırken sergiledikleri cebirsel düşünme süreçleri incelenmiştir. Bulgular, öğrencilerin aynı matematiksel görev üzerinde çalışmalarına rağmen matematiksel nesneleri yapılandırma, temsiller arasında dönüşüm yapma ve fonksiyonel ilişkileri anlamlandırma süreçlerinde farklı yaklaşımlar sergilediklerini göstermektedir. Ö1 öğrencisi genel kurallar oluşturma ve değişkeni fonksiyonel ilişkiyi

ifade edecek biçimde kullanması karşılıklılık düşünmesine daha yakın bir yapı sergilediğini göstermektedir. Bu durum, Blanton ve Kaput'un (2011) fonksiyonel düşünmenin gelişimine ilişkin açıklamalarıyla paralellik göstermektedir. Buna karşılık, tablo ve şekil temsilleri arasında ilişki kurmakta yaşadığı güçlükler, temsil dönüşümlerinin cebirsel düşünmenin önemli ve zorlayıcı bileşenlerinden biri olduğunu ortaya koymaktadır. Ö2 ise örüntülerdeki düzeni fark edebilmesine rağmen bu düzeni sembolik bir kurala dönüştürmekte zorlanmış, değişkeni genelleme aracı yerine belirli bir durumu temsil eden bir etiket olarak kullanmıştır. Ayrıca, farklı matematiksel temsiller arasında geçiş yapmanın yalnızca gösterim değiştirmekten ibaret olmadığını, matematiksel anlamın temsiller arasında korunmasını gerektiren bilişsel bir süreç olduğunu göstermektedir. Temsil dönüşümü sırasında ortaya çıkan semiyotik çatışmalar, öğrencilerin matematiksel nesneler arasındaki ilişkileri bütüncül olarak yapılandırılmadığında cebirsel genelleme süreçlerinin de olumsuz etkilendiğini göstermektedir. Bu sonuçlar, temsiller arası dönüşümlerin kavramsal anlamayı desteklediğini ifade eden Duval (1999) ve Even (1998) ile fonksiyonel düşünmenin cebirsel düşünmenin temel bileşenlerinden biri olduğunu vurgulayan Blanton ve Kaput'un (2011) çalışmalarını destekler niteliktedir.

Bu doğrultuda öğretim sürecinde öğrencilerin yalnızca genel kural oluşturmalarına değil, oluşturdıkları kuralları tablo, şekil, sözel ve sembolik temsiller arasında ilişkilendirmelerine yönelik öğrenme ortamlarının tasarlanması önem taşımaktadır. Özellikle değişken kavramının genelleştirilmiş bir nicelik olarak ele alınmasını destekleyen etkinliklere ve temsil dönüşümünü gerektiren problemlere yer verilmesi, öğrencilerin cebirsel düşünme ve fonksiyonel düşünme becerilerinin gelişimine katkı sağlayabilir. Bununla birlikte onto-semiyotik yaklaşımın, öğrencilerin cebirsel düşünme süreçlerinde ortaya çıkan matematiksel pratikleri ve anlam oluşturma süreçlerini ayrıntılı biçimde ortaya koymada işlevsel bir analiz çerçevesi sunduğu söylenebilir.

KAYNAKÇA

- Blanton, M. L., & Kaput, J. J. (2011). Functional thinking as a route into algebra in the elementary grades. In *Early algebraization: A global dialogue from multiple perspectives* (pp. 5-23). Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg.
- Blanton, M., Stephens, A., Knuth, E., Gardiner, A. M., Isler, I., & Kim, J. S. (2015). The development of children's algebraic thinking: The impact of a comprehensive early algebra intervention in third grade. *Journal for research in Mathematics Education*, 46(1), 39-87.
- Duval, R. (1999). Representation, Vision and Visualization: Cognitive Functions in Mathematical Thinking. Basic Issues for Learning.
- Erbilgin, E., & Gningue, S. M. (2023). Using the onto-semiotic approach to analyze novice algebra learners' meaning-making processes with different representations. *Educational Studies in Mathematics*, 114(2), 337-357.
- Eryılmaz, E. (2024). Ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin kesirlerde çoklu temsil becerileri. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Uşak Üniversitesi, Uşak.
- Even, R. (1998). Factors involved in linking representations of functions. *The Journal of Mathematical Behavior*, 17(1), 105-121.
- Font, V., Godino, J. D., & D'amore, B. (2007). An onto-semiotic approach to representations in mathematics education. *For the learning of mathematics*, 27(2), 2-14.
- Godino, J. D., Batanero, C., & Roa, R. (2005). An onto-semiotic analysis of combinatorial problems and the solving processes by university students. *Educational Studies in Mathematics*, 60(1), 3-36.
- Godino, J. D., Font, V., Wilhelmi, M. R., & Lurduy, O. (2011). Why is the learning of elementary arithmetic concepts difficult? Semiotic tools for understanding the nature of mathematical objects. *Educational Studies in Mathematics*, 77(2), 247-265.
- Greeno, J. G., & Hall, R. P. (1997). Practicing representation: Learning with and about representational forms. *Phi Delta Kappan*, 78, 361-367.
- Hatisaru, V. (2020). Exploring evidence of mathematical tasks and representations in the drawings of middle school students. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 15(3), em0609.

- Kaput, J. J. (2008). What is algebra? What is algebraic reasoning? In J. J. Kaput, D. W. Carraher, & M. L. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades* (pp. 235–272). Lawrence Erlbaum Associates.
- Kaput, J. J. (1999). Teaching and Learning a New Algebra 1. In *Mathematics classrooms that promote understanding* (pp. 133-155). Routledge.
- Kaya, D., & Keşan, C. (2018). Çoklu temsil temelli cebir öğretimin matematiğe yönelik tutuma etkisi. *Karadeniz Sosyal Bilimler Dergisi*, 10(18), 1-22.
- Keller, B. A., & Hirsch, C. R. (1998). Student preferences for representations of functions. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 29(1), 1-17.
- Kieran, C. (2004). Algebraic thinking in the early grades: What is it. *The mathematics educator*, 8(1), 139- 151
- Koçoğlu, K. (2024). *Doğal sayılarla çarpma işleminde yaşanan öğrenci güçlüklerinin giderilmesinde çoklu temsil kullanımı: Bir eylem araştırması* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Bayburt Üniversitesi, Bayburt.
- Lew, H. C. (2004). Developing algebraic thinking in early grades: Case study of Korean elementary school mathematics. *The Mathematics Educator*, 8(1), 88-106.
- Mainali, B. (2021). Representation in teaching and learning mathematics. *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology*, 9(1), 1-21.
- Moreno-Armella, L., Hegedus, S. J., & Kaput, J. J. (2008). From static to dynamic mathematics: Historical and representational perspectives. *Educational Studies in Mathematics*, 68(2), 99-111.
- Radford, L. (2008). Iconicity and contraction: A semiotic investigation of forms of algebraic generalizations of patterns in different contexts. *Zdm*, 40(1), 83-96.
- Şimşit, B. (2024). *Yedinci sınıf öğrencilerinin matematiksel model oluşturma etkinliklerinde çoklu temsil kullanımı ve temsil dönüşümlerinin incelenmesi*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Ordu Üniversitesi, Ordu.
- Utami, N. S., Prabawanto, S., & Suryadi, D. (2023). How Students Generate Patterns in Learning Algebra? A Focus on Functional Thinking in Secondary School Students. *European Journal of Educational Research*, 12(2).
- Üçgül, N. (2022). *Oran-Orantı Konusunun Çoklu Temsiller Kullanılarak Öğretilmesinin yedinci Sınıf Öğrencilerinin Orantısal Akıl Yürütme Becerilerinin Gelişimine Etkisinin İncelenmesi* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Ahi Evran Üniversitesi, Kırşehir.
- Vergel, R., Godino, J. D., Font, V., & Pantano, Ó. L. (2023). Comparing the views of the theory of objectification and the onto-semiotic approach on the school algebra nature and learning. *Mathematics Education Research Journal*, 35(3), 475-496.
- Yağız, G., & Broutin, M. S. T. (2023). Yedinci sınıf öğrencilerinin cebir konusundaki çoklu temsiller arası geçiş süreçlerinin incelenmesi. *Kocaeli Üniversitesi Eğitim Dergisi*, 6(1), 141-155

Kesir Öğretiminde Somut Bir Model: İlkokul 3. Sınıf İçin Tren -Vagon Modeline Dayalı Etkinlik Tasarımı

Meryem BAL, Mehmet AYDIN

İlkokul matematik öğretim programının önemli konularından biri olan kesirler, öğrencilerin doğal sayılar sisteminden rasyonel sayılara geçişte karşılaştıkları temel aşamalardan biridir. Günlük hayatta karşılaşılan paylaşırma problemlerinde doğal sayılar her zaman yeterli bir çözüm sunamamaktadır (Baykul, 1999). Örneğin; üç elmanın iki çocuk arasında veya iki elmanın üç arkadaş arasında eşit olarak paylaşırılması gereken durumlarda, bir kişiye düşen miktarı ifade etmek için doğal sayılar yetersiz kalmakta ve bu durum kesir sayılarını gerekli kılmaktadır. Bu noktada kesir kavramı; en temel anlamıyla bir bütün ile o bütünden elde edilen eş parçalar arasındaki sayısal ilişkiyi temsil etmektedir (Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2021, s. 338).

Literatür incelendiğinde öğrencilerin, günlük dilde paylaşırma kavramını doğru kullanmalarına rağmen kesirlerin temelini oluşturan “birimin eş parçalara ayrılması” gerekliliğini anlamlandırmakta güçlük çektikleri görülmektedir (Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2021). Özellikle ilkokul dönemindeki çocukların, pay ve payda ifadelerini kavramsal olarak anlamadan ezberlemeleri, kesirleri tek bir sayısal değer yerine iki ayrı tam sayı gibi algılamalarına ve çeşitli kavram yanlışlarına yol açmaktadır (Divrik ve Piltin, 2021). Bu tür matematiksel zorlukların aşılmasında, kesir öğretiminin ilk aşamalarında parça-bütün ilişkisine odaklanılması ve öğrencilerin hatalarını göz önünde bulunduran somut örnekli çözüm önerileri geliştirilmesi büyük önem taşımaktadır (Van de Walle vd., 2021; Bingölbalı ve Özmantar, 2015). Bu doğrultuda, somut modellerin ve materyal destekli etkinliklerin kavramsal anlamayı kolaylaştırdığı ilkesinden hareketle (Ertekin ve Ünlü, 2019), “tren–vagon modeli” tasarlanmıştır.

Bu çalışmanın temel amacı; Geliştirilen etkinlik çerçevesinde ilkokul 3. Sınıf öğrencilerinin yapılandırmacı bir yaklaşımla kesirlerde parça – bütün ilişkisini kavramalarını destekleyecek bir öğretim gerçekleştirilmiştir. Yapılandırmacı öğrenme anlayışına göre bilgi; öğrencinin derinlemesine sorgulama yapması, ön bilgileriyle yeni deneyimleri arasında bağ kurup ilişkilendirme yapması ve anlamı bizzat kendisinin inşa etmesi sürecidir (Yılmaz, 2014). Bu teorik çerçeveden hareketle geliştirilen etkinlik, Smith ve Stein (1998) tarafından tanımlanan “matematiksel görev çerçevesi” esas alınarak yapılandırılmış (Kılıç, 2025) ve “tren–vagon modeli” üzerinden somutlaştırılmıştır. Geliştirilen etkinlikte tren bir “bütün”ü temsil ederken; eş vagonlar kesrin “payda”sını, dolu vagonlar ise “pay”ı temsil edecek şekilde modellenmiştir. Smith ve Stein’in (1998) çerçevesi doğrultusunda, öğrencilerin kesir sembollerini sadece ezberlemeleri değil; resim, sözlü açıklama ve semboller arası geçişlerle kavramı keşfetmeleri hedeflenmiştir. Tasarlanan bu modelin, öğretmenlerin sınıf içi uygulamalarında kullanabileceği yapılandırmacı bir örnek oluşturması beklenmektedir.

Hedef Kitle ve Özellikleri

Bu uygulamanın hedef kitlesi ilkokul 3. Sınıf düzeyinde öğrenim gören iki öğrencidir. Araştırmada katılımcıların belirlenmesinde, katılımcılara erişim kolaylığı göz önünde bulundurularak 'kolay ulaşılabilir durum örnekleme yöntemi' kullanılmıştır.

Katılımcıların seçiminde; matematik dersi 'Kesirler' alt öğrenme alanındaki temel kavramları (parça-bütün ilişkisi) öğrenme aşamasında olmaları ve soyut kavramları anlamlandırmak için somut modellere ihtiyaç duymaları temel kriter olarak belirlenmiştir. Öğrencilerin hazırbulunuşluk düzeyleri; doğal sayılar ve temel aritmetik işlemler konusunda yeterli seviyede olduğu bilinmektedir. Bu yaştaki öğrencilere matematiksel kavramların öğretimi yapılırken somut materyallere ve görsel modellere ihtiyaç duyulmaktadır. Kesirler konusu öğrenciler tarafından çoğu zaman pay ve payda kavramlarının ezberlenmesi şeklinde öğrenilmekte, kesirlerin bütün ile parça arasındaki ilişki ifade kısmı yeterince anlaşılmamaktadır. Bu nedenle öğrencilerin kesir kavramını daha doğru bir şekilde öğrenebilmeleri için somut bir model kullanılması önemlidir. Bu anlamda etkinlikte kesir kavramının anlaşılmasını kolaylaştırmak amacıyla tren–vagon modeli kullanılmıştır. Model aracılığıyla öğrencilerin kesri parça-bütün ilişkisi içerisinde öğrenmesi amaçlanmıştır.

Ders Planı

Sınıf düzeyi: 3

Öğrenme alanı: Sayılar ve İşlemler

Alt öğrenme alanı: Kesirler

Kazanımlar:

M.3.1.6.3. Pay ve payda arasındaki ilişkiyi açıklar.

M.3.1.6.2. Bir bütünü eş parçalara ayırarak eş parçalardan her birinin birim kesir olduğunu belirtir.

M.3.1.6.6. Payı paydasından küçük kesirler elde eder.

Etkinliğe ayrılan süre: 1 ders saati (40dk)

Kullanılacak Araç Gereç:

Öğrenci çalışma kağıtları

Renkli kalemler

Tren ve vagon modeli

Uygulama Süreci

Etkinlik yapılandırmacı öğrenme yaklaşımı kullanılarak tasarlanmıştır. Öğrencilerin kesir kavramını keşfetmeleri ve kendi deneyimleriyle kesirlerdeki parça bütün ilişkisini görmeleri amaçlanmıştır. Bu süreçte öğrencilerin aktif katılımı sağlanmıştır. Uygulama üç aşamadan oluşmaktadır:

- 1)Öğrencilerin dikkatini çekme ve hazırbulunuşluklarını görme
- 2)Tren–vagon modeli aracılığıyla kesir kavramının somutlaştırılması
- 3)Öğrencilerin kesirleri farklı temsil biçimleriyle ifade etmeleri

Uygulama Adımları

Etkinliğin giriş aşamasında öğrencilerin dikkatini çekmek için günlük yaşamla ilişkilendirilen bir tren örneği üzerinden sorular sorulmuştur. Öğrencilere bir trenin farklı sayıda vagonlardan oluşabileceği, trendeki bazı vagonların dolu bazı vagonların ise boş olabileceği ifade edilmiştir. Ardından öğrencilerden bu durumu nasıl ifade edebileceklerine dair düşüncelerini paylaşmaları istenmiştir. Öğretmen tarafından hazırlanmış tren ve vagon modeli örnekleri öğrencilere gösterilmiştir. Bu modellerde tren bir bütün olarak ele alınmış ve vagonların birbirine eşit parçalardan oluştuğu vurgulanmıştır. Örneğin altı vagondan oluşan bir tren modeli oluşturulmuş ve bu vagonlardan üç tanesi boyanarak dolu vagonlar temsil edilmiştir. 8 vagonlu bir trenin 4 tanesi aynı şekilde boyanarak temsil edilmiştir. Bazı trenlerin de tamamı boyanarak temsil edilmiştir. Öğrencilere toplam vagon sayısı ve dolu vagon sayısı sorulmuş, ardından kesrin bu iki bilgi ile ifade edilebileceği açıklanmıştır. Toplam vagon sayısının kesrin paydasını, dolu vagon sayısının ise payını temsil ettiği ifade edilmiştir. Öğrencilere farklı tren modelleri verilmiş ve bazı vagonları boyamaları istenmiştir. Öğrencilerden tren üzerindeki dolu vagonları inceleyerek bu durumu sözlü olarak ifade etmeleri ve daha sonra kesir şeklinde yazmaları istenmiştir. Öğrencilerden tren modelinde gördükleri durumu üç farklı şekilde ifade etmeleri istenmiştir. Bunlar görsel ile gösterim, sözlü açıklama ve kesir sembolü ile ifade etme şeklindedir. Bu sayede öğrencilerin kesir kavramını farklı temsil biçimleriyle göstermeleri sağlanmıştır. Etkinliğin sonunda öğrencilerle kısa bir tartışma yapılmıştır. Öğrencilere trenin tüm vagonlarının dolu olması ya da hiçbir vagonun dolu olmaması durumunda kesrin nasıl ifade edileceğine dikkat çekilmiştir. Ardından aynı kesrin farklı tren örneklerinde gösterilip gösterilmeyeceği sorulup ileriki konularda denk kesirler öğretimi için ilişkilendirme yapılmaya çalışılmıştır.

Uygulamanın Değerlendirilmesi

Etkinlikte öğrencilere farklı tren modelleri gösterilmiş ve bu modellerdeki dolu ve boş vagonları inceleyerek kesir kavramını yapılandırılmaları, a/b şeklinde sembolik gösterimin bütün parça ilişkisini ifade etmesinin anlaşılması hedeflenmiştir. Öğrencilerden toplam vagon sayısını, dolu vagon sayısını bütün ve parça şeklinde ifade etmeleri beklenmiştir. Yarısı dolu, tamamı dolu, çeyreği dolu olan tren modellerine yer verilmiştir. Bu şekilde kesirlerde hem parça bütün ilişkisi hemde yarım, çeyrek, tam kavramlarının ifadesi gösterilmiştir. İleride görecekları denk kesirler kavramına da bir ön hazırlık olması açısından aynı kesrin farklı trenlerde de gösterilip gösterilmeyeceği gibi sorular sorulmuştur. İleride görecekları konuların da temelini oluşması sağlanmaya çalışılmıştır.

Uygulama sonunda öğrencilerin tren–vagon modelini kullanarak kesir kavramını somut şekliyle daha kolay anlamlandırabildikleri gözlemlenmiştir. Öğrenciler kesri yalnızca iki sayıdan oluşan bir ifade olarak değil, bir bütünün eşit parçalara ayrılması ve bu parçalardan bazılarının seçilmesi şeklinde açıklayabilmişlerdir. Ayrıca günlük yaşamla ilişkilendirilmiş somut model kullanımı öğrencilerin derse katılımını artırmış ve öğrenme sürecini daha verimli hale getirmiştir.

Anahtar Kelimeler: Kesirler, parça-bütün ilişkisi, yapılandırmacı yaklaşım, çoklu temsiller

Kaynakça

- Baykul, Y. (1999). *İlköğretim birinci kademedeki matematik öğretimi*. İstanbul: Millî Eğitim Basımevi.
- Bingölbali, E. Ve Özmentar, M. F. (2015). *İlköğretimde karşılaşılan matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri*. Ankara: Pegem Akademi.
- Divrik, R. Ve Pilten, P. (2021). İlkokul 3. Sınıf öğrencilerinin kesirler konusunda yaptıkları hataların birim kesir, sembol ve model bağlamında analizi. *Eğitim Kuram ve Uygulama Araştırmaları Dergisi*, 7(1), 62-73.
- Ertekin, E. Ve Ünlü, M. (2019). *Kuramdan uygulamaya etkinlik örnekleriyle sayıların öğretimi*. Ankara: Pegem Akademi.
- Karaağaç, M. K. Ve Köse, L. (2015). Öğretmen ve öğretmen adaylarının öğrencilerin kesirler konusundaki kavram yanılgıları ile ilgili bilgilerinin incelenmesi. *Sakarya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, (30), 72-92.
- Kılıç, S. D. (2025). Matematik eğitiminde performans ve proje problemleri. K. Özgen, T. Kar, S. Çenberci ve Y. Zengin (Ed.), *Matematikte problem çözme ve problem kurma* içinde (4. Baskı, s. 219-239). Ankara: Pegem Akademi.
- Smith, M. S., & Stein, M. K. (1998). Selecting and creating mathematical tasks: From research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 3(5), 344-350.
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S., ve Bay-Williams, J. M. (2021). *İlkokul ve ortaokul matematiği: Gelişimsel yaklaşımla öğretim* (Çev. Ed. S. Durmuş). Ankara: Nobel Akademik Yayıncılık.
- Yılmaz, M. (2014). Eğitimin psikolojik temelleri. C. Celep (Ed.), *Eğitim bilimine giriş* içinde (4. Baskı, s. 261-294). Ankara: Anı Yayıncılık.

Okul Dışı Ortamlarda Matematik Etkinliklerinin Uygulanması: Sultan II. Bâyezid Külliyesi Örneği

Beyda TOPAN

Geçmişten günümüze hayatın her alanında matematiğin izlerini görmek mümkündür. Bu izler gündelik yaşamda kullanılan eşyalar, oynanan oyunlar, evlerin tasarımlarından yapılan el işlerine kadar pek çok alanda karşımıza çıkmaktadır. Bunların yanı sıra han, hamam,müze, cami gibi geniş mimari yelpazenin yapım ve süslemelerinde de görülmektedir. Yapılan çalışmalarda matematiğin mimari, resim, müzik, süsleme, heykel gibi farklı sanat dallarıyla ilişkisi ortaya konulmuştur (Bakım, 2014; Bora, 2002; Çakmak, 2011; Marino, 2008). Matematik ile sanat arasındaki ilişkinin yapılandırmacı yaklaşımın yaygın biçimde öğretim programlarına yansıtıldığı 2000'li yıllarda matematik öğretimine yansıtıldığı görülmektedir (Atasay ve Erdoğan, 2017). Öğretim programlarının matematik eğitiminin genel amaçlarında da matematik ve sanat ilişkisine özellikle vurgu yapıldığı dikkat çekmektedir (MEB, 2009; MEB, 2018). Matematik ve sanat ilişkisinin estetik duyguları geliştirmenin yanı sıra öğrencilerin mevcut yapıları analiz etme ve problem çözme becerilerine de katkı sunacağı düşünülmektedir. Nitekim matematiğin sanatla ilişkili öğretilmesinin öğrencilerin yaratıcılıklarının artmasına, kavramları anlamlandırmalarına ve problem çözmelerinin gelişmesine katkı sunacağı (Hickman ve Huckstep, 2003), öğretmenin öğretme sürecini daha çok benimsediğini ve matematik dersinin öğrenciye daha eğlenceli geldiği (Morando ve Spreafico, 2023) ifade edilmektedir. Bu doğrultuda, mevcut çalışmada Amasya Sultan II.Bâyezid Külliyesindeki mimari yapı ve süslemeleri üzerinde gerçekleştirilen matematik etkinliklerden örnekler sunulacaktır. Bu çalışmanın katılımcılarını Karadeniz bölgesindeki bir devlet üniversitesinin ilköğretim matematik öğretmenliği programında öğrenim gören 2,3 ve 4.sınıf öğretmen adayları oluşturmaktadır. Veriler araştırmacı tarafından oluşturulan etkinlik formu aracılığıyla toplanmıştır. Toplam 20 öğretmen adayının katıldığı bu etkinlikte her sınıf kademesinden en az bir öğretmen adayının yer aldığı 3-4 kişilik gruplarla 2 farklı etkinlik formu kullanılmıştır. Sultan mahfilindeki tavan süslemeleri ve fil ayaklı sütunlarla ilgili öğretmen adaylarına açık uçlu sorular yöneltilmiş ve bu sorular üzerinde grupça çalışmaları (ölçüm yapmaları, süslemeleri analiz etmeleri vb.) sağlanmıştır. Değerlendirme aşamasında verilen kriterlere uygun grupların drama yapmaları istenmiştir. Etkinlikler toplam 2 saatte tamamlanmıştır. Elde edilen veriler nitel olarak analiz edilmiştir. Öğretmen adaylarının ölçüm ve çizimlerinde birim kullanmaya özen gösterdikleri, değerlendirme aşamasında mimari,kültür ve matematiği harmanlayabildikleri sonucuna ulaşılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Mimari ve matematik ilişkisi, matematik etkinlikleri, okul dışı öğrenme

KAYNAKÇA

- Atasay, M., & Erdoğan, A. (2017). Matematik ile sanatın ilişkilendirilmesi: Mandala desenlerinin simetri öğretiminde kullanımı. *Öğretim Teknolojileri ve Öğretmen Eğitimi Dergisi*, 6(2), 58-77.
- Bakım, S. (2014). Fibonacci Dizisi ve Altın Oran'ın Müzikte Kullanımının İncelenmesi. (Yüksek Lisans Tezi). Selçuk Üniversitesi/Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Bora, U. (2002). Bilim ve sanatın kesiştiği nokta: Matematik ve müzik ilişkisi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 15(1), 53-68.
- Çakmak, M. S. (2011). *Evrenin geometrik şifresi: Altın oran, kaos, fraktal, simetri*. İstanbul: Griffin.
- Hickman, R. & Huckstep, P. (2003). Art and mathematics in education. *Journal of Aesthetic Education* 37(1), 1-12. Doi: 10.1353/jae.2003.0001
- Marino, R. (2008). *Geometry in art and design* (Doctoral dissertation). Available from ProQuest database. (UMI No. 3327062)
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2009). *İlköğretim matematik dersi 6-8.sınıflar öğretim programı ve kılavuzu*. Ankara: MEB.

- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2018). *Matematik dersi öğretim programı* (İlkokul ve ortaokul 1,2,3,4,5,6,7 ve 8.sınıflar). Ankara: MEB.
- Morando, P., & Spreafico, M. L. (2023). *Math inhabits the museum*. In EDULEARN23 Proceedings (pp. 2074-2081). IATED.

Matematik Öğretiminde Teknoloji Destekli Etkinlik Tasarlama

Senem KALAÇ

Özet

Matematik eğitiminde teknolojinin sınıf içi uygulamalara dönüştürülmesi, öğretmen adaylarının Teknolojik Pedagojik Alan Bilgisi (TPAB/TPACK) seviyeleri ve bu bilgiyi pratik ders tasarımlarına yansıtma becerileriyle doğrudan bağlantılıdır. Araştırmalar, teknolojinin sadece görsel destek değil, matematiksel kavramları derinlemesine anlamayı sağlayan bir tasarım unsuru olarak kullanılması gerektiğini vurgulamakta ayrıca öğretim programıyla uyumlu ve pedagojik amaçlara birleştirilmesi önemli görülmektedir. 2024 Matematik Dersi Öğretim Programı, teknolojinin matematik eğitimindeki entegrasyonunu temel bir ilke olarak konumlandırarak, öğrencilerin 21. yüzyıl yeterliklerini kazandırmayı ön plana çıkarmaktadır. Bu çerçevede, EBA, GeoGebra, Desmos, Wordwall, yapay zeka, çevrimiçi kaynaklar gibi dijital araçlar ile tablet tabanlı interaktif simülasyonlar, soyut matematiksel kavramların somutlaştırılması, problem çözme süreçlerinin zenginleştirilmesi ve veri analizi becerilerinin geliştirilmesi amacıyla sistematik biçimde önerilmektedir. TPACK (Teknolojik Pedagojik Alan Bilgisi) modeline dayalı bu yaklaşım, kavramsal derinlik, beceri temelli öğrenme ve yaratıcı düşünme süreçlerini desteklerken, dijital okuryazarlığın matematik eğitimi içindeki rolünü güçlendirmektedir. Özellikle PISA ve TIMSS gibi uluslararası değerlendirmelerde belirgin olan Türkiye'nin teknoloji-matematik entegrasyonu açığındaki iyileşmeyi hedefleyen program, öğrencileri geleneksel pasif öğrenme paradigmasından aktif, sorgulayıcı ve teknoloji odaklı bir matematik öğrenme ortamına dönüştürmeyi amaçlamaktadır.

Araştırmanın amacı güncellenen matematik öğretimi programı çerçevesinde öğretmen adaylarının teknoloji destekli matematik etkinlikleri tasarlama becerilerini geliştirmektir. Araştırmanın örneklemini ilköğretim matematik öğretmenliği programına kayıtlı 35 öğretmen adayı oluşturmaktadır. Araştırma 2025-2026 eğitim öğretim yılının güz döneminde gerçekleştirilmiştir. Bu bağlamda öğretmen adaylarına güncellenen program çerçevesinde öğrenme çıktısı seçtirilmiş ve bu çıktılara uygun teknoloji destekli etkinlikler geliştirmeleri istenmiştir. Öğretmen adayları bu etkinlikleri sınıf içinde sunmuş öğretmen ve akran dönütleri almıştır. Alınan dönütler neticesinde öğretmen adayları etkinliklerini revize etmiştir. Tüm etkinlikler öğretmen adaylarının daha sonra da yararlanması için bir etkinlik havuzunda toplanmıştır.

Anahtar Kelimeler: Etkinlik, teknoloji, Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli, matematik öğretimi

Matematik Öğretmeninin Mesleki Gelişimini Desteklemede Öğretmen Eğitimcisinin Fark Etme Uygulamaları

Müjgan BAKİ

Bir matematik öğretmeni, öğretim sürecini etkili biçimde yürütebilmek için alan bilgisi, pedagojik alan bilgisi ve uygulamaya özgü mesleki bilgiye ihtiyaç duyduğu gibi; öğretmen eğitimcileri de öğretmenlerin mesleki öğrenmesini destekleyebilmek için kendilerine özgü bir bilgi tabanına ihtiyaç duyarlar (Beswick & Goos, 2018). Bu bilgi tabanının önemli bileşenlerinden biri mesleki fark etmedir. Amador (2022) matematik öğretmen eğitimcisinin fark etmesinin, öğretmenin fark etme becerisine kıyasla daha üst düzey ve çok katmanlı bir yapıya sahip olduğunu vurgulamaktadır. Amador'a (2022) göre matematik öğretmen eğitimcisinin fark etmesi, hem öğretmen gibi öğrenci düşüncesini fark edebilmeyi hem de öğretmenin öğretime dair düşüncesini anlayabilmeyi gerektirir. Bu bağlamda öğretmen eğitimcisi; öğretmenin sınıf içi kararlarını, öğrenci düşüncesini nasıl yorumladığını, hangi pedagojik gerekçelerle müdahalede bulunduğunu fark ederek bu süreçleri görünür ve tartışılabilir hâle getirir. Bu çalışmanın amacı, bir matematik öğretmenin mesleki gelişim sürecinde öğretmen eğitimcisinin fark etme becerisini nasıl etkin biçimde kullandığını incelemektir.

Bu çalışma, lisansüstü düzeyde yürütülen bir mesleki gelişim dersi kapsamında gerçekleştirilmiştir. Çalışmanın katılımcısı görevde olan bir matematik öğretmenidir. Ders, öğretmenin kendi öğretim uygulamalarının öğrenci üzerindeki etkisini görmesini sağlamak amacıyla ders analiz görevleri içerecek şekilde geliştirilmiştir. Bu aşamada öğretmene Santagata ve Guarino, (2011) geliştirdikleri ders analizi çatısı rehber olarak sunulmuştur. Bu kapsamda öğretmen, dört hafta boyunca 9. sınıf matematik derslerini ses kaydına almış, kayıtları yazılı döküm hâline getirmiş ve her bir dersi ders analizi çerçevesi doğrultusunda ayrıntılı biçimde incelemiştir. Öğretmen tarafından hazırlanan analiz raporları üniversite ortamında araştırmacıya sunulmuştur. Üniversite ortamında gerçekleştirilen toplantılarda öğretmenin raporları ve ses kayıtları birlikte ele alınmış; öğretmenin yansımaları üzerinden araştırmacı, öğretmen eğitimcisi fark etme becerisini aktif biçimde kullanmıştır. Bu süreçte araştırmacı, öğretmenin sınıf içi kararlarını, öğrenci düşüncesini nasıl yorumladığını ve öğretiminin öğrencinin anlamasını nasıl şekillendirdiğini görünür kılmaya odaklanmıştır. Ayrıca öğrencinin anlamasını etkileyen kritik durumlar belirlenerek bu durumlar mesleki tartışmanın odağına taşınmıştır. Üniversite ortamında yapılan bu uygulama örneklerine konferans sunumunda yer verilecektir.

Öğretmenin bu süreçte öğrenci düşüncesine daha fazla odaklanmaya başladığı görülmüştür. Bununla birlikte, öğretmenin öğrenciyi düşünmeye yönlendirme konusunda hâlen bazı eksiklikleri bulunmaktadır. Özellikle soruyu anlama aşamasında öğrencilere oldukça fazla ipucu vermekte ve öğrenciyi soru ile baş başa bırakmamaktadır. Örneğin, Karekök 2'nin derecesi yazılmadıysa kaçtır?" şeklindeki yönlendirici sorular, öğrencinin kendi düşünme sürecini başlatmadan cevaba yaklaşmasına neden olmaktadır. Oysa bu noktada amaç, öğrencinin karekök ifadesinde derece yazılmadığında bunun 2 olduğunu kendi akıl yürütmesiyle hatırlamasını sağlamaktır. Bu nedenle öğretmen eğitimcisi, öğretmene verdiği dönütte öğrencinin önce soru üzerinde düşünmesine ve kendi çözüm yolunu üretmeye çalışmasına fırsat tanınmasının önemini vurgulamıştır.

Kaynakça

- Amador, J. M. (2022). Mathematics teacher educator noticing: Examining the interpretations and evidence of students' thinking. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 25, 163–189.
- Beswick, K., & Goos, M. (2018). Mathematics teacher educator knowledge: What we know and where to from here. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 21, 417–427
- Santagata, R., & Guarino, J. (2011). Using video to teach future teachers to learn from teaching. *ZDM* 43(1), 133-145.

Matematiksel Beklentinin Galton Tahtası Yardımı ile Daha İyi Anlaşılması

Tevfik İŞLEYEN

Özet

Pascal tarafından ortaya atılan matematiksel beklenti (veya Beklenen değer) olasılıkta çok önemli bir yere sahiptir. Bu soyut kavramın daha iyi anlaşılabilmesi için Francis Galton tarafından tasarlanan; binom dağılımını ve binom dağılımının normal dağılıma yaklaşımını deneysel olarak gösteren Galton tahtası yeniden tasarlanarak ders materyali haline getirildi. Bu materyalin ders anlatımı esnasında kullanımı öğrencilerin soyut kavramları deneysel olarak görmelerine imkan tanır. Galton tahtasının tarafımızdan yeniden düzenlenmesi, matematik eğitiminde örnek uygulama olarak düşünülebilir.

Hedef kitle Lise öğrencileri, Üniversite öğrencileri ve Matematik öğretmenleridir. Olasılık tanımını bilen her bireyin ilgisini çekebilir.

Uygulama süresi sunumla beraber maksimum 20 dakika olarak planlanmaktadır. Araç ve gereç olarak kurumdan farklı bir malzeme istenmeyecektir. Galton tahtası araştırmacı tarafından getirilecektir.

Öncelikle Galton tahtası ve amacı kısaca tanıtılacaktır. Daha sonra araştırmacı sunumunu yaparken bir kişi bu esnada Galton tahtasını deneyecektir. Sunum sonunda araştırmacı Galton deneyi sonucunu ve sunumunu birleştirerek izleyicilere anlatacaktır.

Uygulamanın değerlendirilmesi için farklı bir yol izlenmeyecektir. Sadece araştırmacının aynı dersi anlatırken kullandığı materyalin konuya uyumu örnek olarak paylaşılacaktır. Bu materyal daha önce derslerde kullanılmış ve öğrencilerden olumlu dönütler alınmıştır. Bu dönütler bilimsel araştırma kurallarına göre alınmamıştır. Bu kongrenin amacı doğrudan katılımcılara ulaşmak olduğundan böyle bir etkinliğin uygun olacağı düşünülmüştür.

Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Dijital İçerik Tasarlama Becerilerinin Piksel Sanatı Uygulamaları Bağlamında İncelenmesi

Hasan Basri ÖZCAN, Ebru SAKA

Eğitim ortamlarında yirmi birinci yüzyıl becerilerinin ve teknolojik imkânların merkeze alınması, öğretim süreçlerinde yenilikçi yaklaşımları zorunlu kılmaktadır (Çiftçi vd., 2021). Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli (TYMM) gibi bütüncül modeller okuryazarlık becerilerini (OB2) doğrudan bireyin çok yönlü gelişimiyle ilişkilendirirken (Aşkar vd., 2023; Kahramanoğlu, Altun ve Bakan Kalaycıoğlu, 2024), eğitimcilerin kendi ders materyallerini dijital platformlarda üretebilmeleri temel bir ihtiyaç halini almıştır (United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization [UNESCO], 2024). Özellikle ortaokul düzeyindeki alan ve çevre gibi matematiksel kavramların anlaşılması, görsel destekli veya etkileşimli içeriklerin derslere entegrasyonunu gerektirmektedir (Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], 2024).

Mevcut gereksinimden hareketle bu araştırma bir yüksek lisans tezinin uygulama planı çerçevesinde yürütülen "Piksel Sanatı" (Pixel Art) etkinlikleri üzerinden ortaokul matematik öğretmenlerinin dijital içerik tasarlama becerilerini incelemeyi amaçlamaktadır. Çalışmanın örneklem seçimi araştırmacıya zaman ve erişim kolaylığı sağlaması nedeniyle kolay örnekleme yöntemi kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın çalışma grubunu resmî ve özel okullarda görev yapan, yaşları 24 ile 41 arasında değişen 7'si kadın ve 3'ü erkek olmak üzere toplam 10 ortaokul matematik öğretmeni oluşturmaktadır. Veri seti katılımcılardan toplanan ve piksel sanatı temasıyla Canva platformunda hazırlanan 10 dijital içerik üzerinden oluşturulmuştur. İki hafta süren uygulamada "Kenar uzunlukları doğal sayı olan bir dikdörtgenin alanının ölçüsü verildiğinde çevre uzunluğunu, çevre uzunluğu verildiğinde alanını yorumlayabilme." (MAT.5.4.3) öğrenme çıktısında bulunan "Dijital araçlarla iş görme amacıyla öğrencilerin performans görevi kapsamında aynı çevre uzunluğuna ya da aynı alana sahip farklı dikdörtgenleri kullanarak piksel sanatına yönelik çalışmalar yapmaları istenebilir." öğrenme-öğretme uygulamasında okuryazarlık becerisinin işe koşulması için çalışma gerçekleştirilmiştir. Ters yüz edilmiş öğrenme modelinin uygulandığı süreçte öğretmenler, alan ölçüsü sabit tutulup çevre uzunluğu değişen farklı dikdörtgenleri kullanarak öğrencilerin kavramsal ilişkilendirme düzeylerini artırmaya yönelik dijital içerikler tasarlamıştır. Verilerin analizinde araştırmacı tarafından geliştirilen ve kapsam geçerliliği için uzman görüşü alınan "Matematik Dersi Dijital İçerik Tasarımı Dereceli Puanlama Anahtarı" kullanılmıştır. Bu ölçek altı temel boyutta yapılandırılmıştır. Bu boyutlar bilimsel yeterlik ve matematiksel doğruluk, eğitimsel uygunluk ve bütünlük, dil ve anlatım yönünden yeterlik, görsel ve teknik kalite, ölçme ve değerlendirme soruları ile yasal ve etik uygunluk alanlarını içermektedir. Belirlenen bu kriter alanları sayesinde tasarlanan dijital içeriklerinin kavramsal, pedagojik, estetik ve yasal açılardan kapsamlı ve çok yönlü bir şekilde değerlendirilmesi amaçlanmaktadır.

İncelenen dijital içeriklerin, öğrencilerin geometrik muhakeme ve dijital okuryazarlık becerilerini destekleme potansiyeli değerlendirildiğinde olumlu bulgulara ulaşılmıştır. Elde edilen veriler doğrultusunda öğretmenlerin büyük çoğunluğunun dijital içerik kapsamında tasarladıkları çalışmaların uygun ve yeterli nitelikte olduğu sonucuna varılmıştır. Eğitimcilerin alan-çevre değişimini yorumlayan dijital içerikleri teknolojik araçlarla başarılı biçimde modelleyebildikleri tespit edilmiştir. Bununla birlikte öğretmenlerin mesleki yetkinliklerini doğrudan uygulamaya dönüştürmelerine imkân tanıyan tasarım odaklı etkinliklerin matematik derslerinin pedagojik niteliğini artırdığı düşünülmektedir. Gelecek çalışmalarda, eğitimcilerin e-içerik geliştirme becerilerini desteklemek amacıyla çeşitli çevrim içi uygulamalara dayalı tasarım atölyelerinin yaygınlaştırılması önerilmektedir.

Kaynaklar

Aşkar, P., Topçu, H. İ., Altun, A., Cırık, İ. ve Kandırmaz, M. (2023). *K12 Beceriler Çerçevesi: Türkiye bütüncül modeli*. Millî Eğitim Bakanlığı Yayınları.

Çiftçi, S., Sağlam, A. ve Yayla, A. (2021). 21. yüzyıl becerileri bağlamında öğrenci, öğretmen ve eğitim ortamları. *RumeliDE Dil ve Edebiyat Araştırmaları Dergisi*, (24), 718-734. <https://doi.org/10.29000/rumelide.995863>

- Kahramanoğlu, R., Altun, D. ve Bakan Kalaycıoğlu, D. (2024). K12 beceriler çerçevesi Türkiye bütüncül modeli: Okuryazarlık becerileri. *Millî Eğitim*, 53(241), 499-518. <https://doi.org/10.37669/milliegitim.1307713>
- MEB. (2024). *Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı. Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli*. <https://tymm.meb.gov.tr/ogretim-programlari/ortaokul-matematik-dersi/6>
- UNESCO. (2024). *Literacy: Need to know*. <https://www.unesco.org/en/literacy/need-know>

İspat Okuma Becerisini Geliştirmeye Yönelik Bir Öğretim Tasarımı: Menelaus Teoremi Örneği

Yavuz KARPUZ

İspat okuma, öğrencilerin yalnızca bir sonucun öncüllerden geçerli mantıksal çıkarım kuralları aracılığıyla nasıl elde edildiğinin anlamalarını sağlamakla kalmaz, aynı zamanda elde edilen sonucun hangi adımlar ve gerekçelerle oluşturulduğunu, kullanılan ispat yönteminin ispatın yapısını nasıl etkilediğini de anlamalarını sağlar. Bu süreç, öğrencilerin matematiksel ifadeleri anlamalarına, adımlar arasındaki ilişkiyi fark etmelerine ve bir sonucun neden doğru olduğunu açıklamalarına yardımcı olur. Ayrıca öğrencilerin ispatın temel fikrini görmelerini ve benzer düşünme biçimlerini başka durumlara taşımalarını destekler. Geometri öğretiminde şekil, sembol, dil ve mantıksal ilişki birlikte kullanıldığı için ispat okuma daha da önemli hâle gelir. Bu nedenle ispat okuma, öğrencilerin matematiksel anlam kurma, açıklama yapma ve genelleme becerilerini geliştiren önemli bir süreçtir. Bu çalışmada, öğrencilerin geometri ispatlarını okuma becerilerini geliştirmeye yönelik planlanan bir öğretim uygulamasının yapısı tanıtılarak örnek bir uygulamadan yansımalar paylaşılacaktır. Öğrenme ortamı, Mejía-Ramos vd. (2012) tarafından ortaya konulan ispat anlama kuramsal çerçevesi temel alınarak planlanmıştır. Bu çerçevede ispat okuma; terim ve ifadelerin anlamını kavrama, ispatın mantıksal yapısını görme, iddiaların nasıl gerekçelendirildiğini izleme, ispatı ana fikirleriyle özetleme, modüler yapısını belirleme ve temel düşünceyi başka bağlamlara aktarma boyutları üzerinden ele alınmıştır. Uygulama üniversitede Öklid geometrisi dersi alan 1. sınıf matematik öğretmen adayları ile gerçekleştirilmiştir. Bu derste öğrencilere Öklid geometrisinin teoremlerinin ispatı aksiyomatik bir yaklaşımla verilmektedir. Dolayısıyla süreç içinde ispat yapma ve okuma becerisi dersin odağını oluşturmaktadır. Uygulama, Öklid geometrisi dersi içinde dönem boyunca belirli haftalara yayılan bir yapı içinde gerçekleştirilmiştir. Ders bütünüyle ispat okuma odaklı yürütülmemiştir. Teorem ve ispatların ele alındığı işleyiş sürdürülürken, öğretim elemanı belirli haftaların bir bölümünü ispat okuma becerilerini geliştirmeye yönelik uygulamalara ayırmıştır. Bu uygulamalar genellikle iki haftada bir gerçekleştirilmiştir. Bu yaklaşım, önce öğretim elemanının ispat okuma stratejilerini açık biçimde öğrencilere gösterdiği modelleme, ardından öğrencilerin yönlendirme ve dönütle çalıştığı destekleme ve son olarak bu desteğin azaltılarak sorumluluğun öğrenciye bırakıldığı desteklerin geri çekilmesi aşamalarından oluşmaktadır. Bu yapı, bilişsel çıraklık yaklaşımında öğrenmenin önce uzman tarafından görünür kılınması, ardından desteklenmesi ve zamanla bağımsız kullanıma devredilmesi düşüncesine dayanmaktadır (Brown, Collins, & Newman, 1989). Bu çalışmada süreç olarak ilk iki haftada modelleme, sonraki iki haftada destekleme ve izleyen haftalarda desteklerin geri çekilmesi biçiminde yapılandırılmıştır. Uygulama toplam 7 hafta olarak planlanmıştır. Böylece ispat okuma becerilerinin dersin doğal akışı içinde, zamana yayılan bir öğretim süreciyle desteklenmesi amaçlanmıştır. Bu süreçte bir geometri ispat metni, buna eşlik eden şekil ve öğrencileri düşünmeye yöneltten açık uçlu soruların yer aldığı çalışma yaprakları kullanılmıştır. Çalışma yapraklarında yer alan sorular, öğrencilerin ispatı okuma sürecini altı boyutta destekleyecek biçimde düzenlenmiştir. Bu boyutlar; terim ve ifadelerin anlamını kavrama, ispatın mantıksal yapısını görme, iddiaların nasıl gerekçelendirildiğini izleme, ispatı ana fikirleriyle özetleme, modüler yapısını belirleme ve temel düşünceyi başka bağlamlara aktarmadır. Özetle bu bildiride, öğretim tasarımının çerçevesi ve uygulanış süreci sunulacaktır. Ayrıca, öğrencilerin daha bağımsız çalıştıkları bir aşamada uygulanan Menelaus Teoremi etkinliğinden elde edilen veriler üzerinden, ispat okuma sürecini nasıl yönettikleri paylaşılacaktır.

Kaynaklar

- Brown, J. S., Collins, A., & Newman, S. E. (1989). Cognitive apprenticeship: Teaching the crafts of reading, writing, and mathematics. In L. B. Resnick (Ed.), *Knowing, learning, and instruction: Essays in honor of Robert Glaser* (pp. 453–494). Lawrence Erlbaum Associates.
- Mejía-Ramos, J. P., Fuller, E., Weber, K., Rhoads, K., & Samkoff, A. (2012). An assessment model for proof comprehension in undergraduate mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 79(1), 3–18. <https://doi.org/10.1007/s10649-011-9349-7>

Öğrenci Cevabından Öğrenci Düşüncesine: Öğretmen Adaylarıyla Bir Atölye Deneyimi

Melisa KARAKAYA ÖZTÜRK, Figen BOZKUŞ

Uygulamanın amacı ve gerekçesi:

Öğretmenlerin, öğrencilerin matematiksel düşünmesini nasıl fark ettikleri ve bu düşünmeyi öğretimsel kararlarına nasıl yansıttıkları, son yıllarda matematik eğitimi literatürünün merkezinde yer almaktadır (Amador vd., 2021; van Es ve Sherin, 2021). Öğrenci düşüncesine yönelik dikkat etme, yorumlama ve yanıt verme süreçlerinin öğretmenin öğrenci düşüncesini ele alış biçimi tarafından şekillendiği gösterilmiştir (Scheiner, 2023). Bununla birlikte, öğretmenin kendi matematiksel anlayışından uzaklaşarak öğrencinin anlayışını kavramaya çalışması, farklı düşünme biçimlerini tanıma ve onlara değer verme becerisi, yani merkezsizleştirme süreci, öğretmen-öğrenci etkileşiminin niteliğini belirleyen temel bir mekanizma olarak tanımlanmaktadır (Baş-Ader ve Carlson, 2022). Bu beceriler, öğrencilerin ortaya koydukları fikirlerin, kullandıkları stratejilerin ve yaşadıkları yanlışların yalnızca kabul edilmekle kalmayıp matematiksel anlamın geliştirilmesine katkı sağlayan birer öğrenme fırsatı olarak değerlendirildiği öğrenci merkezli öğrenme ortamlarının oluşturulmasında önemli bir rol oynamaktadır (Brodie, 2011; Teuscher vd., 2016). Bu kapsamda bu araştırmanın amacı ilköğretim matematik öğretmen adaylarının öğrenci düşüncesini yorumlama ve öğrencinin düşünmesine ilişkin ikinci düzey model kurma becerilerini geliştirmeyi hedefleyen üç oturumluk bir atölye uygulamasını tanıtmak ve uygulama sürecini ayrıntılı biçimde ortaya koymaktır.

Hedef kitle ve özellikleri:

Bu çalışmada, ilköğretim matematik öğretmen adaylarıyla yürütülen üç oturumluk bir atölye süreci sunulmaktadır. Atölyeler, Öğretmenlik Uygulaması dersi kapsamında 24 öğretmen adayı ile gerçekleştirilmiş ve süreç araştırmacılar tarafından birlikte yürütülmüştür. Müdahalenin temel amacı, öğretmen adaylarının öğrenci yanıtlarını yalnızca doğru–yanlış kategorileri üzerinden değerlendirmek yerine, öğrencilerin olası zihinsel modelleri çerçevesinde yorumlayabilmelerini ve öğrencinin düşüncesine ilişkin ikinci düzey model kurma pratiği geliştirmelerini desteklemektir.

Uygulama süresi ve araç gereçler:

Uygulama süreci üç hafta sürmüş ve her hafta bir oturum olacak şekilde toplam üç oturumda gerçekleştirilmiştir. Uygulama kapsamında, bir ortaokul öğrencisinin yüzde kavramına ilişkin bir soruya verdiği yanıt incelenmiştir. Uygulama sürecine başlanmadan önce öğretmen adayları, kendilerine yöneltilen sorular doğrultusunda öğrenci yanıtlarını incelemiş ve değerlendirmiştir. Aşağıdaki tabloda uygulama sürecinde kullanılan öğrenci yanıtı ile öğretmen adaylarına yöneltilen sorular sunulmaktadır.

Tablo 1. Öğrenci yanıtı ve yöneltilen sorular

Durum 1: Bir mağaza, vitrinindeki bir pantolona sezon sonunda %30 indirim yapıyor. Ürün yine de satılmayınca, satışları hızlandırmak için yeni etiket fiyatı (indirimli fiyat) üzerinden kasada %20 ekstra bir indirim daha uyguluyor. Sizce bu pantolona başlangıç fiyatı üzerinden toplam yüzde kaç indirim yapılmıştır? Neden?

Öğrenci Cevabı: “Toplam %50 indirim yapılmış olur. Çünkü mağaza önce %30 indirim yaptı, sonra bunun üstüne %20 daha indirim yaptı. 30 ile 20’yi toplarsak 50 eder. Yani ürün başlangıçtaki fiyatının tam yarı fiyatına satılıyordur.”

- Öğrencilerin yanıtlarını değerlendirerek nasıl düşündüklerini açıklayınız.
- Bu değerlendirmeyi yaparken nasıl bir düşünme süreci izlediğinizi ve değerlendirmelerinizi hangi gerekçelere dayandırdığınızı ayrıntılı biçimde açıklayınız.
- Bu öğrencilerin öğretmeni olmuş olsaydınız bu yanıtlarla karşılaştığınızda öğretmen olarak ne yapardınız? Bu yaklaşımınızın gerekçesi nedir?

Uygulama Adımları:

İlk oturumda, bir ortaokul öğrencisinin yüzde kavramına ilişkin verdiği yanıt üzerinden tüm sınıf birlikte çalışmış ve öğrencinin olası düşünme yolları tartışılmıştır. Bu süreçte amaç, öğretmen adaylarının öğrenci düşüncesini açıklayabilecek birden fazla tutarlı yapı geliştirmeleri ve dikkat etme ile yorumlama süreçleri arasındaki ayrımı görünür kılmalarıdır. İkinci oturumda öğretmen adayları, staj yaptıkları okullardaki öğrencilerle aynı problem üzerinden röportajlar gerçekleştirmiş ve sınıfa getirdikleri kayıtlar üzerinden öğrenci yanıtlarını nasıl ilerlettikleri tartışılmıştır. Bu aşamada odak, öğretmen adaylarının öğrencinin mevcut yanıtına nasıl karşılık verdikleri ve bu müdahalelerin öğrenci düşüncesini ele alış biçimleriyle nasıl ilişkilendiğidir. Üçüncü oturumda da aynı problem üzerine çalışılmıştır. Öğretmen adayları yeniden öğrenci röportajları yapmış; ancak bu kez temel amaç öğrencinin düşünme modelini daha derinlemesine anlamak ve bilinçli biçimde ikinci düzey model kurmaktır. Sınıfa getirilen röportajlar üzerinden adayların öğrenci düşüncesini nasıl anlamlandırdıkları, olası düşünme yollarına yönelik yaklaşımları ve öğretimsel hamlelerini öğrenci düşüncesini ele alış biçimlerine bağlı olarak nasıl düzenledikleri birlikte analiz edilmiştir.

Uygulamanın değerlendirilmesi:

Çalışmanın ön bulguları, öğretmen adaylarının ilk oturumda ağırlıklı olarak cevap odaklı ve değerlendirmeci bir öğrenci düşüncesini ele alış biçimi sergilediklerini; ancak süreç ilerledikçe öğrencinin düşüncesini açıklamaya yönelik daha ayrıntılı zihinsel modellemeler geliştirdiklerini göstermektedir. Ayrıca, öğrencinin düşüncesini anlamaya yönelik çabanın artmasıyla birlikte öğretmen adaylarının müdahalelerinin daha az düzeltici, daha çok genişletici bir nitelik kazandığı gözlemlenmiştir. Bu uygulama, merkezsizleştirme sürecinin öğretmen adaylarının öğrenci düşüncesini ele alış biçimlerini dönüştürmede kritik bir rol oynadığını ve öğrencilerin güçlü yönlerine odaklanmanın ikinci düzey model kurma pratiğiyle yakından ilişkili olduğunu göstermektedir. Bulguların analizi devam etmekle birlikte, çalışma öğretmen eğitiminde öğrenci düşüncesini modelleme odaklı yapılandırılmış müdahalelerin öğretmen adaylarının pedagojik kararlarını dönüştürme potansiyeline sahip olduğunu ortaya koymaktadır.

Anahtar Kelimeler: Fark etme, öğrenci düşüncesi, merkezsizleştirme, öğretmen adayları, öğretmen eğitimi

Kaynakça

- Amador, J. M., Bragelman, J., & Castro-Superfine, A. (2021). Prospective teachers' noticing: a literature review of methodological approaches to support and analyze noticing. *Teaching and Teacher Education*, 99, 103256. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2020.103256>
- Brodie, K. (2011). Working with learners' mathematical thinking: Towards a language of description for changing pedagogy. *Teaching and Teacher Education*, 27(1), 174–186. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2010.07.014>
- Baş-Ader, S., & Carlson, M. P. (2022). Decentering framework: A characterization of graduate student instructors' actions to understand and act on student thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, 24(2), 99–122. <https://doi.org/10.1080/10986065.2020.1844608>
- Scheiner, T. (2023). Shifting the ways prospective teachers frame and notice student mathematical thinking: From deficits to strengths. *Educational Studies in Mathematics*. <https://doi.org/10.1007/s10649-023-10235-y>
- Teuscher, D., Moore, K. C., & Carlson, M. (2016). Decentering: A construct to analyze and explain teacher actions as they relate to student thinking. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 19(5), 433–456. <https://doi.org/10.1007/s10857-015-9304-0>
- van Es, E. A., & Sherin, M. G. (2021). Expanding on prior conceptualizations of teacher noticing. *ZDM—Mathematics Education*, 53(1), 17–27. <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01211-4>

Ortaokul Matematik Öğretmeninin Matematiksel İlişkilendirmeyi Öğretme Bilgisi Üzerine Bir Etkinlik Tasarımı ve Uygulama Örneği Analizi

Zülküf KILIÇ, Kemal ÖZGEN

Matematik dersi, matematiksel ilişkilendirmeler ve içgörüler temelinde yürütülen bir anlam oluşturma süreci olarak tasarlandığında, öğrencilerin matematiği anlayabilecekleri ve kendi üretebilecekleri bir alan olarak görmelerine katkı sağlar (Schoenfeld, 2022). İlişkisel anlayış geliştiren öğrenciler, matematiği bütüncül bir yapı olarak algılayarak kavramlar arasındaki bağlantıların farkına varabilirler (Skemp, 1976). Matematiksel öğrenmeye yönelik araştırmalarda, öğrenme sürecinin çoğunlukla ilişkilendirme süreçleriyle açıklandığı (Yavuz Mumcu, 2023) dikkate alındığında, matematiksel anlayışın gelişimi için ilişkilendirmelerin öğrenme ortamlarında kullanılmasının gerekli olduğu (García-García & Dolores-Flores, 2018) vurgulanabilir.

Literatürdeki çeşitli çalışmalarda (García-García & Dolores-Flores, 2018; Özgen, 2016) matematiksel ilişkilendirmenin çok farklı öğrenme fırsatlarına yol açtığı ifade edilmektedir. Bu öğrenme fırsatlarının kullanılabilirliği, öğretmenlerin öğrenme fırsatlarını belirleme, yorumlama ve teşvik etme gibi daha derin matematiksel bilgi ve yeteneklerine bağlıdır (Gamboa vd., 2020). Matematiği etkili bir şekilde öğretmek için öğretmenlerin, öğretecekleri matematik konuları hakkında derin bir kavramsal anlayışa sahip olmalarının yanı sıra, öğrencilerin öğrenme süreçlerinde ilerlerken maruz kalacakları matematik hakkında da derin bilgiye sahip olmaları beklenmektedir (Eli vd., 2013). Ayrıca öğretmenlerin matematiği, matematiksel konuları öğrenciler için anlamlı hale getirmenin güçlü temsil yollarını seçebilecek bilgiye sahip olmaları beklenirken; bu bilginin boyutlarını anlamak için öğretmenlerin matematik alanına özgü bilgisinin nasıl olması gerektiğinin araştırılmasına ihtiyaç vardır (Ball vd., 2008).

Bu araştırmanın amacı, ortaokul matematik öğretmenlerine matematiksel ilişkilendirmeyi öğretme bilgisini (MİÖB) kazandırmayı hedefleyen bir mesleki gelişim programının yansımalarını; bir ortaokul matematik öğretmenin yürüttüğü sınıf içi uygulama süreci ve bu sürece ilişkin öznel deneyimleri üzerinden incelemektir. Bu çalışmada, Rodríguez-Nieto vd. (2022) tarafından benimsenen matematiksel ilişkilendirme türleri ile (öğretime yönelik, farklı temsiller, prosedürel, çıkarımsal, parça-bütün, anlam, özellik, tersine çevrilebilirlik, metaforik, gerçek hayat ve diğer disiplinlerle ilişkilendirmeler) ile Carrillo ve diğerlerinin (2018) Matematik Öğretmeninin Uzmanlık Bilgisi (MTSK) çerçevesindeki bilgi türleri kuramsal zemin olarak benimsenmiştir.

Bu çalışma, beş günlük yoğunlaştırılmış bir mesleki gelişim programını tamamlayan bir ortaokul matematik öğretmenin, program kapsamında geliştirilen matematiksel ilişkilendirme odaklı etkinliği kendi sınıf ortamında uygulama sürecini ele almaktadır. Mesleki gelişim programında; matematik öğretmenleri mevcut materyalleri eleştirel analiz etmelerini, ardından MTSK bileşenleri (Konu Bilgisi, Matematiğin Yapısı Bilgisi, Matematikte Uygulamalar Bilgisi vb.) rehberliğinde özgün matematiksel etkinlikler tasarlamaları sağlanmıştır.

Bu mesleki gelişim programıyla, matematik öğretmenlerine matematiksel ilişkilendirmeye yönelik teorik farkındalığın yanı sıra etkinlik tasarım ve uygulama becerilerini geliştirmelerine katkı sunacak bir yapı kurgulanmıştır. Sürecin başlangıcında katılımcılar, uzman rehberliğinde matematiksel ilişkilendirme türlerini (anlamsal, çıkarımsal, metaforik vb.) ve MTSK modelini temel alan analiz atölyeleriyle mevcut materyalleri eleştirel bir süzgeçten geçirmişlerdir. Ardından tasarım odaklı oturumlar ile öğretmenler, standart ders kitabı etkinliklerini matematik-içi (prosedürel, parça-bütün, tersine çevrilebilirlik vb.) ve matematik dışı (gerçek yaşam ve farklı disiplinler) ilişkilendirmelerle zenginleştirerek özgün ders planları oluşturmuşlardır. Mesleki programın son aşamasında ise, öğretmenler tarafından tasarlanan etkinlikler mikro-öğretim yöntemiyle simüle edilmiş; katılımcılar tarafından "Matematiksel İlişkilendirmeyi Öğretme Bilgisi" (MİÖB) değerlendirme aracı kullanılarak akran ve uzman değerlendirmeleri ile profesyonel öğrenme topluluğu deneyimi tamamlanmıştır.

Bu çalışmada, bir öğretmenin mesleki gelişim sonrası sergilediği matematiksel ilişkilendirme odaklı sınıf içi uygulama süreci ve bu sürece ilişkin öznel deneyimlerini analiz etmek amacıyla nitel araştırma

desenlerinden durum çalışması benimsenmiştir. Çalışmanın odağını, mesleki gelişim programına katılan öğretmenler arasından seçilen bir katılımcının grup halinde hazırlamış oldukları 80 dakikalık ders planı ve bu planın sınıftaki uygulama süreci oluşturmaktadır. Veri toplama araçları olarak öğretmenlerin geliştirdiği etkinlik ders planı, sınıf içi uygulama sürecine ait video kayıtları, öğretmen görüşlerine yönelik ön ve son görüşme kayıtlarıdır. Veriler Rodriguez-Nieto vd. (2022) tarafından tanımlanan ilişkilendirme türleri ve Carrillo vd. (2018) tarafından geliştirilen MTSK bilgi türleri temel alınarak betimsel analiz yöntemiyle analiz edilmiştir. Görüşme ve gözlem verilerinin MTSK ve MİÖB çerçevesinde analizine göre öğretmenin konu bilgisi (KoT) boyutunda sadece tanım ve prosedürlerle sınırlı kalmayıp, kavramların ayırt edici özelliklerini ve anlamsal ilişkilerini vurguladığı görülmüştür. Matematik yapısı bilgisi (KSM) temelli süreçlerde öğretmenin, özellikle orantı sabiti ile ters orantı kavramı arasında kurulan parça-bütün ilişkisi, matematiksel kavramların ve hiyerarşik bir bütünlük içinde inşa edildiği görülmüştür. Matematik öğretimi bilgisi (KMT) bağlamında öğretmenin ipuçları vererek farklı temsil biçimleri (sözel, cebirsel, model) arasındaki geçişler ile öğrencilerin işlemsel adımlarını kavramsal temellerle kontrol etmelerine olanak tanıyan ders içi rehberliği başarıyla uyguladığı saptanmıştır. Matematik öğrenmenin özellikleri bilgisi (KFLM) açısından, öğretmenin öğrencilerin ön bilgilerini (öğretime yönelik) etkin şekilde sorguladığı ve kavram işlem dengesini gözetken anlamsal müdahalelerle öğrenci düzeyine uygun bir anlam inşasına alan açtığı belirlenmiştir. Son olarak, matematik öğrenme standartları bilgisi (KMLS) kapsamında öğretimin; müfredat akışıyla uyumlu, önkoşul bilgilerle güçlendirilmiş ve öğrenme standartlarını yüzeysel aktarımın ötesine taşıyarak kavramsal sorgulamaya entegre eden nitelikli bir 'Matematiksel İlişkilendirmeyi Öğretme Bilgisi' (MİÖB) yansıttığı sonucuna ulaşılmıştır.

Kaynakça

- Ball, L. D., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special?. *Journal of teacher education*, 59(5), 389-407.
- Caviedes, S., De Gamboa, G., & Badillo, E. (2023). Preservice Teachers' Knowledge Mobilized in Solving Area Tasks. *Journal on Mathematics Education*, 14(1), 35-54.
- Carrillo, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero-Avila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar, A., Ribeiro, M., & Munoz, C. (2018). The mathematics teacher's specialized knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*, 20(3), 236-253. <https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981>
- De Gamboa, G., Badillo, E., Ribeiro, M., Montes, M., & Sánchez-Matamoros, G. (2020). The role of teachers' knowledge in the use of learning opportunities triggered by mathematical connections. In S. Zehetmeier, D. Potari, & M. Ribeiro (Eds.), *Professional development and knowledge of mathematics teachers* (pp. 24-43). Routledge. <https://doi.org/10.4324/9781003008460-3>
- De Gamboa, G., Caviedes, S., & Badillo, E. (2022). Mathematical connections and the mathematics teacher's specialised knowledge. *Mathematics*, 10(21), 4010. <https://doi.org/10.3390/math102140>
- Eli, J. A., Mohr-Schroeder, M. J., & Lee, C. W. (2013). Mathematical connections and their relationship to mathematics knowledge for teaching geometry. *School Science and Mathematics*, 113(3), 120-134.
- Escorcia, I. A. P., Rincón, J. P. A., & Montes, M. A. (2023). Specialised knowledge of the mathematics teacher to teach through modelling using ICTs. *Acta Scientiae*, 25(1), 160- 195.
- García-García, J., & Dolores-Flores, C. (2018). Intra-mathematical connections made by high school students in performing Calculus tasks. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 49(2), 227-252. doi:10.1080/0020739x.2017.1355994.
- Özgen, K. (2016). Designing effective problem-based learning (pbl) problems: the sample of mathematics course, *International Conference on Research in Education and Science (ICRES)*, (19-22 May 2016), Bodrum, Turkey.
- Rodríguez-Nieto, C. A., Font Moll, V., Borji, V., & Rodríguez-Vásquez, F. M. (2022). Mathematical connections from a networking of theories between extended theory of mathematical connections

and onto-semiotic approach. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 53(9), 2364-2390

Schoenfeld, A. H. (2022). Why are learning and teaching mathematics so difficult?. In *Handbook of cognitive mathematics* (pp. 1-35). Cham: Springer International Publishing.

Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics teaching*, 77(1), 20

Geometride Fiziksel Deneyimin Dijitale Dönüşümü: Katla-Kes-Yapıştır Aracı

Tuğba ÖZTÜRK

Özet

Geometri öğrenimi, şekilleri tanımanın ötesinde şekiller arası ilişkileri görmeyi, uzamsal düşünmeyi ve dönüşümleri anlamlandırmayı gerektirmektedir. Bu süreçte öğrenciler soyut yapılarla karşı karşıya kalmakta; bu durum ise kavramsal anlamlandırmada zorluk oluşturmaktadır. Eğitimde manipülatifler, öğrencilerin fiziksel veya dijital nesnelerle etkileşime girerek kavramları anlamasını sağlayan birer araç olarak kavramsal anlamayı somutlaştırma, muhakeme etme becerisini geliştirme, aktif öğrenmeyi teşvik etme ve motivasyonu artırma açısından önemli bir pedagojik işlev üstlenmektedir. Fiziksel manipülatifler ise tekrar edilebilirlik, geri alma ve varyasyon üretimi konusundaki sınırlılıkları; ölçek, erişim ve sürdürülebilirlik sorunları ile ispat süreçlerindeki boşlukları nedeniyle bireyselleştirme ve farklılaştırma ihtiyacını yeterince karşılayamamaktadır. Bu durum, dijital imkanlar sunan ve bu sınırlılıkları ortadan kaldıracak türdeki sanal manipülatiflerin gerekliliğine işaret etmektedir. Bu kapsamda çalışmanın amacı, geometri öğretiminde fiziksel katla-kes-yapıştır etkinliklerinin işlevselliğini dijital ortama taşıyan, uzamsal muhakeme ve görselleştirme becerilerini destekleyen bir sanal manipülatif aracı tasarlamak ve etkinlikler aracılığıyla işlevselliğini ortaya koymaktır.

Tasarlanan "Katla-Kes-Yapıştır" dijital aracı; geometrik şekilleri özelliklerine dayalı olarak oluşturabilme, katlama eksenini belirleyerek katlama öncesi ve sonrası durumları karşılaştırma, tercih edilen doğrultuda kesme ve oluşan parçaları kullanma ile farklı geometrik şekilleri taşıma, döndürme ve simetri işlemleriyle istenen pozisyona getirerek yapıştırma işlevlerini bir arada sunmaktadır. Aracın tasarım sürecinde bu işlevlerin birlikte ve tutarlı biçimde çalışması esas alınmış; katlama ve kes-yapıştır etkinlikleri üzerinden aracın geometri öğretimine katkısı örneklendirilmiştir. Çalışmanın özgünlüğü; fiziksel manipülatif deneyimini dijital ortamda bütüncül bir şekilde yeniden kurgulayan, ispat süreçlerini destekleme potansiyeli taşıyan ve erişilebilirlik ile sürdürülebilirlik sorunlarını birlikte ele alan bir araç geliştirme girişiminden kaynaklanmaktadır. Araç, tarayıcı tabanlı çalışma yapısı sayesinde ek yazılım gerektirmeksizin uygulanabilir bir nitelik taşımaktadır. İlerleyen süreçte tablet ve dokunmatik uyumluluk, öğrenci ilerleme kaydı ve pilot uygulama çalışmalarıyla aracın geliştirilmesi planlanmaktadır. Bu bağlamda söz konusu dijital aracın; geometri öğretiminde özellikle uzamsal muhakeme, şekil dönüşümleri ve alan hesabı gibi soyut kavramların somutlaştırılmasında hem öğretmen hem de öğrenci düzeyinde etkin biçimde kullanılması önerilmektedir.

Anahtar Kelimeler: geometri öğretimi, sanal manipülatif, dijital araç, uzamsal muhakeme, katla-kes-yapıştır

Kesirler, Rasyonel, İrrasyonel İçin Farlı Bir Anlatım

Hasan GÜVELİ, Ebru GÜVELİ

Özet

Kesirler ve rasyonel sayılar konusunda karşımıza çıkan kesir nedir ? rasyonel sayı nedir? ilişkileri nelerdir? her kesir rasyonel midir? her rasyonel kesir midir? kesirlerin, parça bütün, oran, bölüm, işlemci, ölçü ... gibi anlamları ile rasyonel sayı ilişkisi nedir? Bu çalışmada bu soruların hepsine cevap vermek amacıyla kesirler için yeni bir tanım verilmiştir. Kesirler, rasyonel sayılara karşılık gelmek üzere “tam sayılı kesirler”, irrasyonel sayılara karşılık gelmek üzere “tamsayılı olmayan kesirler” olarak tanımlanmıştır. Bileşik ve basit kesirler için de “tam sayılı bileşik kesir”, “tam sayılı basit kesir”, “tam sayılı olmayan bileşik kesir”, “tam sayılı olmayan basit kesir” sınıflandırması yapılmıştır. Rasyonel sayıların tanımında aralarında asallığa gerek olmadığı halde bu yanlışlığa nerden varılmıştır? Bu yanlışlığı savunanlara bu çalışmada matematiksel ispatla cevap verilmiştir. “Rasyonel” akılcı, gerçekçi, akla yatkın demek iken “irrasyonel” akla yatkın olmayan anlamında olacağına göre; reel sayılar (gerçel sayılar, gerçek sayılar) nasıl bu ikisinin bileşimi olarak tanımlanabilir? Buradaki “rasyonel” ifadesi aslında oranlanabilir anlamındadır. Yani rasyonel sayı tam sayıların oranı şeklinde yazılabilen sayı demektir. $\sqrt{2}$ tam sayıların oranı şeklinde yazılamayan bir sayıdır. Bu tür sayılara irrasyonel sayılar denir. Rasyonel ve irrasyonel sayıların hepsi reel sayıdır ve reel sayı ekseninde bir birim belirlendiği anda tüm reel sayılar yerini bulur. Dolayısıyla $\sqrt{2}$ sayısının reel sayı eksenini üzerinde tam olarak yeri belli midir? sorusunun cevabı; reel sayı eksenini üzerinde 1’in yeri tam olarak belli ise tüm reel sayıların reel sayı eksenini üzerinde yerleri de tam olarak bellidir olacaktır. Ayrıca şuda bilinmelidir ki; reel sayılarla reel sayı eksenini arasında birebir bir eşleme vardır. Her bir reel sayıya eksen üzerinde sadece bir nokta, tersine reel sayı eksenini üzerindeki her bir noktaya da sadece 1 tane reel sayı tekabül eder. Bu çalışmada bu konular literatür eşliğinde derinlemesine ele alınmakta ve tartışılmaktadır.

Anahtar kelimeler: Kesir tanımı, tamsayılı kesir, tam sayılı olmayan kesir, rasyonel sayı, irrasyonel sayı, reel sayı

Algoritma Temelli Problem Çözme ile Matematiksel Akıl Yürütme: Euler Köprü Problemi Uygulaması

Adnan BAKİ, Tuğba TAT

Özet

Bu çalışmada, 9. sınıf matematik ders kitabında algoritma temelli bir problem bağlamı olarak yer alan Euler köprü problemi aracılığıyla öğrencilerin yazılı çözümlerinde ortaya çıkan bilişsel süreçler, algoritmik düşünme bileşenleri açısından incelenmiştir. Çalışmanın amacı, yeni ve bağlamdan bağımsız bir algoritmik düşünme kuramı ya da kavramsal kategori üretmekten ziyade, bilgi işlemsel düşünmenin bir parçası olarak algoritmik düşünme bileşenlerinin öğrenci çözümlerinde hangi düzeylerde görünür hâle geldiğini sınıf içi yazılı kanıtlarla ortaya koymaktır. Araştırma nitel desende durum çalışması olup araştırmanın verileri, 19 öğrenciye uygulanan beş yapılandırılmış çalışma kâğıdı aracılığıyla toplanmıştır. Öğrencilerden farklı başlangıç noktalarıyla rota denemeleri yapmaları, başarısızlık nedenlerini açıklamaları, grafi derece kavramı üzerinden incelemeleri, Euler yolu için genel bir kural oluşturmaları ve bu kuralı yeni bir graf üzerinde sınamaları istenmiştir. Veriler, alanyazındaki kuramsal katkılarının bütünleştirilmesiyle geliştirilen ve pilot kodlamayla operasyonelleştirilen “Euler Köprü Probleminde Algoritmik Düşünme Düzeyleri Modeli” aracılığıyla çözümlenmiştir. Model; soyutlama, ayrıştırma, örüntü tanıma, algoritma tasarımı ve değerlendirme olmak üzere beş düzeyden oluşmaktadır. Bulgular, öğrencilerin tamamının soyutlama ve ayrıştırma düzeylerinde belirgin göstergeler sergilediğini göstermiştir. Örüntü tanıma düzeyinde 8 öğrenci tam, 11 öğrenci ise kısmi gösterge sergilemiştir. Algoritma tasarımı düzeyinde 8 öğrenci tam göstergeye ulaşmış; değerlendirme düzeyinde ise yalnızca 4 öğrenci Euler yolu ve Euler turu arasındaki ayrımı matematiksel gerekçeyle açıklayarak tam gösterge sergilemiştir. En belirgin sayısal daralma ayrıştırmadan örüntü tanımaya geçişte gözlenirken, kavramsal açıdan en kritik eşik algoritma tasarımıyla değerlendirmeye geçişte ortaya çıkmıştır. Birçok öğrenci doğru yapısal veriyi üretebilmesine karşın Euler yolu ve Euler turu arasındaki ayrımı derece-parite ilişkisine dayalı olarak gerekçelendirememiştir. Sonuçlar, algoritmik düşünme göstergelerinin matematiksel problem çözme sürecinde basamaklar arasında eşit biçimde dağılmadığını; çözüm üretme ile çözümü matematiksel ölçütlere göre doğrulamanın ayrı bilişsel eşikler olarak ele alınabileceğini göstermektedir.

Anahtar Kelimeler: Algoritmik düşünme, Euler köprü problemi, problem çözme, matematiksel akıl yürütme, matematiksel gerekçelendirme.

1. Giriş

Bilgi işlemsel düşünme (computational thinking), karmaşık problemlerin sistematik biçimde ele alınmasında bilgisayar biliminin temel kavramlarından yararlanmayı içeren genel bir problem çözme yaklaşımı olarak değerlendirilmektedir. Wing (2006), bilgi işlemsel düşünmeyi yalnızca bilgisayar bilimine özgü teknik bir beceri olarak değil, problem çözme, sistem tasarlama ve insan davranışını anlama süreçlerinde kullanılabilen temel bir düşünme biçimi olarak ele almıştır. Bu yaklaşım matematik eğitimi açısından önemlidir; çünkü matematiksel problem çözme de çoğu zaman problemi temsil etme, parçalarına ayırma, ilişkileri fark etme, çözüm yolu oluşturma ve elde edilen sonucu doğrulama gibi çok aşamalı bilişsel süreçleri içerir.

Alanyazında bilgi işlemsel düşünme; soyutlama (abstraction), ayrıştırma (decomposition), algoritmik düşünme/algoritma tasarımı (algorithmic thinking/algorithmic design), değerlendirme (evaluation) ve genelleme (generalization) gibi bileşenlerle açıklanmaktadır; örüntüleri fark etme ise bu genelleme sürecinin önemli bir göstergesi olarak ele alınabilir (Selby & Woollard, 2013; Csizmadia vd., 2015). Bu bileşenler, matematiksel problem çözme süreçleriyle önemli ölçüde örtüşmektedir. Örneğin bir öğrencinin problemdeki gereksiz ayrıntıları ayıklaması soyutlama; problemi alt parçalara bölmesi ayrıştırma; tekrar eden yapıları fark etmesi örüntü tanıma; çözüm yolunu adım adım ifade etmesi algoritma tasarımı; ulaştığı sonucu belirli bir ölçüte göre sınaması ise değerlendirme süreciyle ilişkilendirilebilir. Bu yönüyle algoritmik düşünme, bilgi işlemsel düşünmenin matematiksel görevler

içinde gözlenebilir hâle gelen önemli bir boyutu olarak ele alınabilir. Bilgi işlemsel düşünmenin değerlendirilmesine yönelik alanyazında sıklıkla başvurulmuş bir diğer çerçeve, Brennan ve Resnick'in (2012) kavramlar, uygulamalar ve perspektifler bileşenlerinden oluşan çerçevesi, özellikle Scratch gibi etkileşimli medya tasarımı ve blok tabanlı programlama ortamlarında öğrencilerin bilgi işlemsel düşünme gelişimini incelemek ve değerlendirmek amacıyla geliştirilmiştir. Benzer biçimde Grover ve Pea (2013), bilgi işlemsel düşünmenin K-12 düzeyindeki tanımı, öğretimi, değerlendirilmesi ve araştırma önceliklerine ilişkin kapsamlı bir alan değerlendirmesi sunmuştur. Bu çalışmada söz konusu çerçeveler yerine Selby ve Woollard (2013) ile Csizmadia vd. (2015) bileşen temelli yaklaşımının tercih edilmesinin nedeni, bu iki çalışmanın dijital kodlama ortamlarına özgü yapılardan bağımsız, genel bileşen tanımları sunması ve bu yönüyle yazılı matematiksel akıl yürütme bağlamına uyarlanmaya daha uygun bir kavramsal zemin sağlamasıdır. Bu tercih, Brennan ve Resnick (2012) ile Grover ve Pea'nın (2013) katkılarının değerini azaltmamakta; yalnızca mevcut çalışmanın yazılı matematiksel akıl yürütme bağlamına daha uygun bir kavramsal zemin arayışını yansıtmaktadır.

Matematiksel problem çözme literatürü de bu çok aşamalı yapıyı desteklemektedir. Pólya'nın (1957) problemi anlama, plan yapma, planı uygulama ve geriye dönme aşamaları, problem çözmenin yalnızca sonuca ulaşma süreci olmadığını; aynı zamanda çözüm yolunun yapılandırılmasını, uygulanmasını ve doğruluğunun kontrol edilmesini içeren bütüncül bir süreç olduğunu göstermektedir. Benzer biçimde Baki'nin (2002) Pólya'nın problem çözme aşamaları ile programlama sürecinin aşamaları arasında kurduğu karşılaştırmalı ilişki, matematiksel problem çözme ile algoritmik/prosedürel düşünme arasında kurulabilecek bağı görünür kılmaktadır. Bilgi işlemsel düşünmenin yalnızca kod yazmaya indirgenemeyecek, problem çözme süreçlerinde soyutlama, ayrıştırma, algoritmik düşünme ve değerlendirme gibi bileşenlerle ortaya çıkan daha geniş bir bilişsel yaklaşım olduğu dikkate alındığında (Wing, 2006; Selby & Woollard, 2013), söz konusu iki yaklaşım mevcut çalışmada algoritmik düşünmenin matematiksel problem çözme süreci içinde ele alınmasına kuramsal zemin sağlamaktadır.

Bununla birlikte, öğrencilerin bir problemi deneme-yanılma yoluyla çözmeye çalışmaları her zaman biçimsel matematiksel gerekçelendirmeye ulaştıkları anlamına gelmez. Matematiksel problem çözmeye öğrenciler çoğu zaman önce sezgisel denemeler yapar, ardından bu denemeleri yapısal ilişkiler üzerinden yeniden yorumlar. Graf teorisi problemleri, öğrencilerin görsel/sezgisel akıl yürütmeden yapısal ilişkilere ve biçimsel gerekçelendirmeye geçişini görünür kılmaları bakımından güçlü öğrenme ortamları sunar (Hart, 2008; Ferrarello & Mammana, 2018; González vd., 2021). Rota oluşturma, düğüm ilişkilerini inceleme, derece-parite örüntülerini fark etme ve stratejiyi değerlendirme süreçleri, öğrencilerin algoritmik düşünme bileşenlerini yazılı ürünler üzerinden ortaya koymalarına imkân tanır.

Bu bağlamda graf teorisi öğrenimine ilişkin düzey temelli yaklaşımlar, öğrencilerin sezgisel ve görsel akıl yürütmeden daha yapısal ve biçimsel akıl yürütmeye doğru ilerleyebileceklerini göstermesi bakımından önemlidir. Örneğin González vd. (2021), van Hiele modelinden hareketle graf teorisi öğreniminde görsel, analitik, biçim öncesi ve biçimsel olmak üzere dört akıl yürütme düzeyi tanımlayan kuramsal/tümdengelimli bir çerçeve önermiştir. Söz konusu çerçeve, doğrudan ampirik öğrenci verisine dayalı bir sonuç olarak değil, ileride yapılacak ampirik çalışmalara veri toplama ve analiz zemini sunmayı amaçlayan kavramsal bir katkı olarak konumlandırılmıştır. Bu nedenle mevcut çalışma, algoritmik düşünmenin yalnızca dijital kodlama ortamlarında değil, yazılı matematiksel problem çözme ürünlerinde de düzey temelli olarak izlenip izlenemeyeceğine odaklanarak alanyazındaki bu sınırlı alana katkı sunmaktadır.

Bu noktada değerlendirme boyutu ayrıca önem kazanmaktadır. Öğrencilerin doğru bir sonuca ulaşmaları, her zaman bu sonucu matematiksel olarak gerekçelendirebildikleri anlamına gelmez. Schoenfeld'in (1985) problem çözmeye izleme ve kontrol süreçlerine yaptığı vurgu, öğrencilerin çözüm sürecini denetleme, stratejisini gözden geçirme ve ulaştığı sonucu sorgulama becerilerinin problem çözmenin ayrılmaz bir parçası olarak ele alınabileceğini göstermektedir. Anderson ve Krathwohl'un (2001) yenilenmiş Bloom taksonomisinde değerlendirme basamağını ölçüt ve standartlara dayalı yargıda bulunma süreci olarak ele alması da bu çalışmada değerlendirme düzeyinin ayrı bir basamak olarak konumlandırılmasını desteklemektedir. Dolayısıyla bu çalışmada algoritmik düşünme, yalnızca adım üretme ya da rota denemesi yapma ile sınırlı görülmemiş; öğrencinin ürettiği çözümü matematiksel ölçütler doğrultusunda test etmesi ve gerekçelendirmesi de sürecin temel bir parçası olarak değerlendirilmiştir.

Yeni matematik öğretim programının 9. sınıf ders kitabında (Demirci vd., 2024) yer alan Euler'in Königsberg köprü problemi, sezgisel çözüm girişimlerinden matematiksel genellemeye geçişi incelemek için güçlü bir sınıf içi bağlam oluşturmaktadır. Tarihsel olarak Euler'in 1735 tarihli çalışmasına dayanan ve 1741'de yayımlanan Königsberg köprüleri problemi, kara parçaları ve köprülerden oluşan fiziksel bir durumu düğüm ve kenar ilişkileri üzerinden yeniden temsil etmeyi gerektirir (Euler, 1741). Bu yönüyle problem, öğrencilerin fiziksel ayrıntılardan matematiksel yapıya geçmelerine, farklı rota denemeleri yapmalarına, köşe derecelerini karşılaştırmalarına, tek-çift derece ilişkisini fark etmelerine, bir karar kuralı oluşturmalarına ve bu kuralı test etmelerine olanak sağlar. Böylece Euler köprü problemi, soyutlama, ayırıştırma, örüntü tanıma, algoritma tasarımı ve değerlendirme bileşenlerinin aynı görev bağlamında incelenmesine uygun bir matematiksel ortam sunar.

Bu çalışma, 9. sınıf öğrencilerinin Euler köprü problemi bağlamında algoritmik düşünme bileşenlerini hangi düzeylerde sergilediklerini, dijital kodlama ortamları yerine yazılı matematiksel yanıtlar ve çözüm gerekçeleri üzerinden incelemektedir. Bu yönüyle çalışma, algoritmik düşünmenin yalnızca bilgisayar programlama ya da dijital kodlama süreçleriyle sınırlı olmadığını; matematiksel problem çözme bağlamında, özellikle öğrencilerin temsil kurma, örüntü fark etme, kural geliştirme ve çözümü değerlendirme süreçleri üzerinden de incelenebileceğini göstermeyi amaçlamaktadır.

Bu doğrultuda araştırmamızın temel sorusu “9. sınıf öğrencileri Euler köprü problemini çözerken algoritmik düşünme bileşenlerini hangi düzeylerde sergilemektedir?” olarak belirlenmiştir.

2. Yöntem

2.1. Araştırma Deseni

Araştırma, nitel durum çalışması deseniyle yürütülmüştür. Durum çalışmalarında amaç, sınırlı bir durumun kendi doğal bağlamı içinde ayrıntılı, bütüncül ve çok yönlü biçimde incelenmesidir (Creswell & Poth, 2018; Yin, 2018). Bu araştırmada da amaç, bulguları geniş bir evrene nicel olarak genellemek değil, belirli bir matematiksel görev bağlamında öğrencilerin algoritmik düşünme göstergelerini derinlemesine incelemektir.

Bu doğrultuda çalışma, bir devlet lisesindeki tek bir sınıf bağlamında yürütülmüştür. Çalışma grubu, istatistiksel temsil amacıyla değil, incelenen durumun kendi doğal bağlamı içinde ayrıntılı biçimde çözümlenmesine imkân sağlaması bakımından değerlendirilmiştir (Patton, 2015). Bu çalışmada araştırmamızın yürütüldüğü sınıf bir bütün olarak durum kabul edilmiş; sınıfta yer alan 19 öğrenci ise bu durum içindeki gömülü analiz birimleri olarak ele alınmıştır. Bu nedenle çalışma, gömülü tek durum çalışması (single embedded case study) olarak konumlandırılmıştır.

2.2. Katılımcılar

Araştırmaya bir devlet lisesinde öğrenim gören 19 dokuzuncu sınıf öğrencisi katılmıştır. Katılımcılar, araştırmamızın yürütüldüğü sınıfta öğrenim görmeleri, çalışmaya gönüllü katılmaları ve uygulama sürecinde kullanılan çalışma kâğıtlarını tamamlamaları ölçütlerine göre belirlenmiştir. Araştırmamızın amacı cinsiyet, başarı düzeyi ya da farklı demografik değişkenlere göre karşılaştırma yapmak değil; Euler köprü problemi bağlamında öğrencilerin yazılı ürünlerinde görünür hâle gelen algoritmik düşünme göstergelerini incelemektir.

Araştırmamızın yürütüldüğü sınıf, öğrencilerin Euler köprü problemi bağlamında ürettikleri yazılı yanıtların ayrıntılı biçimde incelenmesine olanak sağlayan doğal bir sınıf ortamı olarak değerlendirilmiştir. Katılımcıların “Algoritma ve Bilişim” temasına ilişkin ön bilgilerinin daha çok temel kavramlarla sınırlı olduğu kabul edilmiştir. Bu kabul, öğrencilerin Euler köprü problemiyle karşılaşmadan önceki hazırbulunuşluk düzeylerini bağlamsallaştırmak amacıyla kullanılmış; bireysel başarıları karşılaştırmaya yönelik nicel bir ön test sonucu olarak değerlendirilmemiştir. Bu nedenle çalışmada öğrencilerin konuya ilişkin başlangıç düzeyleri, araştırmamızın ana analiz değişkeni olarak değil, bulguların yorumlanmasında dikkate alınan bağlamsal bir unsur olarak ele alınmıştır.

Öğrencilerin uygulama öncesinde Euler köprü problemiyle sistematik bir sınıf içi etkinlik kapsamında karşılaştıklarına ilişkin bir veri bulunmadığından, uygulama süreci öğrencilerin bu problemle ilk yapılandırılmış karşılaşması olarak değerlendirilmiştir.

2.3. Veri Toplama Süreci

Araştırma verileri, Millî Eğitim Bakanlığı Yayınları tarafından yayımlanan 9. sınıf matematik ders kitabındaki (Demirci vd., 2024) “Algoritma ve Bilişim” teması temel alınarak, araştırmacılar tarafından geliştirilen beş yapılandırılmış çalışma kâğıdı aracılığıyla toplanmıştır. Çalışma kâğıtlarının kapsam uygunluğu ve anlaşılabilirliği, uygulama öncesinde matematik eğitimi alanından bir uzmanın görüşüne sunulmuştur.

Veri toplama sürecinde kullanılan çalışma kâğıtları şunlardır: (i) ÇK1 – Königsberg Köprüleri Problemi, (ii) ÇK2 – Başlangıç Noktası Sonucu Değiştirir mi?, (iii) ÇK3 – Köşe Derecelerini Buluyorum, (iv) ÇK4 – Euler Nasıl Düşünmüş Olabilir? ve (v) ÇK5 – Ders Sonu Yansıma Formu. Bu çalışma kâğıtları, öğrencilerin yalnızca doğru sonuca ulaşp ulaşmadıklarını belirlemek için değil; problemi nasıl temsil ettiklerini, hangi rota denemelerini yaptıklarını, başarısızlık nedenlerini nasıl açıkladıklarını, köşe dereceleri arasında nasıl ilişki kurduklarını, genel bir karar kuralı oluşturup oluşturmadıklarını ve bu kuralı yeni bir durum üzerinde nasıl değerlendirdiklerini görünür kılmak amacıyla yapılandırılmıştır.

Uygulama bir hafta içinde toplam altı ders saati süresince tamamlanmıştır. Öğrenciler çalışma kâğıtlarını öncelikle bireysel olarak doldurmuş; ÇK3 ve ÇK4’te ise bireysel çözümlerini grup içinde karşılaştırma fırsatı bulmuştur. ÇK3 ve ÇK4’teki grup içi karşılaştırma aşamasının öğrencilerin nihai yazılı yanıtları üzerinde sınırlı bir etkileşim etkisi yaratmış olabileceği dikkate alınmıştır. Bu nedenle bu iki çalışma kâğıdındaki kodlamalar, tamamen izole bireysel akıl yürütmeyi değil, kısmen akran etkileşimiyle şekillenmiş bireysel yazılı ürünleri yansıtmaktadır.

Uygulama sürecinde öğretmen yalnızca yönergelerin anlaşılmasına yönelik açıklamalar yapmış; çözüm stratejisi önerme, ipucu verme ya da öğrencilerin yanıtlarını doğrulama biçiminde herhangi bir müdahalede bulunmamıştır.

2.4. Analitik Çerçeve

Bu araştırmanın analitik çerçevesini oluşturan “Euler Köprü Probleminde Algoritmik Düşünme Düzeyleri Modeli”, problem çözme, programlama, bilgi işlemsel düşünme, üstbilişsel kontrol ve ölçüt temelli değerlendirme alanyazınından derlenen ilgili kuramsal kaynakların bütünleştirilmesi ve pilot kodlamayla operasyonelleştirilmesi yoluyla geliştirilmiştir.

Modelde yer alan her düzeyin operasyonel tanımı ve öğrencilerin yazılı/çizili ürünlerinde aranacak somut göstergeler Tablo 1’de sunulmuştur.

Tablo 1. Euler köprü probleminde algoritmik düşünme düzeyleri modeli

Düzyey	Operasyonel Tanım	Gösterge
Soyutlama (S)	Öğrencinin, problemi fiziksel ayrıntılarından (köprü uzunluğu, nehir genişliği, şekil vb.) arındırarak kara parçalarını sembolik birimler, köprüleri ise bağlantılar olarak yeniden temsil etmesi	• Kara parçalarını harf/numara ile etiketleme (A, B, C, D) • Köprüleri çizgi/ok biçiminde şematize etme • Coğrafi/fiziksel ayrıntıları çözüme dâhil etmeme

Düzey	Operasyonel Tanım	Gösterge
Ayrıştırma (A)	Problemin kara parçası ve köprü düzeyinde alt birimlere bölünerek her geçişin ayrı ayrı ele alınması	• Kara parçalarını ve köprüleri alt birimlere ayırma • Köprüleri numaralandırıp listeleme • Her kara parçasından çıkan köprü sayısını ayrı ayrı sayma
Örüntü Tanıma (ÖT)	Farklı kara parçalarındaki köprü sayıları arasında tekrar eden bir örüntünün (tek/çift sayı) fark edilip genel bir kurala bağlanması	• Karşılaştırma yapma ("bu karadan da tek sayıda köprü çıkıyor" gibi) • Tek sayılı kara parçalarını işaretleme/gruplama • Başarısız denemelerden ortak neden çıkarma
Algoritma Tasarımı (AT)	Fark edilen kuralın adım adım, tekrar uygulanabilir bir prosedüre dönüştürülmesi	• Tek dereceli köşe sayısına dayalı bir karar kuralı oluşturma; adım adım karar süreci kurma • Kuralı farklı bir grafta test etme
Değerlendirme (D)	Üretilen çözümün/kuralın test edilmesi; Euler yolu ve Euler turu arasındaki ayrımın derece-parite ölçütüyle gerekçelendirilmesi	• Köprü köprü doğrulama • Euler yolu ile Euler turu farkını açıklama • Derece-parite gerekçesi sunma • Başarısız bir denemeden sonra sonucun neden mümkün olmadığını matematiksel olarak açıklama • Kuralın geçerliliğini sorgulama

Tablo 1'de özetlenen bu beş düzey, aşağıda üç katmanlı kuramsal yapı çerçevesinde ayrıntılandırılmaktadır.

2.4.1. Katman 1: Süreç Mantığı

Pólya'nın (1957) problem çözme kuramı ile Baki'nin (2002) programlama aşamaları modeli, bu çalışmada S, A, AT ve D düzeylerinin ardışık ve süreç temelli biçimde yapılandırılmasına kuramsal dayanak sağlamaktadır. Pólya'nın (1957) problem çözme aşamaları — problemi anlama, plan yapma, planı uygulama ve geriye dönüp gözden geçirme — matematik eğitiminde problem çözme sürecini açıklayan klasik bir çerçeve olarak kabul edilmektedir. Baki'nin (2002) programlama aşamaları modeli ise bir çözümün, yazılım geliştirme sürecine paralel biçimde ilerlediğini öne sürmektedir; bu modelde süreç problemi anlama, çözüm için program yazma, programı koşturma ve programı düzeltme/tamamlama aşamalarından oluşmaktadır.

Tablo 2. Problem çözme aşamaları ile programlama aşamalarının karşılaştırılması

Problem Çözme Aşamaları (Pólya, 1957)	Programlama Aşamaları (Baki, 2002, s. 30)
Problemi anlama	Problemi anlama
Plan yapma	Çözüm için program yazma
Planı uygulama	Programı koşturma
Geriye dönme / gözden geçirme	Programı düzeltme ve tamamlama

Bu iki çerçeve birebir örtüşen yapılar olmamakla birlikte, problem çözme ile programlama arasında güçlü bir süreç paralelliği kurmakta; her iki yaklaşımda da süreç anlama → planlama/kodlama → uygulama/çalıştırma → doğrulama/düzeltilme biçiminde döngüsel olarak ilerlemektedir. Bu paralellik, mevcut çalışmada modelin soyutlama, ayrıştırma, algoritma tasarımı ve değerlendirme basamaklarına kuramsal dayanak sağlamak amacıyla kullanılmıştır. Bu paralelliğin modeldeki her bir düzeye nasıl yansıtıldığı Tablo 3'te gösterilmektedir.

Tablo 3. Pólya (1957) ve Baki (2002) aşamalarının algoritmik düşünme düzeyleri modeliyle ilişkilendirilmesi

Pólya Aşamaları	(1957) Baki Aşamaları	(2002) İlişkili Düzey	Açıklama
Problemi anlama	Problemi anlama	Soyutlama (S)	Temel yapıyı ve kritik ilişkileri belirleme
Plan yapma	Çözüm için program yazma	Ayrıştırma (A)+ Algoritma Tasarımı (AT)	Problemi alt parçalara ayırma ve çözüm prosedürü/karar mantığı kurma
Planı uygulama	Programı koşturma	Algoritma Tasarımının (AT) İşletilmesi/test edilmesi	Kurulan adımların uygulanması/test edilmesi
Geriye dönme / gözden geçirme	Programı düzeltme ve tamamlama	Değerlendirme (D)	Sonucun doğruluğunu sına ve hataları gözden geçirme

Not 1. Örüntü tanıma (ÖT) düzeyi bu tabloda yer almamaktadır; çünkü Pólya (1957) ve Baki (2002) çerçevelerinde örüntü ya da yapısal ilişki tanımaya karşılık gelen bağımsız bir aşama bulunmamaktadır. Bu düzeyin kuramsal dayanağı, bilgi işlemsel düşünme alanyazınındaki genelleme ve örüntü belirleme bileşenleriyle ilişkilendirilmiştir.

Not 2. Pólya'nın (1957) "plan yapma" aşaması, klasik problem çözme çerçevesinde yalnızca problemin alt adımlara ayrılmasını değil, daha kapsamlı bir strateji geliştirme sürecini de içerir; bu bakımdan kavramsal olarak hem Ayrıştırma (A) hem de Algoritma Tasarımı (AT) düzeyleriyle kısmi bir örtüşme taşımaktadır.

Not 3. Bu eşleştirme, Pólya (1957) ve Baki (2002) aşamalarının birebir karşılığı olarak değil, öğrencilerin yazılı ürünlerinde gözlenebilir göstergeler temelinde yapılmış yorumlayıcı ve operasyonel bir ilişkilendirme olarak ele alınmıştır. Bu nedenle Tablo 3, düzeyler arasında kesin bir bire bir karşılık iddiası taşımamakta; yalnızca modelin kuramsal kökenini görünür kılan yaklaşık bir haritalama işlevi görmektedir.

Not 4. Algoritma Tasarımı (AT) düzeyi tabloda iki farklı aşamayla ilişkilendirilmiştir; bunun nedeni bu düzeyin kendi içinde hem kural/prosedür oluşturma (tasarım) hem de bu prosedürün işletilmesi ve test edilmesi (uygulama) bileşenlerini kapsamasıdır. Bu, AT'nin çift sayıldığı anlamına gelmemekte; aynı düzeyin iki alt-anının farklı Pólya/Baki aşamalarına karşılık geldiğini göstermektedir.

Örüntü tanıma düzeyinin Pólya (1957) ve Baki (2002) çerçevelerinde doğrudan bir karşılığı bulunmaması, bu düzeyin daha az kuramsal temellendirildiği biçiminde değil, sürece dayalı (Katman 1) ve bileşen temelli (Katman 2) çerçevelerin farklı sınıflandırma mantıklarına dayanmasının doğal bir sonucu olarak yorumlanmalıdır.

2.4.2. Katman 2: İçerik ve Bileşen Tanımı

Modelin ikinci katmanı, algoritmik düşünme düzeylerinin içeriksel olarak neyi ifade ettiğini açıklamaya yöneliktir. Bu katmanda Wing'in (2006) bilgi işlemsel düşünmeye ilişkin genel yaklaşımı, modelin bütününe kavramsal bir zemin sağlarken; Selby ve Woollard (2013) ile Csizmadia vd. (2015) çalışmaları, her bir düzeyin içerik ve bileşen bakımından tanımlanmasında temel kuramsal kaynaklar olarak kullanılmıştır.

Wing (2006), bilgi işlemsel düşünmeyi bilgisayar biliminin temel kavramlarına dayanan bir problem çözme yaklaşımı olarak ele almıştır. Ancak bu çerçeve, düzeylere ayrılmış hiyerarşik bir yapı önermediğinden, mevcut çalışmada düzey-özel bir dayanak kaynağı olarak değil, algoritmik düşünme modelinin bütününe temel oluşturan genel bir kuramsal çerçeve olarak konumlandırılmıştır. Bu nedenle Wing (2006), Tablo 4'te sunulan düzey-özel kodlama ölçütlerinin doğrudan bir kaynağı değildir; yalnızca çalışmanın genel kavramsal arka planını oluşturmaktadır.

Selby ve Woollard (2013) ise bilgi işlemsel düşünmeyi soyutlama, ayrıştırma, algoritmik düşünme, değerlendirme ve genelleme bileşenleri üzerinden açıklamıştır. Bu bileşen temelli yapı, mevcut çalışmada soyutlama, ayrıştırma, algoritma tasarımı ve değerlendirme düzeylerinin içeriksel olarak temellendirilmesinde birincil kaynak olarak kullanılmıştır. Örüntü tanıma düzeyinin açıklanmasında ise Selby ve Woollard'ın (2013) genelleme bileşeni ile Csizmadia vd. (2015) bilgi işlemsel düşünme çerçevesinden birlikte yararlanılmıştır. Bu bağlamda örüntü tanıma, problem durumundaki yapısal tekrarların, ilişkilerin veya düzenliliklerin fark edilmesi ve bu farkındalığın yeni problem durumlarına aktarılabilir bir genellemeye dönüştürülmesi olarak ele alınmıştır.

2.4.3. Katman 3: Değerlendirme Düzeyinin Ayrı Bir Basamak Olarak Gereçekleştirilmesi

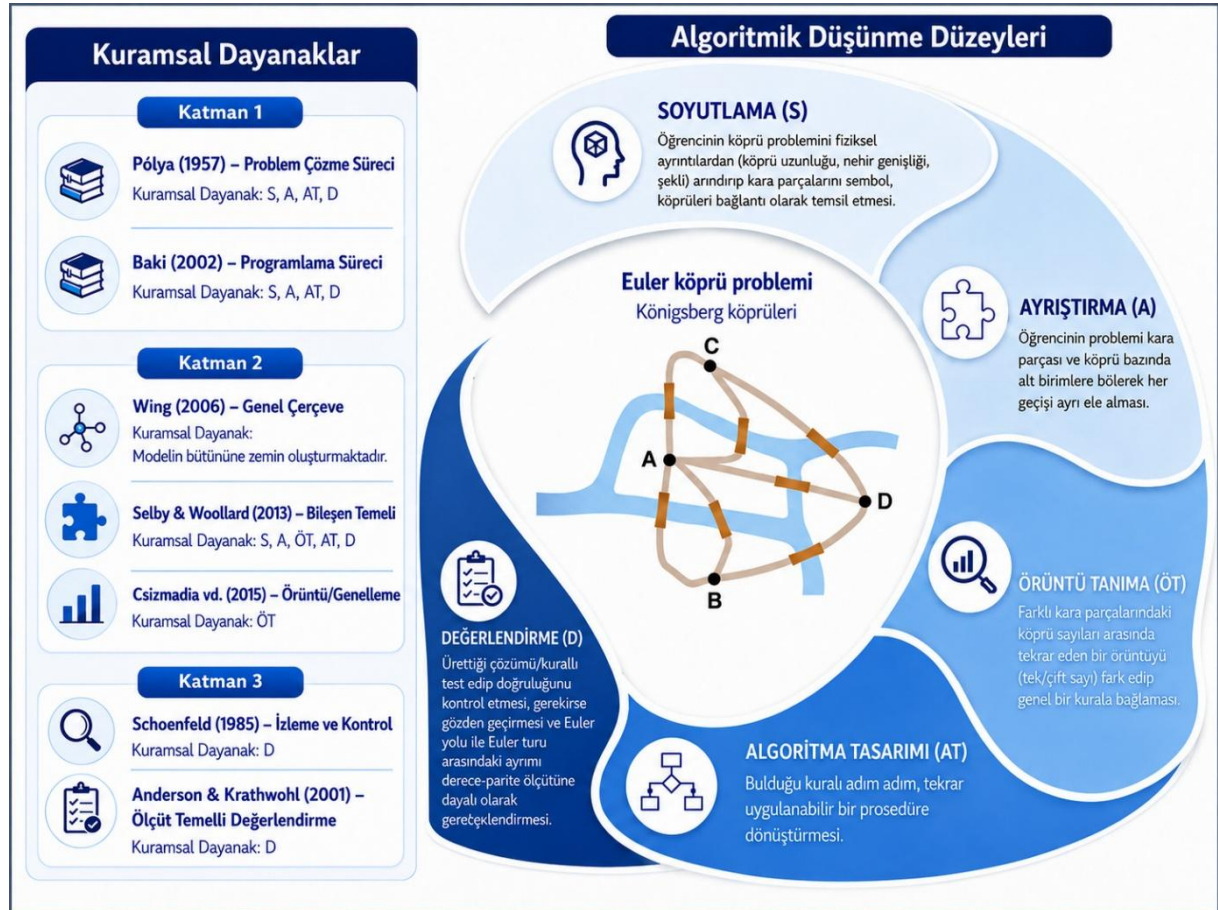
Modelin üçüncü katmanı, değerlendirmenin neden algoritmik düşünme sürecinde bağımsız bir düzey olarak ele alındığını açıklamaktadır. Değerlendirme düzeyinin modele beşinci ve ayrı bir basamak olarak eklenmesi, öğrencilerin soyutlama, ayrıştırma, örüntü tanıma ve algoritma tasarımı düzeylerinde doğru yapısal veriler üretebilmelerine rağmen, ulaştıkları matematiksel sonucu doğrulama, gerekçeleştirme ve ölçütlere göre yeniden gözden geçirme aşamasında farklı bir bilişsel ayrışma göstermelerine dayanmaktadır.

Bu ayrımın kuramsal temeli, Schoenfeld'in (1985) matematiksel problem çözmede üstbilişsel (metacognitive) izleme, kontrol ve karar verme süreçlerine yaptığı vurgu ile Anderson ve Krathwohl'un (2001) yenilenmiş Bloom taksonomisinde değerlendirmeyi ölçüt ve standartlara dayalı yargıda bulunma süreci olarak ele alan yaklaşımına dayanmaktadır. Bu bağlamda değerlendirme, yalnızca çözümün sonucuna ulaşma ya da bir algoritmayı uygulama aşaması olarak değil; çözüm yolunun geçerliliğini sorgulama, üretilen sonucu matematiksel ölçütlerle kontrol etme ve alternatif durumlar karşısında karar

verebilme becerisi olarak konumlandırılmıştır. Dolayısıyla değerlendirme düzeyi, öğrencilerin algoritmik düşünme sürecinde yalnızca işlem üretme yeterliklerini değil, aynı zamanda ürettikleri çözümün doğruluğunu ve uygunluğunu denetleme kapasitelerini de görünür kılan üst düzey bir basamak olarak modele dâhil edilmiştir.

2.4.4. Euler Köprü Probleminde Algoritmik Düşünme Düzeyleri Modeli

Yukarıda tanıtilan kuramsal kaynakların modeldeki konumu Şekil 1'de görselleştirilmiştir. Şekil, modeli üç katman hâlinde sunmaktadır. Katman 1 (süreç mantığı), Pólya (1957) ve Baki (2002) çerçevelerinin problem çözme ile programlama süreçleri arasında kurduğu paralellığe dayanmaktadır. Katman 2 (bilgi işlemsel düşünme bileşenleri), Wing (2006), Selby ve Woollard (2013) ile Csizmadia vd. (2015) çalışmalarına dayanmakta; soyutlama, ayrıştırma, algoritmik düşünme, değerlendirme ve örüntü tanıma/genelleme bileşenlerini kapsamaktadır. Katman 3 (değerlendirme gerekçesi) ise Schoenfeld (1985) ile Anderson ve Krathwohl'un (2001) çözümün izlenmesi, kontrol edilmesi ve ölçütlere dayalı olarak değerlendirilmesine ilişkin yaklaşımlarına dayanmaktadır. Burada anılan “algoritmik düşünme” bileşeni, Selby ve Woollard'ın (2013) genel bilgi işlemsel düşünme sınıflandırmasındaki bir alt bileşenidir; çalışmanın beşinci düzeyi olan Algoritma Tasarımı (AT) ile birebir aynı kapsamda değildir.



Şekil 1. Euler köprü probleminde algoritmik düşünme düzeyleri modeli

Not. Şekil 1’de, modelin kuramsal olarak nasıl yapılandırıldığı ve Euler köprü problemi bağlamında nasıl operasyonelleştirildiği gösterilmektedir. Sol bölümde modelin kuramsal dayanakları; sağ bölümde ise çalışmaya özgü algoritmik düşünme düzeyleri ve bu düzeylerin gözlenebilir göstergeleri (S = Soyutlama, A = Ayrıştırma, ÖT = Örüntü Tanıma, AT = Algoritma Tasarımı, D = Değerlendirme) sunulmuştur.

Bu çalışmada geliştirilen model, alanyazında yer alan tek bir kuramsal modele doğrudan karşılık gelmemektedir. Bunun yerine model; problem çözme aşamaları, programlama süreçleri, bilgi işlemsel düşünme bileşenleri ve ölçüt temelli değerlendirme yaklaşımlarının Euler köprü problemi bağlamında bütünleştirilmesiyle oluşturulmuş bağlamsal bir çözümleme aracıdır. Bu yönüyle model, Selby ve Woollard (2013) ile Csizmadia vd. (2015) tarafından tanımlanan bilgi işlemsel düşünme bileşenleriyle; Pólya'nın (1957) problem çözme aşamaları ve Baki'nin (2002) programlama süreciyle; ayrıca Anderson ve Krathwohl'un (2001) ölçüt temelli değerlendirme yaklaşımı ve González vd.'nin (2021) graf teorisi öğrenimine ilişkin düzey temelli akıl yürütme çerçevesiyle kavramsal benzerlik göstermektedir. Ancak modelin özgün yönü, bu bileşenleri Euler köprü problemi bağlamında yazılı öğrenci ürünlerine uygulanabilir bir kodlama şemasına dönüştürmesidir.

Şekil 1'deki bütünleşik modelin kuramsal dayanaklarından yararlanılarak öğrencilerin algoritmik düşünme düzeyleri Tablo 4'te sunulan ölçütlere göre belirlenmiştir.

Tablo 4. Algoritmik düşünme düzeylerinin belirlenmesine yönelik operasyonel kodlama şeması

Düzye	Tam Gösterge (✓)	Kısmi Gösterge (Δ)	Kuramsal Dayanak
Soyutlama (S)	Kritik nokta veya temel yapı açıkça gösterilmişse S verilir.	Yapı kısmen tanımlanmış, ancak kritik nokta belirtilmemişse verilir.	Pólya (1957); Baki (2002); Selby & Woollard (2013)
Ayrıştırma (A)	En az iki farklı deneme, alt parça veya çıkmaz nokta belirtilmişse verilir.	Tek bir deneme yapılmış ya da ayrıştırma kısmi kalmışsa verilir.	Pólya (1957); Baki (2002); Selby & Woollard (2013)
Örüntü Tanıma (ÖT)	Derece-parite kuralına açık ve doğru biçimde gönderim yapılmışsa verilir.	Yapısal bir ilişki fark edilmiş, ancak parite kuralına ÖT dönüştürülemediği ya da hatalı kurulmuşsa verilir.	Selby & Woollard (2013); Csizmadia vd. (2015)
Algoritma Tasarımı (AT)	En az üç sıralı adım ve bir karar ölçütü içeriyorsa AT verilir.	Sıralı adımlar bulunmakla birlikte karar ölçütü/koşullu mantık içermiyorsa verilir.	Pólya (1957); Baki (2002); Selby & Woollard (2013)
Değerlendirme (D)	Doğru karar, derece-parite ilişkisine dayalı bir gerekçeyle birlikte sunulmuşsa D verilir.	Doğru veri/karar üretilmiş, ancak gerekçe eksik ya da hatalıysa verilir.	Pólya (1957); Baki (2002); Selby & Woollard (2013); Schoenfeld (1985); Anderson & Krathwohl (2001)

Not 1. Δ ile ✓ arasındaki eşik, ilgili düzeyde açık, doğru ve kuramsal bir ifadenin bulunup bulunmadığına göre belirlenmiştir. X kodu, ilgili düzeye ait yeterli yazılı/çizili kanıt sunulmadığı durumları ifade eder.

Not 2. "En az iki farklı deneme" ve "en az üç sıralı adım" eşikleri kuramsal kaynaklardan doğrudan alınmamıştır; veri setinin ilk beşte biri üzerinde yürütülen deneme kodlamasının ardından iki kodlayıcının uzlaşısıyla belirlenmiş, araştırmacı tanımlı operasyonel ölçütlerdir.

Not 3. Kuramsal dayanak sütununda verilen kaynaklar, ilgili düzeylerin genel kavramsal temelini göstermekte; tam/kısmi gösterge eşikleri ise araştırmacının veri seti üzerinde yürütülen pilot kodlama süreciyle operasyonelleştirilmiştir.

2.5. Verilerin Analizi

Analiz birimi, her öğrencinin çalışma kâğıtlarında ürettiği yazılı yanıtların ve çizimlerinin bütünüdür. Her öğrencinin yanıtları, Tablo 4'te tanımlanan beş algoritmik düşünme düzeyi açısından ayrı ayrı incelenmiştir.

Kodlama sürecinde önce her düzeye ilişkin göstergeler bağımsız olarak belirlenmiş, ardından düzey ataması kümülatif bir yaklaşımla yapılmıştır. Buna göre bir üst düzeyin tam gösterge (✓) olarak kabul edilebilmesi için alt düzeylerde de gerekli göstergelerin karşılanmış olması aranmıştır.

Öğrencilerin “yüksek”, “orta-üst”, “orta” ve “düşük” profillere ayrılmasında iki ölçüt birlikte kullanılmıştır: (a) öğrencinin tam göstergeyle (✓) ulaştığı en üst basamak ve (b) bu basamağın ötesinde kısmi gösterge (Δ) sunup sunmadığı. Buna göre, tam göstergeyle ulaşılan en üst düzeyi Değerlendirme (D) olan öğrenciler “yüksek”, Algoritma Tasarımı (AT) olan öğrenciler “orta-üst” profilde sınıflandırılmıştır. Tam göstergeyle ulaşılan en üst düzeyi Ayrıştırma (A) olan öğrencilerden, örüntü tanıma, algoritma tasarımı ve değerlendirme basamaklarının tamamında kesintisiz biçimde kısmi gösterge (Δ) sunanlar “orta” profilde değerlendirilmiştir. Kısmi göstergesi yalnızca örüntü tanıma ya da algoritma tasarımı düzeyinde kalıp değerlendirme düzeyine ulaşmayan öğrenciler ise “düşük” profilde sınıflandırılmıştır. Bu nedenle değerlendirme düzeyine kadar uzanan kesintisiz kısmi gösterge, “orta” profilin ayırt edici koşulu olarak kabul edilmiştir.

2.6. Geçerlik ve Güvenirlik

Kodlama güvenilirliğini güçlendirmek amacıyla öğrenci yanıtları, nitel araştırma ve matematik eğitimi alanında deneyimli iki bağımsız kodlayıcı tarafından ayrı ayrı kodlanmıştır. Kodlayıcıların 95 kodlama kararının 81'inde uzlaştığı belirlenmiş; Miles ve Huberman'ın (1994) önerdiği yüzde uyum formülüne göre kodlayıcılar arası uyum oranı yaklaşık %85 olarak bulunmuştur.

Bununla birlikte yüzde uyum oranı, kodlayıcıların şans eseri aynı karara ulaşma olasılığını dikkate almadığından, tek başına yeterli ve kesin bir güvenirlilik göstergesi olarak değerlendirilmemiştir. Bu çalışmada Cohen kappa ya da Krippendorff alfa gibi şans düzeltmeli güvenirlilik katsayıları hesaplanmamıştır. Bu durum, çalışmanın yöntemsel sınırlılıklarından biri olarak kabul edilmektedir. Ancak veri setinin yapısı dikkate alındığında, özellikle soyutlama ve ayrıştırma düzeylerinde öğrencilerin tamamının aynı kodu alması nedeniyle kodlayıcılar arası puanlamada varyansın oldukça sınırlı olduğu görülmektedir. Bu durum, raporlanan %85'lik genel uyum oranının bir kısmının soyutlama ve ayrıştırma düzeylerindeki tavan etkisinden kaynaklanabileceğini, dolayısıyla örüntü tanıma, algoritma tasarımı ve değerlendirme düzeylerindeki kodlayıcılar arası uyumun ayrı ayrı raporlanması durumunda genel ortalamadan farklılaşabileceğini düşündürmektedir. Bu tür çarpık dağılımlarda Cohen kappa gibi şans düzeltmeli katsayıların beklenenden düşük veya yorumlanması güç değerler üretebilmesi, alanyazında “kappa paradoksu” olarak tartışılmaktadır (Gwet, 2008). Bu nedenle ileriki çalışmalarda kodlama güvenilirliğinin yalnızca Cohen kappa ile değil, çarpık dağılımlara karşı daha dayanıklı olduğu belirtilen Gwet'in AC1 katsayısı ile birlikte raporlanması önerilmektedir. Bu çalışmada güvenirlilik raporlaması yüzde uyum oranı ile sınırlı tutulmuş; söz konusu oran, şans düzeltmeli katsayıların hesaplanmamış olması nedeniyle yöntemsel sınırlılık çerçevesinde yorumlanmıştır. Bu sınırlılık, özellikle örüntü tanıma, algoritma tasarımı ve değerlendirme düzeylerindeki uyum oranlarının, soyutlama ve ayrıştırma düzeylerine kıyasla daha temkinli yorumlanmasını gerektirmektedir.

Bulguların yorumlanmasında çalışmanın yöntemsel sınırları ayrıca dikkate alınmıştır. Kodlama süreci kümülatif bir yaklaşımla yürütülmüş; öğrencilerin daha üst düzeylere ilişkin göstergelerinin, önceki düzeylerdeki temel göstergelerle birlikte değerlendirilmesi esas alınmıştır. Bu nedenle bulgularda ortaya çıkan katmanlı görünüm, yalnızca öğrencilerin yazılı ürünlerinde gözlenen performans farklılıklarıyla değil, aynı zamanda kodlama şemasının hiyerarşik yapısıyla birlikte yorumlanmalıdır.

Modelde kullanılan eşiklerin belirlenmesinde gerçekleştirilen pilot kodlama, nihai analizde yer alan öğrenci ürünleri üzerinde yürütülmüştür. Bu nedenle operasyonel ölçütlerin kalibrasyonu ile nihai kodlama sürecinin kısmen aynı veri setine dayandığı kabul edilmektedir. Bu durum, elde edilen düzey dağılımının veriden tamamen bağımsız biçimde doğrulanmış bir yapı olarak değil, aynı veri seti

üzerinden geliştirilmiş ve uygulanmış keşifsel (exploratory) bir çözümleme çerçevesinin sonucu olarak okunmasını gerektirmekte; bu nedenle modelin farklı örneklerde yeniden sınanması gerekmektedir. Düzeyler arasında gözlenen sayısal daralma, modelin genel geçerliliğine ilişkin kesin bir kanıt olarak değil, bu çalışmanın bağlamına özgü bir örüntü olarak yorumlanmalıdır.

Araştırma, tek bir devlet lisesinde öğrenim gören 19 dokuzuncu sınıf öğrencisiyle yürütülmüştür. Bu nedenle çalışma, istatistiksel genelleme amacı taşımamakta; bulgular, belirli bir sınıf bağlamında öğrencilerin Euler köprü problemine verdikleri yazılı yanıtlar üzerinden derinlemesine bir durum analizi olarak değerlendirilmelidir. Bulguların benzer bağlamlara aktarılabilirliği ise araştırma bağlamının, katılımcı özelliklerinin ve veri toplama sürecinin ayrıntılı biçimde betimlenmesiyle sınırlıdır.

Araştırma süreci, ilgili kurum izni ve gönüllü katılım ilkeleri doğrultusunda yürütülmüştür. Çalışma ders içi yazılı ürünlerin anonimleştirilmiş biçimde incelenmesine dayandığından, katılımcı öğrencilerden gönüllü katılım onayı, velilerinden ise yazılı bilgilendirilmiş onam alınmıştır. Katılımcı gizliliğini sağlamak amacıyla öğrenci yanıtları anonimleştirilmiş ve katılımcılar çalışmada Ö1–Ö19 kodlarıyla raporlanmıştır.

3. Bulgular

Bulguların yorumlanabilmesi için öncelikle görevlerin matematiksel cevap anahtarı verilmiştir. Königsberg grafinde köşe dereceleri $A = 5$, $B = 3$, $C = 3$ ve $D = 3$ 'tür. Dört köşenin de tek dereceli olması nedeniyle bu grafa Euler yolu ve buna bağlı olarak Euler turu bulunmamaktadır. ÇK4'teki test grafinde ise yalnızca A ve C köşeleri tek derecelidir. Bu nedenle söz konusu grafa Euler yolu vardır; ancak tüm köşeler çift dereceli olmadığı için Euler turu yoktur.

3.1. Öğrenci Düzeyinde Kodlama Matrisi

Öğrencilerin Euler köprü problemine verdikleri yanıtlar, algoritmik düşünmenin temel bileşenleri doğrultusunda öğrenci düzeyinde kodlanmıştır. Kodlama sonucunda öğrencilerin tam göstergeyle ulaştıkları en yüksek düzey ve genel algoritmik düşünme profilleri belirlenmiştir.

Kodlama sürecinin nasıl işletildiğini somutlaştırmak amacıyla, yüksek profil grubunda yer alan bir öğrencinin yanıtına ilişkin örnek kodlama Tablo 5'te sunulmuştur. Bu örnek, düzey atamalarının yalnızca doğru sonuca ulaşmaya değil, öğrencinin yazılı ürününde sunduğu temsil, ilişki kurma, karar kuralı oluşturma ve gerekçelendirme göstergelerine dayalı olarak yapıldığını göstermektedir.

Tablo 5. Örnek öğrenci yanıtı üzerinden kodlama sürecinin gösterimi

Düzye	Öğrenci yanıtında aranan	Kodlama gerekçesi
S	Kara parçalarını ve köprüleri sembolik olarak temsil etme	Öğrenci problemdeki temel yapıyı kara parçaları ve bağlantılar üzerinden ifade etmiştir.
A	Köprüleri ve geçişleri ayrı ayrı ele alma	Farklı başlangıç noktaları ve geçiş olasılıkları ayrıştırılmıştır.
ÖT	Tek/çift derece ilişkisini fark etme	Öğrenci tek dereceli köşe sayısını çözümle ilişkilendirmiştir.
AT	Karar kuralı oluşturma	“Bağlantılı bir grafin iki tek dereceli köşesi varsa Euler yolu, tek dereceli köşesi yoksa Euler turu vardır” biçiminde genel kural kurmuştur.

Düzey	Öğrenci gösterge	yanıtında aranan	Kodlama gerekçesi
D	Euler yolu ve Euler ayrımını gerekçelendirme	turu	Öğrenci Euler yolu ve Euler turunu derece-parite ölçütüne dayalı olarak ayırt etmiştir.

Bu örnekte gösterilen kodlama mantığı, tüm katılımcılara uygulanarak Tablo 6'daki matris oluşturulmuştur.

Tablo 6. Euler köprü problemi bağlamında algoritmik düşünme kodlama matrisi

Öğrenci	S	A	ÖT	AT	D	En Gösterge	Yüksek Düzeyi	Tam	Profil
Ö1	✓	✓	△	✗	✗	A			Düşük
Ö2	✓	✓	△	✗	✗	A			Düşük
Ö3	✓	✓	△	✗	✗	A			Düşük
Ö4	✓	✓	△	△	✗	A			Düşük
Ö5	✓	✓	△	△	✗	A			Düşük
Ö6	✓	✓	✓	✓	✓	D			Yüksek
Ö7	✓	✓	✓	✓	✓	D			Yüksek
Ö8	✓	✓	✓	✓	△	AT			Orta-Üst
Ö9	✓	✓	△	✗	✗	A			Düşük
Ö10	✓	✓	△	△	△	A			Orta
Ö11	✓	✓	△	△	△	A			Orta
Ö12	✓	✓	△	✗	✗	A			Düşük
Ö13	✓	✓	△	△	△	A			Orta

Öğrenci	S	A	ÖT	AT	D	En Gösterge Düzeyi	Yüksek Düzeyi	Tam	Profil
Ö14	✓	✓	✓	✓	△	AT			Orta-Üst
Ö15	✓	✓	✓	✓	△	AT			Orta-Üst
Ö16	✓	✓	✓	✓	✓	D			Yüksek
Ö17	✓	✓	✓	✓	✓	D			Yüksek
Ö18	✓	✓	△	✗	✗	A			Düşük
Ö19	✓	✓	✓	✓	△	AT			Orta-Üst

Not. ✓ tam göstergeyi, △ kısmi göstergeyi, ✗ ise ilgili düzeye ait yeterli yazılı/çizili kanıt bulunmadığını ifade etmektedir.

Tablo 6'ya göre öğrencilerin 4'ü yüksek, 4'ü orta-üst, 3'ü orta ve 8'i düşük algoritmik düşünme profiline sahiptir. Bu dağılım, öğrencilerin tamamının temel düzeylerde belirgin göstergeler sergilemesine karşın, üst düzeylerde özellikle algoritma tasarımı ve değerlendirme basamaklarında belirgin biçimde ayrıştığını göstermektedir.

Tablo 6 incelendiğinde, öğrencilerin tamamının soyutlama ve ayrıştırma düzeylerinde belirgin göstergeler sergilediği görülmektedir. Bununla birlikte, örüntü tanıma, algoritma tasarımı ve değerlendirme basamaklarına doğru ilerledikçe öğrenciler arasında belirgin performans farklılıkları ortaya çıkmıştır.

Ö6, Ö7, Ö16 ve Ö17 kodlu öğrenciler tüm basamaklarda belirgin gösterge sergileyerek yüksek profil grubunda yer almıştır. Ö8, Ö14, Ö15 ve Ö19 kodlu öğrenciler ise algoritma tasarımı basamağına kadar belirgin göstergeler ortaya koymuş, ancak değerlendirme basamağında kısmi düzeyde kalmıştır. Bu nedenle söz konusu öğrenciler orta-üst profil grubunda değerlendirilmiştir.

Düşük profil grubu içinde de bir iç farklılaşma gözlenmiştir. Ö4 ve Ö5, algoritma tasarımı düzeyinde kısmi gösterge (△) sergileyerek bu düzeye hiçbir gösterge sunamayan (✗) diğer altı öğrenciden (Ö1, Ö2, Ö3, Ö9, Ö12, Ö18) ayrılmaktadır. Bu iki öğrenci, örüntü tanımanın ötesinde algoritma tasarımı basamağına kısmen ilerleyebildiklerini göstermiş; ancak her iki alt grup da değerlendirme düzeyinde herhangi bir gösterge sunamadığından (✗) aynı profil kategorisinde sınıflandırılmıştır.

Ö10, Ö11 ve Ö13 kodlu öğrenciler örüntü tanıma ve sonrasındaki basamaklarda kısmi göstergeler sergileyerek orta profil grubunda yer almıştır. Buna karşılık Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö9, Ö12 ve Ö18 kodlu öğrencilerin tam göstergeyle ulaştıkları en üst basamak ayrıştırma düzeyi olmuştur. Bu öğrenciler düşük profil grubunda değerlendirilmiştir.

3.2. Algoritmik Düşünme Düzeylerine Göre Dağılım

Kodlama sonuçları, özellikle tam göstergeler dikkate alındığında, düzeyler yükseldikçe öğrenci sayısında belirgin bir daralma olduğunu göstermektedir. En keskin daralma, ayrıştırmadan örüntü tanımaya geçişte gözlenmiştir. Tüm öğrenciler soyutlama ve ayrıştırma düzeylerinde tam gösterge sergilerken, örüntü tanıma da tam göstergeye ulaşan öğrenci sayısı sekize düşmüştür (%100'den yaklaşık

%42'ye; yaklaşık 58 yüzde puanlık düşüş). Algoritma tasarımı ve değerlendirme geçişteki düşüş ise sayısal olarak daha sınırlıdır (%42'den %21'e; yaklaşık 21 yüzde puan). Ancak örüntü tanıma ile algoritma tasarımı düzeylerinde tam gösterge sergileyen öğrenci sayısının aynı olması (n=8), kodlama şemasının kümülatif yapısı gereği bu iki düzeyin aynı öğrenci alt kümesini yansıttırıyor olabileceğini düşündürmekte; bu nedenle düzeyler arası yüzde farkları, bağımsız performans ölçümleri olarak değil, iç içe geçmiş bir filtreleme sürecinin ardışık sonuçları olarak yorumlanmalıdır.

Tablo 7. Algoritmik düşünme düzeylerine göre tam, kısmi ve yok gösterge dağılımı

Düzye	Kodlama Ölçütü	n	%
Soyutlama	Problemde kritik yapıyı fark etme	19	100
Ayrıştırma	Farklı rota denemeleri yapma ve başarısızlık noktalarını belirtme	19	100
Örüntü Tanıma (tam ✓)	Tek/çift derece ilişkisini açık ve doğru biçimde kullanma	8	≈42
Örüntü Tanıma (kısmi Δ)	Yapısal farkındalık ifade etme, ancak parite kuralına dönüştürememe	11	≈58
Algoritma Tasarımı (tam ✓)	Sıralı adımlar ve bir karar ölçütü içeren çözüm önerme	8	≈42
Algoritma Tasarımı (kısmi Δ)	Sıralı adımlar var, ancak karar ölçütü (koşul) içermeyen çözüm	5	≈26
Algoritma Tasarımı (yok X)	İlgili düzeye ait yeterli yazılı/çizili kanıt sunulmaması	6	≈32
Değerlendirme (tam ✓)	Euler yolu ve Euler turu ayrımını doğru gerekçelendirme	4	≈21
Değerlendirme (kısmi Δ)	Doğru veri üretme, ancak gerekçe eksik/hatalı bırakma	7	≈37
Değerlendirme (yok X)	İlgili düzeye ait yeterli yazılı/çizili kanıt sunulmaması	8	≈42

Not. Tablo 7'deki dağılımda kodlama şeması kümülatif/hiyerarşik bir yapıya sahiptir ve bir üst düzeyde tam gösterge (✓) alınabilmesi, alt düzeylerdeki göstergelerin karşılanmış olmasını gerektirmektedir. Bu tabloda görülen sayısal daralmanın bir kısmı öğrenciler arasındaki gerçek performans

farklılıklarından, bir kısmı ise kodlama tasarımının bu hiyerarşik yapısından (üst düzeyde ✓ almanın matematiksel olarak alt düzeyde ✓ almayı zorunlu kılması) kaynaklanmaktadır.

Soyutlama düzeyinde tüm katılımcılar problemin temel yapısını fark etmiş; ayrıştırma düzeyinde ise farklı rota denemeleri yaparak başarısızlık noktalarını belirlemeye çalışmıştır. Ö19'un "*Çok denedim ama bazı noktalardan geçemedim, imkânsız.*" ifadesi, biçimsel graf kuralları ortaya konmadan önce yapısal bir güçlüğü sezildiğini göstermektedir. Benzer biçimde Ö18, "*Başlangıç değişti ama sonuç yine olmadı.*" diyerek başlangıç noktasının çözüm üzerindeki etkisini karşılaştırmıştır.

Örüntü tanıma düzeyinde tam gösterge sergileyen öğrenci sayısı belirgin biçimde azalmıştır. Sekiz öğrenci derece-parite kuralını açık ve doğru biçimde kullanarak tam (✓) düzeye ulaşmış; on bir öğrenci ise rota başarısını düğüm yapısıyla ilişkilendirmekle birlikte bu ilişkiyi parite kuralı düzeyinde biçimselleştirememiş ya da ilişkiyi hatalı yönde kurmuştur (Δ). Örneğin Ö10, "*Tek olan yerler önemli olabilir.*" notunu düşmüş; Ö13 ise bağlantı sayısına atıfla "*Bağlantısı fazla olan yerler çözümü etkiliyor.*" ifadesini kullanarak derece farkındalığı göstermiş, ancak bu farkındalığı tek/çift parite ayırımına dönüştürememiştir. Bazı öğrencilerde ise farkındalık yanlış bir yoruma dönüşmüştür. Ö11, en bağlantılı noktayı doğru saptamış; ancak "*A noktası hepsinden fazla bağlantıya sahiptir. Çözümle ilişkisi yoktur.*" diyerek yapısal ilişkiyi reddetmiştir. Bu nedenle Ö11'in yanıtı da örüntü tanıma düzeyinde tam değil, kısmi (Δ) gösterge olarak değerlendirilmiştir.

Algoritma tasarımı düzeyinde toplam 13 öğrencinin sıralı işlem dizileri ürettiği görülmüştür. Ancak bu öğrencilerin yalnızca sekizi, söz konusu adımları açık bir karar ölçütüyle destekleyerek tam (✓) göstergeye ulaşmıştır. Beş öğrencinin yanıtında ise sıralı adımlar bulunmakla birlikte bu adımlar koşullu ya da karar temelli bir mantığa dönüştürülememiştir. Örneğin Ö5, "*Önce köprüleri tek tek sayardık. Sonra hangi karadan kaç köprü çıktığını yazardık. Bulduğumuz sayılara bakıp yola devam ederdik.*" biçiminde bir çözüm süreci ifade etmiştir. Bu yanıt, öğrencinin çözüm için ardışık adımlar oluşturabildiğini göstermekte; ancak bu adımların hangi durumda hangi karara, örneğin "*tek sayılı köşe sayısı şu ise şu sonuca varılır*" gibi götüreceğini belirleyen açık bir karar ölçütüne dayanmadığını ortaya koymaktadır. Bu nedenle Ö5'in yanıtı Tablo 6 ile tutarlı biçimde Algoritma Tasarımı düzeyinde kısmi (Δ) gösterge olarak kodlanmıştır.

Buna karşılık Ö17, derece sayımı ile sonuca ulaşma kararını doğrudan ilişkilendirerek veri setindeki en güçlü prosedürel yapılardan birini kurmuştur: "*Önce tek dereceli köşe sayılır. İki ise Euler yolu vardır, sıfır ise Euler turu vardır.*" Bu ifade, öğrencinin yalnızca işlem sırası oluşturmadığını, aynı zamanda çözüm sürecini genel bir karar kuralına dönüştürebildiğini göstermektedir; bu yanıt Tablo 6'daki AT✓ koduyla tutarlıdır.

Değerlendirme düzeyinde yalnızca dört öğrenci (Ö6, Ö7, Ö16, Ö17) tam göstergeye ulaşmış; Euler yolu ve Euler turunu doğru ayırt ederek matematiksel gerekçeyle açıklamıştır. Ö16 bu durumu "*İki tek derece varsa başlanır ve başka yerde bitirilir; hepsi çiftse başladığın yere dönersin.*" biçiminde ifade etmiştir. Bu düzeyde en belirgin kırılma, işlemsel başarıya rağmen kavramsal gerekçenin eksik kalmasıdır. Ö19 doğru seçeneği işaretlemiş, ancak açıklaması "*Çünkü Euler yolundan asla geçmezsin.*" ifadesiyle sınırlı kalmış ve derece-parite ilişkisine açık bir gönderme yapmamıştır; bu durum, Tablo 6'daki DΔ koduyla tutarlıdır. Tablo 4'teki ölçüte göre bu tür yanıtlar — doğru sonuç, ancak eksik ya da gerekçesiz açıklama — değerlendirme düzeyinde kısmi gösterge (Δ) olarak kodlanmıştır.

4. Sonuç ve Tartışma

Bulgular, Euler köprü problemi bağlamında algoritmik düşünme göstergelerinin öğrenciler arasında tekdüze dağılmadığını; özellikle biçimsel karar ölçütü oluşturma ve matematiksel doğrulama süreçlerinde belirgin bir ayrışma yaşandığını göstermektedir. Aşağıda kurulan kuramsal ilişkiler, bulguları doğrudan test eden nedensel bağlantılar değil, mevcut bulguların ilgili alanyazınla ne ölçüde uyumlu olduğunu gösteren yorumlayıcı ilişkilendirmeler olarak okunmalıdır.

Wing'in (2006) bilgi işlemsel düşünmeyi geniş bir problem çözme yaklaşımı olarak konumlandırmasıyla birlikte düşünüldüğünde, bu bulgu algoritmik düşünmenin yalnızca temsil etme ve parçalama süreçleriyle değil, kural oluşturma ve doğrulama süreçleriyle de birlikte ele alınabileceğini düşündürmektedir. Algoritmik düşünmeyi matematiksel algoritmalaştırma görevleri bağlamında inceleyen Lehmann (2024), öğrencilerin ayrıştırma, soyutlama, algoritmalaştırma ve hata ayıklama gibi bilişsel becerileri kullanarak belirli görevlerden daha genel algoritmik yapılara doğru ilerleyebildiklerini göstermektedir. Bu durum, mevcut çalışmada işlem dizisi üretme ile karar ölçütü oluşturma arasında gözlenen ayrışmanın kuramsal olarak anlamlandırılmasına katkı sunmaktadır.

Nitekim bilgi işlemsel düşünmenin yalnızca üniversite düzeyi bilgisayar bilimi eğitimiyle sınırlı kalmayıp üniversite öncesi/K-12 düzeyde de giderek daha fazla müfredat ve araştırma konusu hâline gelmesi (Blikstein, 2018), bu çalışmada 9. sınıf düzeyinde gözlenen soyutlama ve ayrıştırma göstergelerinin okul matematiği bağlamında da görünür hâle gelebildiği bulgusuyla genel doğrultuda örtüşmektedir.

Tüm öğrencilerde soyutlamanın görülmesi, görsel graf problemlerinin giriş düzeyinde algoritmik düşünmeyi harekete geçirebildiğini düşündürmektedir. Bu bulgu, bilgi işlemsel düşünmenin tanımı ve ölçümü konusundaki belirsizliklere dikkat çeken Denning'in (2017) tartışmalarıyla genel doğrultuda ilişkilendirilebilir. Bununla birlikte, bu evrensel görünüm tek başına algoritmik düşünmenin sağlam biçimde yerleştiğinin kanıtı olarak okunmamalıdır. Denning'in (2017) bilgi işlemsel düşünmenin tanımı ve ölçümü konusundaki belirsizliklere ilişkin eleştirisi dikkate alındığında, soyutlama gibi giriş düzeyi göstergelerin tek başına güçlü algoritmik düşünme kanıtı olarak yorumlanmaması gerekir. Mevcut çalışmada soyutlamanın tüm öğrencilerde görülmesine karşın örüntü tanıma, karar ölçütü oluşturma ve değerlendirme düzeylerinde belirgin daralma yaşanması bu tartışmayla uyumludur.

Öte yandan ayrıştırmadan örüntü tanımaya geçiş seçici olmuştur: birçok öğrenci tekrar eden başarısızlıkları fark etmiş, ancak bunları derecelerin tek-çift yapısıyla biçimsel olarak ilişkilendirememiştir. Bu bulgu, González vd.'nin (2021) van Hiele modelinden hareketle graf teorisi öğrenimi için önerdiği düzey temelli akıl yürütme çerçevesiyle kavramsal olarak örtüşmektedir. Mevcut çalışmada öğrencilerin sezgisel denemelerden derece-parite ilişkisine dayalı biçimsel açıklamalara geçişte zorlanmaları, graf teorisi bağlamında görsel/sezgisel akıl yürütmeden yapısal ve biçimsel akıl yürütmeye geçişin pedagojik olarak desteklenmesi gerektiğini göstermektedir. Bununla birlikte, González vd.'nin (2021) çalışmasının kuramsal/tümdengelimli niteliği dikkate alındığında, burada kurulan ilişki doğrudan iki ampirik bulgunun karşılaştırılması olarak değil, mevcut bulguların ilgili kuramsal çerçeveye uyumu olarak değerlendirilmelidir. Ayrıca González vd.'nin (2021) dört düzeyli çerçevesi (görsel, analitik, biçim öncesi, biçimsel) ile bu çalışmanın beş düzeyli modeli farklı sınıflandırma eksenlerine dayandığından, düzeyler arasında birebir bir karşılık kurulmamaktadır; ortak nokta yalnızca sezgiselden biçimsel akıl yürütmeye geçiş temasıdır. Sezgisel örüntü fark etme ile biçimsel kural kurma arasındaki bu ayrım, Ben-Ari'nin (2001) bilgisayar bilimi eğitiminde öğrencilerin bilgiyi pasif biçimde almadığını, biçimsel kavramları kendi mevcut zihinsel yapıları üzerinden inşa ettiklerini vurgulayan yapılandırmacı çerçevesiyle kısmen ilişkilendirilebilir.

Algoritma tasarımı düzeyinde toplam 13 öğrenci sıralı işlem dizileri üretmiş; ancak yalnızca sekizi bu dizileri açık bir karar ölçütüyle destekleyerek tam göstergeye ulaşmıştır. Bu bulgu, Robins vd.'nin (2003) acemi programcılarının yalnızca işlem adımlarını bilmekte değil, bu adımları daha genel bir program yapısı, strateji ya da karar mantığı içinde örgütlemekte de güçlük yaşayabildiklerini gösteren değerlendirmeleriyle kısmen benzeşmektedir.

Çalışmanın en dikkat çekici bulgularından biri değerlendirme düzeyinde ortaya çıkmaktadır. Yalnızca dört öğrencinin Euler yolu ve Euler turunu doğru gerekçelerle ayırt edebilmesi, işlemsel başarı ile matematiksel doğrulama arasında belirgin bir eşik bulunduğunu düşündürmektedir. Bununla birlikte bu oranın bir kısmı, kodlama şemasının kümülatif yapısından da kaynaklanabileceğinden, bulgu kesin bir bilişsel eşik kanıtı olarak değil, bu veri seti bağlamına özgü bir eğilim olarak okunmalıdır. Bu durum, Schoenfeld'in (1985) problem çözme kontrol, izleme ve gerekçelendirme süreçlerine bağlı çok boyutlu bir etkinlik olarak ele alan yaklaşımıyla ilişkilendirilebilir.

Öğrencilerin yüksek, orta-üst, orta ve düşük profillerde kümelenmesi, aynı sınıf içinde algoritmik düşünme göstergelerinin eşit dağılmadığını göstermektedir. Bu katmanlı görünümün bir kısmı, kodlama

şemasının hiyerarşik/kümülatif yapısından da kaynaklanmış olabilir; şema gereği düzeyler iç içe kurgulandığından, düzeyler yükseldikçe gözlenen sayısal daralmanın bir bölümü öğrenci ürünlerinden değil, doğrudan kodlama tasarımının bu yapısından ileri geliyor olabilir. Ayrıca örüntü tanıma, algoritma tasarımı ve değerlendirme düzeylerine ilişkin veriler büyük ölçüde ÇK3 ve ÇK4'ten elde edildiğinden, bu düzeylerdeki yazılı ürünlerin tamamen izole bireysel akıl yürütmeyi değil, kısmen akran etkileşimiyle şekillenmiş bireysel ürünleri yansıtır olabileceği göz önünde bulundurulmalıdır. Destekle ulaşılabilecek potansiyel düzeyler açısından bu durum, Vygotsky'nin (1978) yakınsal gelişim alanı (zone of proximal development) kavramıyla genel bir kuramsal ilişki içinde değerlendirilebilir; ancak bu çalışmada öğrencilerin destekle ulaşabilecekleri düzey doğrudan ölçülmediği için, kavram burada açıklayıcı bir çerçeve olarak kullanılmalı; doğrudan ampirik bir sonuç olarak yorumlanmamalıdır.

Matematik eğitimi açısından Euler köprü problemi üretken bir görev olarak görünmektedir; çünkü deneysel deneme ile matematiksel genelleme arasındaki farkı doğal biçimde görünür kılmaktadır. Graf teorisi öğrenimine ilişkin çalışmalar da öğrencilerin görsel/sezgisel akıl yürütmeden analitik ve biçimsel akıl yürütmeye doğru ilerleyebileceklerini göstermesi bakımından bu yorumu desteklemektedir (González vd., 2021).

5. Öneriler

Bu çalışmada kullanılan Euler köprü probleminde algoritmik düşünme düzeyleri modeli, eşiklerinin belirlenmesinde kullanılan pilot kodlama ile nihai kodlamanın kısmen aynı veri seti üzerinde gerçekleştirilmiş olması nedeniyle keşifsel bir araç olarak ele alınmalıdır. Bu nedenle gelecek araştırmalarda modelin, farklı bir okul, sınıf ya da katılımcı grubundan elde edilecek bağımsız bir veri seti üzerinde, eşikler sabit tutularak kör (blind) biçimde yeniden test edilmesi önerilir; böyle bir doğrulama çalışması, modelin bu araştırmaya özgü bir gözlemin ötesinde genellenebilir bir geçerliğe sahip olup olmadığını ortaya koyacaktır.

Bulgulardan hareketle gelecek araştırmalarda, Euler köprü problemi bağlamında gözlenen düzey geçişlerinin farklı matematiksel alanlarda ve daha geniş katılımcı gruplarıyla incelenmesi önerilebilir.

Bu çalışmada kullanılan kodlama şeması kümülatif bir yapıya sahiptir; bir üst düzeyde tam gösterge alınabilmesi için alt düzeylerin karşılanması aranmıştır. Bu nedenle gelecek çalışmalarda kümülatif olmayan, her düzeyi bağımsız biçimde değerlendiren alternatif kodlama şemalarıyla doğrulama çalışmaları yürütülebilir; böyle bir yaklaşım, ortaya çıkan katmanlı görünümün ne ölçüde öğrenci verisinden ne ölçüde analitik çerçevenin hiyerarşik yapısından kaynaklandığını daha açık biçimde sınamaya olanak sağlayacaktır.

Öğretimsel açıdan, Euler köprü problemi gibi graf temelli görevlerin yalnızca doğru sonuca ulaşmayı değil, öğrencilerin çözüm sürecini gerekçelendirmelerini ve ürettikleri kuralı test etmelerini gerektirecek biçimde yapılandırılması önerilebilir. Sınıf içi etkinliklerde “nasıl çözdün?” sorusunun yanı sıra “bu çözüm neden geçerli?”, “bu kural her durumda çalışır mı?” gibi değerlendirme ve doğrulama odaklı sorulara daha fazla yer verilmelidir.

Ayrıca gelecek çalışmalarda, bu çalışmada kullanılan beş düzeyli modelin yalnızca Euler köprü problemi bağlamında değil, farklı graf teorisi görevleri ve farklı matematiksel problem çözme bağlamlarında da denenmesi önerilmektedir. Böylece modelin hangi bileşenlerinin göreve özgü, hangi bileşenlerinin ise daha genel algoritmik düşünme göstergeleri olarak işlev gördüğü daha açık biçimde değerlendirilebilir.

Kaynakça

- Anderson, L. W., & Krathwohl, D. R. (Eds.). (2001). *A taxonomy for learning, teaching, and assessing: A revision of Bloom's taxonomy of educational objectives*. Longman.
- Baki, A. (2002). *Öğrenen ve öğretenler için bilgisayar destekli matematik*. Ceren Yayın Dağıtım.
- Ben-Ari, M. (2001). Constructivism in computer science education. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 20(1), 45–73. <https://www.learntechlib.org/primary/p/8505/>

- Blikstein, P. (2018). *Pre-college computer science education: A survey of the field*. Google LLC. <https://services.google.com/fh/files/misc/pre-college-computer-science-education-report.pdf>
- Brennan, K., & Resnick, M. (2012). *New frameworks for studying and assessing the development of computational thinking* [Paper presentation]. Annual Meeting of the American Educational Research Association, Vancouver, BC, Canada. <https://scratched.gse.harvard.edu/ct/files/AERA2012.pdf>
- Creswell, J. W., & Poth, C. N. (2018). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five approaches* (4th ed.). SAGE Publications.
- Csizmadia, A., Curzon, P., Dorling, M., Humphreys, S., Ng, T., Selby, C., & Woollard, J. (2015). *Computational thinking: A guide for teachers*. Computing at School. <https://eprints.soton.ac.uk/424545/>
- Demirci, C., Teker, D., Avcı, E., Özcan, G. A., Üstünel, İ. H., Özcan, K., Şeker, Ö., Emek, S., Karabudak, S., Doğan, S., Kızgın, T., & Yardım, Y. (2024). *Ortaöğretim matematik 9. sınıf ders kitabı: 2. kitap*. Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları. https://tymm.meb.gov.tr/upload/kitap/matematik_9_2.pdf
- Denning, P. J. (2017). Remaining trouble spots with computational thinking. *Communications of the ACM*, 60(6), 33–39. <https://doi.org/10.1145/2998438>
- Euler, L. (1741). Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis. *Commentarii academiae scientiarum Petropolitanae*, 8, 128–140. <https://scholarlycommons.pacific.edu/euler-works/53/>
- Ferrarello, D., & Mammanna, M. F. (2018). Graph theory in primary, middle, and high school. In E. W. Hart & J. Sandefur (Eds.), *Teaching and learning discrete mathematics worldwide: Curriculum and research* (ICME-13 Monographs, pp. 183–200). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-70308-4_12
- González, A., Gallego-Sánchez, I., Gavilán-Izquierdo, J. M., & Puertas, M. L. (2021). Characterizing levels of reasoning in graph theory. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 17(8), em1990. <https://doi.org/10.29333/ejmste/11020>
- Grover, S., & Pea, R. (2013). Computational thinking in K–12: A review of the state of the field. *Educational Researcher*, 42(1), 38–43. <https://doi.org/10.3102/0013189X12463051>
- Gwet, K. L. (2008). Computing inter-rater reliability and its variance in the presence of high agreement. *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology*, 61(1), 29–48. <https://doi.org/10.1348/000711006X126600>
- Hart, E. W. (2008). Vertex-edge graphs: An essential topic in high school geometry. *Mathematics Teacher*, 102(3), 178–185. <https://doi.org/10.5951/MT.102.3.0178>
- Lehmann, T. H. (2024). How current perspectives on algorithmic thinking can be applied to students' engagement in algorithmatizing tasks. *Mathematics Education Research Journal*, 36, 609–643. <https://doi.org/10.1007/s13394-023-00462-0>
- Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook* (2nd ed.). SAGE Publications.
- Patton, M. Q. (2015). *Qualitative research & evaluation methods* (4th ed.). SAGE Publications.
- Pólya, G. (1957). *How to solve it: A new aspect of mathematical method* (2nd ed.). Princeton University Press.
- Robins, A., Rountree, J., & Rountree, N. (2003). Learning and teaching programming: A review and discussion. *Computer Science Education*, 13(2), 137–172. <https://doi.org/10.1076/csed.13.2.137.14200>
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Academic Press.
- Selby, C. C., & Woollard, J. (2013). *Computational thinking: The developing definition* [Project report]. University of Southampton. <https://eprints.soton.ac.uk/356481/>

- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes* (M. Cole, V. John-Steiner, S. Scribner, & E. Souberman, Eds.). Harvard University Press.
- Wing, J. M. (2006). Computational thinking. *Communications of the ACM*, 49(3), 33–35.
<https://doi.org/10.1145/1118178.1118215>
- Yin, R. K. (2018). *Case study research and applications: Design and methods* (6th ed.). SAGE Publications.

6. Sınıf Program Dışı Bir Etkinlikte Öğrencilerin Sosyal Sorumluluk Bilincinin İncelenmesi

Özgenur YILMAZ

GİRİŞ

Medeniyetimiz, kadim değerler üzerine inşa edilmiş köklü bir mirasa sahiptir. Bu mirası güçlendirecek ve geleceğe taşıyacak olan nesillerin yetiştirilmesi tüm ideolojilerin ötesinde Türk Eğitim Sistemi'nin yegane amacıdır. Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli köklerden geleceğe kurduğu köprü ile akliselim, kalbiselim ve zevkiselim milli şahsiyetlerin yetişmesi ve toplumun bu bağlamda şekillenmesi için atılmış önemli bir adımdır. Adil olmak, üretkenlik, çalışkanlık, yardımseverlik, ahlaklı olmak, vatanseverlik, sorumluluk sahibi olmak gibi özelliklere sahip erdemli insan profilini eğitim ve öğretim müfredatlarına entegre ederek ders içi ve ders dışı tüm ortamlarda bu nihai hedefe ulaşmak amaçlanmaktadır. Bu değerlere sahip olmak ve bu değerlerin sorumluluğunu bilme maarif modeli içinde bir bütün olarak ele alınmaktadır. Bu bağlamda sorumluluk; bireylerin kendi varlığını dengeli bir şekilde geliştirme azmiyle beraber çevresine, topluma, insanlığa ve tüm evrene yönelik

faaliyetlerle desteklenmiş bir bütün olarak kabul edilir (MEB, 2025). Öğrencilerin öz düzenleme becerilerini kapsayan ve yaşam boyu devam edecek sorumluluk bilinci; aile, okul ve çevre yaşantılarının bir bütünü olarak elde edilmektedir (Sezer vd., 2017). Bu nedenle öğrenciler, sorumluluk, yardımseverlik, çalışkanlık gibi değerleri öğretim programına dahil edilerek okul içi faaliyetlerde kazanabilirken program dışı etkinliklerle de hem uygulamalı hem de teorik olarak elde etme fırsatına sahiptir. Program dışı etkinlikler (PDE), öğrencilerin öğretim programı dışında faaliyet gösterdiği sporitif etkinlikler (Marsh ve Kleitman, 2002), sanatsal ve kültürel çalışmalar (OECD, 2014), topluma hizmet faaliyetleri (Marsh,1992) gibi birçok alanı kapsamaktadır. Geniş bir yelpazeye sahip olan PDE'ler öğrencilerin bütüncül gelişimine katkı sağlamaktadır.

ÇALIŞMANIN AMACI-ÖNEMİ

Öğrencilere sahip oldukları ilgi ve yetenekleri fark ettirmenin yanında öz güvenlerinin gelişimini sağlayan PDE'ler, zihinsel anlamda da karar verme ve problem çözme becerilerini desteklemektedir. Aynı zamanda bu etkinlikler çevreleriyle olumlu etkileşim kurma, milli ve manevi değerleri yaşatma, birlikte yaşam becerilerini güçlendirerek bir takımın parçası olduğunu hissetme gibi sosyal duygusal becerileri de geliştirmektedir. Ahlaki özellikler açısından sorumluluklarının farkına varma ve sorumlu davranış geliştirme, yardımlaşma, adaleti olma gibi becerilerinin kazanılmasına katkı sunmaktadır. Bu bağlamda, çalışmada 5.sınıftan 6.sınıfa geçen öğrencilere yaz tatilinde PDE olarak velilerinin uygun gördüğü bir iş yerinde bir hafta boyunca çalışmaları ve çalışma sonucunda kazandıkları paranın bir kısmını ihtiyaç sahiplerine verip diğer kısmını da istedikleri gibi harcamaları istendi. Bu etkinlikle 2024-2025 eğitim-öğretim yılında İstanbul ili Avrupa yakasında bir imam-hatip ortaokulunun bir 6.sınıf şubesinde okuyan öğrencilerin sosyal sorumluluk düzeylerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Çalışmanın gerçekleştirildiği okul yabancı dil ağırlıklı sınıfların yer aldığı bir imam hatip ortaokulu olup kız ve erkek sınıfları ayrı olmaktadır. Bu nedenle uygulanan PDE bir erkek sınıfına uygulanmıştır. Bu etkinliğe katılan 6.sınıf öğrencilerinin sosyal sorumluluk düzeylerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Ayrıca öğrencilerin finansal okuryazarlık becerilerini geliştirerek; geliri fark etme, bilinçli harcama ve düzenli tasarruf yapma alanlarında da bilgi sahibi olmasına katkı sunmaktadır Zihinsel ve psikomotor becerileri kapsayan tüm PDE' ler öğrencilerin sosyal sorumluluk algılarının ve yaşam boyu öğrenme deneyimlerinin gelişmesini sağlayacaktır (MEB, 2025). Bu anlamda öğrencilerin bu etkinliklere katılımını arttırmak önem arz etmektedir.

YÖNTEMİ

Çalışma, program dışı bir etkinliğin 6. sınıfın öğrencilerinin sosyal sorumluluk düzeylerine etkisinin incelendiği yarı deneysel bir araştırmadır. Araştırma tek grup son-test ile desenlenmiştir. Geçmişte veya hala devam eden durumları olduğu gibi ortaya koymayı gerektiren bir çalışmadır (Karasar, 2009). Çalışmanın örneklemini İstanbul'un Kağıthane ilçesine bağlı bir imam hatip ortaokulunun 6.sınıf erkek sınıfında eğitim gören 27 öğrenciden oluşmaktadır. Araştırmanın verilerine Eryılmaz ve Deveci (2019) tarafından geliştirilen "Ortaokul Öğrencilerine Yönelik Sosyal Sorumluluk Ölçeği" ile ulaşılmıştır. Ölçekte dörtlü likert tipiyle oluşturulmuş 17 madde yer almaktadır. Derecelendirme "Her Zaman (4)", "Genellikle (3)", "Bazen (2)" ve "Hiçbir Zaman (1)" olacak şekilde belirlenmiştir. Çalışma grubunda yer alan öğrencilerin sosyal sorumluluk düzeylerini yardımlaşma, birlikte hareket etme, çevreye duyarlılık ve sosyal duyarlılık olmak üzere dört alt boyut altında incelemektedir. Ölçek PDE sonrasında ilgili okul idaresinden izin alınarak etkinlik sorumlusu öğretmen tarafından öğrencilere uygulanmıştır. Veriler yaklaşık bir ders saati boyunca elden toplanmıştır. Ölçekten elde edilen verilerin analizinde Excel programı kullanılmıştır. Maddelere verilen cevaplar ters maddeler dikkate alınarak puanlanmış ve ortalamaları hesaplanmıştır. Her alt başlığa ait ilgili maddeler dikkate alınarak ortalama puanları belirlenmiştir. Veriler tablo ve grafiklerle gösterilmiştir.

BULGULAR

Ölçekten elde edilen verilere ait tablo ve grafikler incelendiğinde ortalaması en yüksek çıkan alt boyutun "Birlikte Hareket Etme (3,27)", en düşük ortalamaya sahip olan alt boyutun ise "Yardımlaşma (2,82)" olduğu görülmüştür. Veriler madde bazında ele alındığında ortalama puanı en yüksek çıkan madde "Sokak hayvanlarını önemserim (3,70)" olmuştur. Bu maddeyi takip eden maddeler ise "Doğayı önemserim (3,59)" ve "Kullanmadığım eşyaları ihtiyacı olanlara veririm (3,55)" şeklinde ifade edilmiştir. En düşük ortalamaya sahip olduğu görülen madde ise "Çevremdeki kişileri yardım kampanyalarından haberdar ederim (2,22)" olmuştur.

SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu araştırmada PDE'ye katılan ortaokul öğrencilerinin sosyal sorumluluk düzeylerine odaklanılmıştır. Literatürde çalışmanın bulgularında elde edilen verilere paralellik gösteren çalışmalara rastlanmıştır. Örneklem grubunda yer alan öğrencilerin birlikte hareket etme becerisinin diğer boyutlara göre yüksek olduğu görülmüş ve bu sonuç Lunenburg'in (2010) program dışı etkinliklerin öğrencilerin takım çalışmasını ve işbirliği becerilerini geliştirir sonucu ile desteklenmektedir. Yıldırım'ın (2019) 6.sınıf öğrencileri ile yaptığı deneysel çalışmada öğrencilerin yardımseverlik, saygı, sorumluluk, hoşgörü gibi ahlaki değerlerinin PDE ile geliştiği görüşü çalışmanın bulgularıyla paralellik göstermektedir. Ayrıca, okul müfredatı dışında yapılan bu etkinliklerin öğrencilerin ortak bir kültürün parçası olarak hareket etme ve topluma uyum sağlama becerilerinin geliştiğini gösteren çalışma (Sun, 2022), bu araştırmanın çevreye duyarlılık ve sosyal duyarlılık alt boyutları ile örtüşmektedir.

PDE'ye yönelik yapılan çalışmaların çoğunluğunun Amerika Birleşik Devletleri'nde olduğu (Shulruf, 2010) görülmüş ve benzeri etkinliklerin yurt içinde yaygınlaştırılması öneri olarak sunulmuştur. Çalışmanın sağlıklı yaşam, aile bütünlüğü vb. konularda da genişletilebileceği belirtilmiştir. Çalışmada öğrencilerin kendi emekleri ile kazandıkları parayı harcarken sahip oldukları düşünme stratejilerini finansal okuryazarlıkla da birleştirerek araştırmaya zenginlik katılabilir.

KAYNAKÇA

Karasar, N. (2009). Bilimsel araştırma yöntemleri. Nobel Yayınları: Ankara.

- Lunenburg, F. C. (2010). Extracurricular activities. *Schooling*, 1(1), 1-4.
- Marsh, HW (1992). Ders dışı etkinlikler: Geleneksel müfredatın faydalı bir uzantısı mı yoksa akademik hedeflerin altüst edilmesi mi? *Eğitim psikolojisi dergisi*, 84(4), 553.
- Marsh, H. W., ve Kleitman, S. (2002). Extracurricular school activities: The good, the bad, and the nonlinear. *Harvard Educational Review*, (72), 464–514.
- MEB (2025) Öğretim Programları Ortak Metin. Ankara.
- OECD (2014), Education at a Glance 2014: OECD Indicators, OECD Publishing. <http://dx.doi.org/10.1787/eag-2014-en>
- Sezer A., Çoban, O., Akşit İ. (2017). Öğretmenlerin Sorumluluk Değeri Algılarının İncelenmesi. *Uşak Üniversitesi Eğitim Araştırmaları Dergisi* 3(1), 122-144.
- Shulruf, B. (2010). Do extra-curricular activities in schools improve educational outcomes? A critical review and meta-analysis of the literature. *International Review of Education*, 56(5), 591-612. DOI 10.1007/s11159-010-9180-x.
- Sun, C. (2022). The long-term mechanism of extracurricular activities in primary and secondary schools: Using the four festivals and one party in Huai'an No.1 Mountain Middle School as a case study. *Science Insights Education Frontiers*, 11(1), 1517-1521.
- Uzun, F. ve Bolat, Y. (2023). Program dışı etkinliklerin öğrenci gelişimine etkisi. *Harran Maarif Dergisi*, 8 (1), 14-35. doi: 10.22596/hej.1244118
- Yıldırım, Y. (2019). Okul dışı etkinlik temelli değerler eğitimi programının öğrencilerin etkin vatandaşlık değerlerine etkisi [Yayınlanmamış doktora tezi] Sakarya Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Sakarya.

Okul Öncesi Dönemde Diskalkuli Müdahalesinde Oyun Temelli Etkinlikler: Sayı Hissi ve Matematiksel Becerileri Geliştirme Yaklaşımı

Semih UÇAR

Matematiksel becerilerin temelleri erken çocukluk döneminde atılmakta olup, bu dönemdeki gelişim sonraki akademik başarıyı doğrudan etkilemektedir. Ancak **diskalkuli (matematik öğrenme güçlüğü)** riski taşıyan çocuklar; sayı kavramlarını anlama, sayma ve aritmetik işlemlerde akranlarına göre belirgin zorluklar yaşayabilmektedir. Bu uygulamanın amacı; **sayı çekirdek bilgisi, saymadan anlık bilme (sanbil) ve sayı hissi** gibi temel matematiksel biliş bileşenlerini, çocukların en doğal öğrenme yöntemi olan oyun aracılığıyla desteklemektir. Uygulama, çocukların bilişsel ve sosyal gelişimini açıklayan Piaget'nin Bilişsel Gelişim ve Vygotsky'nin Sosyokültürel Gelişim kuramları üzerine temellendirilmiştir. Erken müdahalenin bu güçlüklerin etkisini azaltmada kritik olduğu ve özel eğitim desteğinin önemine yönelik alan yazın verileri uygulamanın temel gerekçesini oluşturmaktadır.

Hedef Kitle ve Özellikleri: Uygulamanın hedef kitlesi **48-60 ay (4-5 yaş)** aralığındaki, tipik gelişim gösteren veya diskalkuli riski taşıyan çocuklardır. Bu yaş grubu, sayı-nesne ilişkisini kurmaya ve ritmik sayma becerilerini geliştirmeye başladığı gelişimsel bir evrededir. Etkinlikler, bu kitlenin gelişim özellikleri, dikkat süreleri ve oyun odaklı öğrenme stilleri dikkate alınarak çocuk merkezli olarak tasarlanmıştır. Uygulama, çocukların gelişim hızları ve bireysel öğrenme stilleri arasındaki farklılıkları gözetenek esnek bir yapıda tasarlanmıştır.

Uygulanan etkinliklerde kullanılan araç ve gereçler, çocukların ilgisini çekecek şekilde **canlı renklerde, çocukların kullanımına uygun ve çok duyulu öğrenmeyi destekleyecek** nitelikte seçilmiştir. Materyaller genel olarak **somut-yarı somut-soyut** sıralı stratejiye uygun şekilde çeşitlendirilmiştir.

- **Büyük Sayı Küpleri:** Hemen her etkinlikte süreci yönetmek ve çocukların sayıları keşfetmesini sağlamak için kullanılır.
- **Sayı ve Nokta Kartları:** Sayılar ile nesne miktarlarını eşleştirmek amacıyla hazırlanan kartlar ve büyük boyutlu sayı görselleri.
- **Özel Platformlar ve Düzenekler:** Sayı piramitleri, sayı ağırları, parmak işaretli fon kartonları, 1-10 arası cepleri olan duvar askıları, 10 bölümlü sayı-nokta-ponpon basamağı platformları.
- **Ölçme ve İşlem Araçları:** Abaküs, dart, dart okları, üzerinde sayılar olan ok düzenekli platformlar.
- **Hayvan Figürleri:** Tırtıl, kelebek, vatos (kuyruklu sayılar için), kirpi ve uğur böceği modelleri.
- **Ulaşım ve Nesne Modelleri:** Hava balonu maketleri, tren vagonları, pizza dilimi modelleri, kule parçaları.
- **El Kuklaları:** Çocukla duygusal bağ kurmak ve problem durumunu sunmak için her etkinlikte kullanılan temel bir araçtır.
- **Gıda ve Ev Materyalleri:** Çiğ makarna, cam ve pet şişeler, konserve ve gazoz kapakları, kağıt ve pet bardaklar, yumurta viyolleri.
- **Küçük Nesneler:** Farklı renklerde boncuklar, renkli ponponlar, mandallar, renkli mandallar, pipetler, şönil çubuklar.
- **Bağlantı Araçları:** İpler, asılabilen şeritler, kurdanlar, legolar.
- **Kırtasiye Malzemeleri:** Renkli fon kartonları, evalar, A4 kağıtları, renkli boya kalemleri, yapıştırıcılar ve makas.
- **Duyusal Düzenekler:** Çocukların üzerine sayı yazabileceği veya şekil çizebileceği kum düzeneği.
- **Motor Beceri Araçları:** Zıplama topları, halkalar, küçük el maşaları (nesne toplamak için).

Bu materyaller, çocukların **sayı-nesne ilişkisi kurma, miktar algılama ve sayma ilkelerini** oyun yoluyla, yaparak ve yaşayarak öğrenmelerine olanak tanımak amacıyla bir araya getirilmiştir.

Uygulama Adımları: Etkinlikler, Dienes'in dinamiklik ilkesi ve yapısalcılık temelinde üç aşamalı sunulur:

1. **Giriş (Selamlaşma ve Başlangıç):** El kuklası kullanılarak çocukla duygusal bağ kurulur, animasyon veya hikayelerle merak uyandırılır ve önceki öğrenmeler hatırlatılır.
2. **Gelişme (Problem Durumu):** Çocuk, kuklanın sunduğu bir "problem durumu" ile karşılaşır (Örn: Yuvasını kaybeden tırtıllar veya boncukları düşen vatoslar). Bu aşamada çocuk; zıplama, ritim tutma ve nesne eşleştirme gibi **aktif katılım** gerektiren oyunlarla çözüme ulaşır. Yaklaşık ve tam sayma sistemlerini aktive eden görevler uygulanır.
3. **Sonuç (Değerlendirme ve Bitiş):** Çocuğun problem çözme stratejileri üzerine konuşulur ve öğrenilenler yaratıcı bir faaliyetle (çizim, oyun hamuru ile modelleme vb.) somutlaştırılır.

Uygulamanın Değerlendirilmesi: Uygulamanın etkililiği, **nitel ve süreç odaklı** yöntemlerle değerlendirilmektedir. Uygulama esnasında çocukların sayı-nesne eşleme, kardinal sayı ilkesini anlama ve sanbil becerileri **informal gözlemlerle** takip edilir. Etkinlik sonlarında yöneltilen açık uçlu sorularla (Örn: "Tırtılları nasıl eşleştirdin?") çocuğun muhakeme becerisi sorgulanır. Süreç sonunda elde edilen somut ürünler (çizimler, modeller), çocuğun sayı algısındaki gelişimi belgelemek için kullanılır. Deneyimler, oyunlaştırmanın çocukların matematik kaygısını azalttığını ve özgüvenlerini artırdığını göstermektedir.

7. Sınıf Matematik Ders Kitabındaki Oran–Orantı Problemlerinin Problem Çözme Basamakları ve Stratejileri Bağlamında Analizi

Hüseyin AKTI, Fatma CUMHUR

Matematik öğretiminin temel amaçlarından biri öğrencilerin problem çözme becerilerini geliştirmek ve matematiksel düşünme süreçlerini desteklemektir. Problem çözme, matematiksel bilginin uygulanmasını sağlayan temel bir süreç olmasının yanı sıra bireylerin günlük yaşamda karşılaştıkları sorunlara çözüm üretmelerine katkı sağlamaktadır (Baykul & Yazıcı, 2011; Özsoy, 2005; Polya, 1945). Bu nedenle matematik öğretim programlarında problem çözmeye merkezi bir rol verilmektedir (MEB, 2024; NCTM, 2000). Türkiye’de son olarak geliştirilen Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli de beceri temelli bir yaklaşımı benimseyerek öğrencilerin problem çözme, eleştirel düşünme ve karar verme gibi üst düzey bilişsel beceriler kazanmalarını hedeflemektedir (MEB, 2023). Bu hedeflerin sınıf içi uygulamalara yansıtılmasında ders kitaplarının niteliği önemli bir rol oynamaktadır (Arslan & Özpınar, 2009; Hatay & Cihangir, 2021).

Matematik konuları içerisinde yer alan oran–orantı konusu, öğrencilerin matematiksel ilişki kurma ve problem çözme becerilerini geliştiren temel öğrenme alanlarından biridir (Altun, 2018). Gerçek yaşamla ilişkilendirilebilmesi ve farklı çözüm stratejilerine olanak tanınması bakımından önemli olan bu konunun ders kitaplarında nasıl ele alındığının incelenmesi önem arz etmektedir (Yazgan & Arslan, 2017; Arıkan & Ünal, 2012). Bu doğrultuda her geçen gün yenilenen ders kitaplarının içerik ve bağlam açısından incelenmesi; özellikle içeriğindeki problemlerin öğrencilerin problem çözme becerilerini geliştirme ve farklı problem çözme stratejilerini kullanmalarını destekleme düzeyi bakımından değerlendirilmesi önem taşımaktadır. Güncellenen kitaplara yönelik konu alan çalışmalarının sınırlı olduğu düşünüldüğünde bu çalışmanın ilgili literatüre katkı sunarak ders kitaplarında yer alan problemlerin problem çözme basamakları ve stratejileri açısından değerlendirilmesine ışık tutacağı düşünülmektedir.

Bu araştırmanın amacı, 7. sınıf matematik ders kitabında yer alan oran–orantı konusuna ait problemlerin problem çözme basamakları ve problem çözme stratejileri açısından incelenmesidir. Araştırma nitel araştırma yöntemlerinden doküman incelemesi yöntemi kullanılarak yürütülmüştür. Araştırmanın veri kaynağını, 2024 basım yılına ait ve Millî Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulunun kararı ile ders kitabı olarak kabul edilen 7. sınıf matematik ders kitabı oluşturmaktadır. Bu ders kitabında oran–orantı konusuna ilişkin yer alan 16 çözümlü problem araştırmanın inceleme birimini oluşturmuştur. Verilerin analizinde Polya’nın dört adımlı problem çözme basamakları ile alan yazından yararlanılarak belirlenen problem çözme stratejileri çerçevesi kullanılmıştır. Elde edilen veriler betimsel analiz yöntemiyle analiz edilmiş, frekans ve yüzde değerleri hesaplanarak tablolar hâlinde sunulmuştur. Araştırma bulguları, incelenen problemlerin büyük çoğunluğunda plan yapma ve planı uygulama basamaklarına yer verildiğini; buna karşın problemi anlama ve çözümü değerlendirme basamaklarının sınırlı düzeyde temsil edildiğini göstermektedir. Problem çözme stratejileri açısından ise en sık kullanılan stratejilerin denklem kurma, şekil veya tablo kullanma ve bağıntı kurma olduğu; tahmin–kontrol ve geriye doğru çalışma gibi stratejilerin ise daha sınırlı düzeyde kullanıldığı tespit edilmiştir. Elde edilen sonuçların, ders kitabı yazarları, program geliştiriciler ve öğretmenler açısından önemli çıkarımlar sunacağı düşünülmektedir.

Anahtar Kelimeler: Ders kitabı, oran-orantı, problem çözme basamakları, problem çözme stratejileri

Kaynaklar

- Altun, M. (2018). Matematik öğretimi (10. baskı). Alfa Yayıncılık
- Arıkan, E. E., & Ünal, H. (2012). Farklı profillere sahip öğrenciler ile çoklu yoldan problem çözme. *Bitlis Eren Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi*, 1(2), 76–84.
- Arslan, S., & Özpınar, İ. (2009). Yeni ilköğretim 6. sınıf matematik ders kitaplarının öğretim programına uygunluğunun incelenmesi. *Çukurova Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 3(36), 26–38.

- Baykul, Y., & Yazici, E. (2011). Problem solving in elementary mathematics curriculum. *International Journal on New Trends in Education and Their Implications*. 2(4), 29-37.
- Hatay, A. G., & Cihangir, A. (2021). 7. sınıf matematik ders kitaplarının problem çözme becerilerini geliştirmesi ve problem çözme stratejilerini içermesi bakımından incelenmesi. *Necmettin Erbakan Üniversitesi Ahmet Keleşoğlu Eğitim Fakültesi Dergisi*, 3(1), 117–146.
- Millî Eğitim Bakanlığı [MEB] (2023). Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli Tanıtım Rehberi. Ankara: T.C. Milli Eğitim Bakanlığı.
- Millî Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2024). *Ortaokul matematik dersi öğretim programı (5–8. sınıflar)*. Ankara: Millî Eğitim Bakanlığı Yayınları.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. NCTM.
- Özsoy, G. (2005). Problem çözme becerisi ile matematik başarısı arasındaki ilişki. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 25(3), 179-190.
- Polya, G. (1945). *How to solve it: A new aspect of mathematical method*. Princeton university press.
- Yazgan, Y. & Arslan, Ç. (2017). *Matematiksel sıra dışı problem çözme stratejileri ve örnekleri* (2.Baskı), Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.

İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının İşlemlerle Cebirsel Düşünme Öğretiminde Matematiksel Muhakeme Becerisine Yer Verme Durumları

Hilal YILDIZ

Matematik öğretiminin önemli hedeflerinden birisi de neden, niçin sorularının göz önünde bulundurulmasıyla muhakemenin gelişmesini sağlamaktır (Altıparmak & Öziş, 2005). Bu nedenle öğretim programlarında muhakeme becerisinin geliştirecek şekilde eğitim öğretim ortamlarının organize edilmesi önerilmektedir (MEB, 2018; 2024). 2024 yılında güncellenen ortaokul matematik öğretim programında öğrenme yaşantılarının sonunda öğrenciye kazandırılması amaçlanan becerilerin süreç bileşenlerine, öğrenme çıktılarının altında ayrıntılı olarak yer verilmektedir (MEB, 2024). Öğretmenlerin öğrencilerde matematiksel muhakeme becerisini geliştirebilmek için neler yapacağını bilincinde olması gerekmektedir (Öz, 2017). Geleceğin matematik öğretmeni olacak öğretmen adaylarının da lisans eğitimlerinde bu beceriyi temel alan çalışmalar yaparak deneyim kazanmaları önemlidir (Bahtiyari, 2010; Morali vd., 2006). Cebirsel düşünme ve muhakeme becerisi öğrencilerin hem matematik dersinde, hem diğer disiplinlerde ve günlük hayatta karşılaştıkları karmaşık durumlar üzerinde düşünme, yorum yapma ve çözüm aramaya yönelik zihinsel faaliyetlerini kapsamaktadır (Kaya & Keşan, 2014).

Yeni öğretim programı 2024-2025 eğitim öğretim yılında ortaokul seviyesinde 5. sınıflarda uygulanmaya başlanmıştır. 5. sınıfta işlemlerle cebirsel düşünme temasında yer alan eşitliğin korunumuna, işlem özelliklerine, sayı ve şekil örüntülerinin kuralına ilişkin muhakeme yapma becerisi ele alınmaktadır (MEB, 2024). Bu sınıf seviyesinde yeni ders kitapları ve dijital içerikler hazırlanarak EBA platformunda sunulmuştur. Öğretmen adaylarının ders planlarını hazırlarken güncellenen öğretim programına ek olarak ders kitabı ve EBA platformundan yararlanabilmeleri 5. sınıf seviyesi için mümkündür. Bu nedenlerle matematik öğretmen adaylarına 5. sınıf işlemlerle cebirsel düşünme temasında yer alan öğrenme çıktılarının verilmesi uygun görülmüştür.

Bu doğrultuda çalışmanın amacı ilköğretim matematik öğretmen adaylarının işlemlerle cebirsel düşünme temasının öğretiminde matematiksel muhakeme becerisi için tanımlanmış olan süreç bileşenlerine yer verme durumlarının incelenmesidir. Ayrıca ders planlama ve anlatma deneyimlerine ilişkin görüşlerinin incelenmesi de amaçlanmaktadır.

Nitel yaklaşımın benimsendiği çalışma durum çalışması olarak desenlenmiştir. Çalışma grubunu 2024-2025 eğitim öğretim yılında Kafkas Üniversitesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği 3. Sınıfta öğrenim gören 15 öğretmen adayından oluşmaktadır. Çalışma kapsamında matematik öğretmen adaylarına 5. sınıf işlemlerle cebirsel düşünme temasının hedeflenen öğrenme çıktıları rastgele dağıtılarak 15 dakikalık bir ders planı hazırlamaları ve sınıf arkadaşlarından oluşan 4-5 kişilik bir gruba mikro öğretim yaparak video kaydına almaları istenmiştir. Video kayıtları sınıfça izlenerek dönütler verilmiştir. Ardından öğretmen adaylarından bu dönütleri göz önüne alarak yeniden ders planı hazırlamaları ve mikro öğretim yaparak dersi video kaydına almaları istenmiştir. Veri toplama aracı olarak öğrencilerin hazırladığı ders planları, mikro öğretim video kayıtları ve görüşme formu kullanılmıştır. Öğretmen adaylarının ders planlama ve anlatma deneyimine ilişkin görüşlerini belirlemek için uygulanan görüşme formu 7 adet açık uçlu sorudan oluşmaktadır ve öğretmen adaylarına yazılı olarak doldurtulmuştur.

Ders planları, uygulama video kayıtları ve görüşme formları betimsel ve içerik analizi teknikleri birlikte kullanılarak incelenmektedir. Öğretmen adaylarının ders planlamada ve anlatımında hangi süreç bileşenlerine nasıl yer vermeye çalıştıkları, bu deneyime ilişkin görüşleri belirlenmeye çalışılmaktadır. Verilerin analiz süreci devam etmektedir.

Anahtar Kelimeler: Matematiksel Muhakeme Becerisi, İşlemlerle Cebirsel Düşünme, Matematik Öğretmen Adayı

Kaynakça

- Albayrak-Bahtiyari, Ö. (2010). 8. sınıf matematik öğretiminde ispat ve muhakeme kavramlarının ve önemlerinin farkındalığı [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Atatürk Üniversitesi.
- Altıparmak, K., & Öziş, T. (2005). Matematiksel ispat ve matematiksel muhakemenin gelişimi üzerine bir inceleme. *Ege Eğitim Dergisi*, 6 (1), 25-37.
- Kaya, D. & Keşan, C. (2014). İlköğretim seviyesindeki öğrenciler için cebirsel düşünme ve cebirsel muhakeme becerisinin önemi. *International Journal of New Trends in Arts, Sports & Science Education (IJTASE)*, 3(2), 38-48.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2018). *Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar)*. <https://mufredat.meb.gov.tr/ProgramDetay.aspx?PID=329>
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2024). *Türkiye yüzyılı Maarif modeli ortaokul matematik dersi öğretim programı (5, 6, 7 ve 8. sınıflar)*. <https://tymm.meb.gov.tr/ogretim-programlari/ders/ortaokul-matematik-dersi#>
- Moralı, S., Uğurel, I., Türnüklü, E., & Yeşildere, S. (2006). Matematik öğretmen adaylarının ispat yapmaya yönelik görüşleri. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 14(1), 147–160.
- Öz, T. (2017). 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel akıl yürütme süreçlerinin incelenmesi [Yayınlanmamış doktora tezi]. Atatürk Üniversitesi.

Kesirlerde Kavram Yanılgılarının Giderilmesine Yönelik Dokunsay Kesir Öğretim Materyali Destekli Bir Sınıf İçi Uygulama

Yılmaz MUTLU, Edanur GÜVEN

Kesirler, öğrencilerin hem kavramsal hem de işlemsel olarak en çok zorlandıkları matematik konularından biridir. Alan yazında kesir öğrenmedeki güçlüklerin sonraki matematik başarılarını ve özellikle cebire geçişi etkilediği vurgulanmaktadır. Bununla birlikte, öğrencilerin kesirleri doğal sayı mantığıyla yorumlaması, pay ve paydayı birbirinden bağımsız iki tam sayı gibi düşünmesi, kesir büyüklüğünü karşılaştırırken yalnızca sayıların büyüklüğüne odaklanması ve eşdeğerlik ilişkisini kurmakta zorlanması sık karşılaşılan kavram yanılgıları arasındadır (Gabriel ve ark., 2013). Ortaokul düzeyinde matematikte zorlanan öğrencilerde kesir temsillerine ilişkin sınırlı bilgi düzeyinin daha belirgin olduğu da gösterilmiştir (Mazzocco ve ark., 2013). Bu nedenle, kavram yanılgılarını görünür kılan ve öğrencinin somut-deneyimsel etkileşimini artıran materyal destekli öğretim uygulamaları önem taşımaktadır.

Bu uygulamanın genel amacı, 8. sınıf öğrencilerinin kesirler konusundaki seçilmiş beş kavram yanılgısını belirlemek ve dokunsay kesir öğretim materyaliyle yürütülen sınıf içi öğretim sürecinin bu yanılgıların giderilmesine katkısını incelemektir. Uygulama; kesrin anlamı, kesir büyüklüğü, eşdeğer kesir, birim kesir ve sayı doğrusu üzerindeki gösterim gibi temel matematiksel fikirleri odağa almaktadır. Özel amaç ise ön testte belirlenen yanlış düşünme biçimlerinin, materyal destekli açıklama ve yapılandırılmış sınıf içi etkinlikler sonrasında nasıl değiştiğini ortaya koymaktır.

Hedef Kitle ve Özellikleri

Uygulamanın hedef kitlesi, Muş Merkez 2071 Melikşah Ortaokulu bünyesinde öğrenim gören 20 sekizinci sınıf öğrencisidir. Katılımcıların yaş aralığı yaklaşık 13-14 aralığındadır. Bu öğrenciler resmi olarak matematik öğrenme güçlüğü tanısı almamış olmakla birlikte, sınıf içi performansları ve öğretmen gözlemleri doğrultusunda matematik başarıları akranlarının altında olan, özellikle kesirler konusunda belirgin güçlük yaşayan bir grup olarak değerlendirilmektedir. Alan yazında kesir öğretiminde çoklu temsillerin, somut materyallerin ve yapılandırılmış desteklerin özellikle düşük başarı gösteren öğrenciler için yararlı olduğu belirtilmektedir (Reinhold ve ark., 2020). Bu yönüyle uygulamanın hedef kitleye gelişimsel ve öğretimsel açıdan uygun olduğu düşünülmektedir.

Uygulama Süresi, Araç ve Gereçler

Uygulama toplamda yaklaşık 3-4 ders saati içinde planlanmıştır. Buna göre ön test uygulaması 1 ders saati, öğrenci cevaplarının kısa analizi ve dokunsal materyal destekli öğretim sürecinin ardından material ile ders anlatım süreci 1-2 ders saati, son test uygulaması ise 1 ders saati sürecektir. Son test, uygulamadan uygun görülen bir süre sonra uygulanacaktır.

Araç ve gereçler; araştırmacı tarafından hazırlanan ön test ve son test formları, açık uçlu gerekçe bölümleri, öğrenci cevap kâğıtları, gözlem notları için kayıt formu ve dokunsay kesir öğretim materyalinden oluşmaktadır. Dokunsay materyal; öğrencilerin kesrin parça-bütün ilişkisini, eşdeğerlik durumunu ve büyüklük karşılaştırmalarını dokunarak, yerleştirerek ve yeniden düzenleyerek deneyimlemelerine imkân veren somut bir öğretim aracı olarak kullanılacaktır.

Uygulama Adımları

1. Ön test: Öğrencilere, literatürde sık karşılaşılan sekiz kavram yanılgısından seçilecek beşine yönelik sorular uygulanacaktır. Sorular kısa açık uçlu yapıda olacak; öğrencilerden her cevabın gerekçesini yazmaları istenecektir.

2. Ön bulguların incelenmesi: Öğrenci yanıtları doğru-yanlış durumunun yanı sıra gerekçeler üzerinden analiz edilerek hangi kavram yanlışlarının baskın olduğu belirlenecektir.
3. Materyal destekli sınıf içi uygulama: Dokunsay kesir öğretim materyali kullanılarak parça-bütün ilişkisi, kesir büyüklüğü, eşdeğerlik ve temsil dönüşümleri üzerinde yapılandırılmış anlatım ve etkileşimli etkinlikler gerçekleştirilecektir. Bu aşamada öğrencilerin yanlış düşünme biçimleri doğrudan tartışmaya açılacak, karşı örnekler ve somut gösterimler kullanılacaktır.
4. Son test: Uygulamadan belirli bir süre sonra aynı kavramsal yapıları ölçen eşdeğer nitelikte bir son test uygulanacaktır.
5. Karşılaştırma ve yorumlama: Ön test ve son test bulguları karşılaştırılarak hangi kavram yanlışlarının azaldığı, hangilerinin sürdüğü ve öğrencilerin gerekçelerinde ne tür değişimler olduğu ortaya konacaktır.

Uygulamanın Değerlendirilmesi

Uygulama en az bir kez hedef kitle üzerinde gerçekleştirilecek ve hem nicel hem nitel veri kaynaklarıyla değerlendirilecektir. Nicel değerlendirme kapsamında her bir kavram yanlışına ilişkin ön test ve son testte gözlenen doğru/yanlış yanıt sayıları ve yüzdeleri karşılaştırılacaktır. Nitel değerlendirmede ise öğrencilerin yazılı gerekçeleri betimsel analiz yoluyla incelenecek; böylece yalnızca doğru cevaba ulaşıp ulaşılmadığı değil, öğrencinin düşünme biçiminde bir dönüşüm olup olmadığı da değerlendirilecektir.

Buna ek olarak uygulama sırasında alınacak sınıf içi gözlem notları, materyalin hangi yönlerinin öğrenciler için açıklayıcı veya zorlayıcı olduğunu belirlemek amacıyla kullanılacaktır. Böylece çalışma, yalnızca ürün odaklı değil süreç odaklı bir değerlendirme de içerecektir. Bu yapı, kavram yanlışlarının giderilmesine yönelik sınıf içi uygulamaların etkisini görünür kılmak bakımından kongre kapsamına uygun bir örnek sunmaktadır.

Kullanılan Kaynaklar

- Gabriel, F., Coche, F., Szucs, D., Carette, V., Rey, B., & Content, A. (2013). A componential view of children's difficulties in learning fractions. *Frontiers in Psychology*, 4, 715. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2013.00715>
- Mazzocco, M. M. M., Myers, G. F., Lewis, K. E., Hanich, L. B., & Murphy, M. M. (2013). Limited knowledge of fraction representations differentiates middle school students with mathematics learning disability (dyscalculia) versus low mathematics achievement. *Journal of Experimental Child Psychology*, 115(2), 371-387. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2013.01.005>
- Reinhold, F., Hoch, S., Werner, B., Richter-Gebert, J., & Reiss, K. (2020). Learning fractions with and without educational technology: What matters for high-achieving and low-achieving students? *Learning and Instruction*, 65, 101264. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2019.101264>

Öğrenme Yörüngesi Temelli Dijital Bir Matematik Oyununun Okul Öncesi ve İlkokul Düzeyinde Uygulanması: GalakSay

Yılmaz MUTLU

Erken çocukluk döneminde edinilen sayısal beceriler, ileriki yıllardaki matematiksel yetkinliğin temelini oluşturur (Clements ve Sarama, 2021). Ancak çocukların matematiksel gelişim düzeyleri birbirinden önemli ölçüde farklılaşır ve bu farklılıkların göz ardı edilmesi, özellikle gelişimsel diskalkuli riski taşıyan çocuklarda kalıcı öğrenme güçlüklerine yol açabilir (Butterworth, 2005). Öğrenme yörüngesi yaklaşımı, çocukların belirli bir matematik konusundaki doğal gelişim basamaklarını tanımlayarak öğretimi bu basamaklara uyumlu hâle getirmeyi önerir. Bu yaklaşım sayesinde öğretmenler ve dijital araçlar, her çocuğun bulunduğu düzeyi belirleyerek bir sonraki adıma geçişi destekleyebilir.

GalakSay, bu kuramsal çerçeveyi dijital bir oyun ortamına aktararak çocukların sayısal becerilerini eğlenceli ve sistematik bir biçimde geliştirmeyi amaçlar. Uygulamanın odaklandığı matematiksel fikirler; sayma ilkeleri (bire bir eşleme, kararlı sıra, kardinalite, sıra ilişkisizliği, soyutlama), sanbil, sayı karşılaştırma ve sıralama, sayı bileşimi (parça-bütün ilişkisi), basamak değeri, toplama-çıkarma stratejileri, çarpma-bölme kavramları ve örüntü-cebirselsel düşünme becerilerini kapsar. Genel amacı, okul öncesi ve ilköğretim 1-2. sınıf düzeyindeki çocuklara Clements ve Sarama'nın (2021) öğrenme yörüngeleri ile uyumlu, uyarlanabilir zorluk düzeyine sahip, motivasyonu yüksek tutan bir dijital öğrenme deneyimi sunmaktır.

2. Hedef Kitle ve Özellikleri

Uygulamanın hedef kitle, Muş ilinde bulunan okul öncesi (5-6 yaş) ve ilköğretim 1-2. sınıf (6-8 yaş) düzeyindeki çocuklardır. Uygulama, 3 çocukla 3 haftalık bir süreçte gerçekleştirilmiştir. GalakSay, üç yaş grubu (4-5, 5-6, 6-8) için ayrı zorluk seviyeleri ve öğrenme haritaları sunar; böylece her çocuk kendi gelişim düzeyine uygun etkinliklerle karşılaşır. Bu yapı, Clements ve Sarama'nın (2021) öğrenme yörüngelerinde tanımlanan gelişimsel basamaklarla uyumludur.

3. Uygulama Süresi, Araç ve Gereçler

Uygulama süresi 3 haftadır ve her çocuk haftada 4 oturum olmak üzere oturum başına 25 dakika süreyle uygulamayı kullanmıştır. Uygulama, web tabanlı bir teknoloji ile geliştirilmiş olup tablet, akıllı telefon veya bilgisayar üzerinden çalışır. İnternet bağlantısı olan herhangi bir cihaz yeterlidir; ek bir donanım veya yazılım kurulumuna gerek yoktur. Uygulama Türkçe, İngilizce ve Kürtçe dil desteğine sahiptir. Ayrıca beş erişilebilirlik seçeneği (renk körü modu, büyük yazı, azaltılmış animasyon, yüksek kontrast, sesli yönlendirme) sunarak farklı ihtiyaçlara sahip çocukların kullanımına olanak tanır.

4. Uygulama Adımları

GalakSay, galaksi temalı bir senaryo içinde 8 ana öğrenme yörüngesinin her birini bir gezegen olarak kurgular. Her gezegen, Clements ve Sarama'nın (2021) öğrenme yörüngelerindeki belirli bir matematiksel alan ile eşleştirilmiştir:

- **Sayalon (Sayma Yörüngesi):** Birebir eşleme, kararlı sıralama, kardinalite, ileri-geri sayma, ritmik sayma, onluk geçişi ve sıra sayıları gibi 19 gelişimsel düzeyi kapsayan etkinlikler.
- **Şimşeron (Sanbil Yörüngesi):** Algısal ve kavramsal sanbil becerilerini geliştiren beşlik çerçeve, onluk çerçeve ve çift onluk çerçeve etkinlikleri.
- **Terazya (Karşılaştırma ve Sıralama Yörüngesi):** Sayı karşılaştırma, sıralama, önce-sonra-arasında ilişkileri ve az-çok-eşit kavramlarını içeren etkinlikler.
- **Bileşya (Sayı Bileşimi Yörüngesi):** Parça-bütün ilişkisi, beşe ve ona tamamlama, sayı oluşturma ve sayıların içindeki sayıları keşfetme etkinlikleri.
- **Basamara (Basamak Değeri Yörüngesi):** Onluk gruplama, basamak değeri, açılmış gösterim ve onluk-birlik bileşimi etkinlikleri.

• **Toplarya (Toplama-Çıkarma Yörüngesi):** Pul ekleme-çıkarma, ileriye sayarak toplama, fark bulma, ters işlem ilişkisi ve Carpenter ve diğerlerinin (2015) bilişsel yönelimli öğretim (BYÖ) sınıflandırmasına uygun sözel problem şablonları.

• **Çarpanya (Çarpma-Bölme Yörüngesi):** Tekrarlı toplama, dizi modeli, görsel çarpma, eşit paylaşırma, gruplara ayırma, yarılama-ikileme ve kat kavramı etkinlikleri.

• **Örünüya (Örüntü ve Cebirsel Düşünme Yörüngesi):** AB tekrar örüntüleri, büyüyen/azalan sayı örüntüleri, örüntü çevirme, doğru-yanlış denklemler ve kayıp sayı problemleri.

Uygulama süreci üç aşamada yürütülmüştür:

Giriş: Çocuklara galaksi teması ve gezegen karakterleri tanıtılmış, uygulama ara yüzünün kullanımı gösterilmiştir. Her çocuk bir avatar ve isim seçerek oyuna başlamıştır. İsteğe bağlı olarak yine araştırmacı tarafından geliştirilen NuMap diskalkuli tarama modülü uygulanmış ve çocukların başlangıç düzeyleri belirlenmiştir.

Gelişme: Çocuklar yaş gruplarına uygun öğrenme haritasında ilerleyerek çeşitli gezegenlerdeki etkinlikleri tamamlamıştır. Uyarlanır zorluk sistemi, çocuğun doğru cevap oranına göre zorluk düzeyini otomatik olarak ayarlamıştır. Engellenme algılama sistemi, ardışık hataları izleyerek gerektiğinde çocuğa destek mesajları (büyüme zihniyeti mesajları; Dweck, 2006) sunmuş ve zorluk düzeyini düşürmüştür. Günlük görevler, rozetler, unvanlar ve matematik bilgi kartları gibi oyunlaştırma unsurları motivasyonu desteklemiştir.

Ölçme-Değerlendirme: Uygulama, her çocuğun performansını otomatik olarak kaydetmiştir (doğru/yanlış cevaplar, yanıt süreleri, oynanan modlar, zorluk düzeyi geçişleri). Bu veriler, gelişim takibi paneli aracılığıyla çocuğun matematiksel ilerlemesini görselleştirmiştir.

5. Uygulamanın Değerlendirilmesi

Uygulama, hedef kitleye 3 haftalık bir süreçte uygulanmış olup değerlendirmede hem uygulama içi performans verileri hem de araştırmacı gözlemleri kullanılmıştır.

Uygulama içi veriler: GalakSay, çocukların her etkinlik modundaki doğru cevap oranlarını, yanıt sürelerini, oturum sürelerini, uyarlanır zorluk geçişlerini ve öğrenme yörüngesindeki ilerleme düzeylerini otomatik olarak kaydetmiştir. Bu veriler betimsel istatistiklerle (frekans, yüzde, ortalama) analiz edilmiştir.

Araştırmacı gözlemleri: Uygulama süresince çocukların motivasyon düzeyleri, uygulamayla etkileşim biçimleri, karşılaştıkları güçlükler ve sözel tepkileri araştırmacı tarafından yapılandırılmamış gözlemlerle kaydedilmiştir.

Ön bulgular: Çocukların galaksi temasına ve gezegen karakterlerine yüksek motivasyonla bağlandığı, öğrenme yörüngelerine uygun bir ilerleme deseni sergilediği ve uyarlanır zorluk sisteminin bireysel farklılıklara duyarlı çalıştığı gözlemlenmiştir. NuMap diskalkuli tarama modülü, risk düzeyi yüksek çıkan çocukları erken dönemde belirlemiş ve bu çocuklar için uygulamanın otomatik olarak daha destekleyici bir öğrenme yolu sunduğu tespit edilmiştir. Sunumda çocukların uygulama sürecinden elde edilen performans grafikleri paylaşılacak ve uygulamanın canlı gösterimi yapılacaktır.

6. Kullanılan Kaynaklar

Butterworth, B. (2005). The development of arithmetical abilities. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 46(1), 3-18. <https://doi.org/10.1111/j.1469-7610.2004.00374.x>

Carpenter, T. P., Fennema, E., Franke, M. L., Levi, L. ve Empson, S. B. (2015). *Children's mathematics: Cognitively guided instruction* (2. bs.). Heinemann.

Clements, D. H. ve Sarama, J. (2021). *Learning and teaching early math: The learning trajectories approach* (3. bs.). Routledge. <https://doi.org/10.4324/9781003083528>

Dweck, C. S. (2006). *Mindset: The new psychology of success*. Random House.

Matematik Eğitiminde Yapay Zeka Kullanımına İlişkin Araştırmaların Eğilimi: Scopus ve Wos Verilerine Dayalı Bibliyometrik Analiz

Duygu ÇOBAN, Beyza YILMAZ, Burçin GÖKKURT ÖZDEMİR

Bir bilgisayar, robot ya da programlanabilir aygıtın insan benzeri algılama, öğrenme, düşünme, karar verme ve iletişim kurma gibi işlevleri gerçekleştirme yeteneği, yapay zekâ (YZ) olarak tanımlanır (**Türk Dil Kurumu [TDK], 2025**). Yapay zekâ, bir sistemin çevresindekileri doğru şekilde işleyerek, bu verilerden öğrenme kapasitesine ve bu öğrenmeyi esnek bir biçimde hedeflere ulaşmak için kullanma kapasitesine sahip olma durumu olarak datanımlanabilir (**Haenlein ve Kaplan, 2019**). Aynı zamanda YZ, makinelerin insan benzeri düşünme ve karar verme süreçlerini optimal şekilde taklit etmelerini sağlayan yazılım ve algoritmalar bütünüdür (**Alanoğlu ve Karabatak, 2020**).

Başlangıçta bilgisayar biliminin bir parçası olarak kabul edilen yapay zekâ, günümüzde sağlık, güvenlik gibi pek çok alanda kullanılan vazgeçilmez bir teknoloji haline gelmiştir (**Popenici ve Kerr, 2017**). Kimya biliminde YZ uygulamaları yapılan ölçümlerin hassasiyetini artırıp araştırmacıların çok boyutlu verilerden maksimum bilgi edinmesine olanak tanımaktadır (**Srivastava, Dev ve Karmakar, 2018**). Ekonomi ve finans sektöründe YZ stratejik avantajlar sunarak risk yönetimi, piyasa tahmini ile yatırımcıların karar süreçlerini hızlandırıp verimle hale getirmektedir (**Olanrewaju, 2025**). Mühendislikte ise, yapay zekâ, insanlar tarafından çözülmesi gereken sorunları otomatik hale getiren süreçlerle ilişkilendirilmiştir (**Ever ve Demircioğlu, 2023**). Kısacası, disiplinler arası bir alan olarak yapay zekâ, makineleri akıllı hale getirmek amacıyla yapılan faaliyetlerin adıdır.

Eğitimde yapay zekâ kullanımı, öğretim ve öğrenme süreçlerini dönüştürme potansiyeline sahiptir. Özellikle öğretim yöntemlerini kişiselleştirme, öğrenci performanslarını izleme ve geribildirim sağlama gibi alanlarda önemli avantajlar sunduğu belirtilmektedir (**Holmes ve diğer., 2021**). YZ destekli araçlar, öğrenme içeriğini ve öğretim temposunu öğrencilerin ihtiyaçlarına göre uyarlayarak, kişiselleştirilmiş öğrenme deneyimleri sunmakta ve böylece öğrencilerin katılımını artırarak öğrenme sonuçlarını iyileştirmektedir (**Alotaibi ve Alshehri, 2023**). Ayrıca,

akıllı ders sistemleri, öğrencilere özelleştirilmiş geri bildirimler sağlayarak onların karmaşık konuları kendi hızlarında öğrenmelerine yardımcı olmaktadır (**Luckin ve diğer., 2016**). Öğretmenlere ise not verme, program hazırlama ve geride kalan öğrencileri belirleme gibi idari görevlerde yardımcı olarak, öğretim ve öğrenci desteği üzerinde daha fazla odaklanma imkânı verir (**Zawacki-Richter ve diğer., 2019**).

Yapay zekânın eğitimde güçlü etkisi, özellikle problem çözme, akıl yürütme ve soyut düşünmeyi gerektiren matematik eğitiminde daha belirgindir (**Vaerenbergh ve Pérez Suay, 2022**). YZ, bu bilişsel süreçleri destekleyerek matematiksel düşünme becerilerinin gelişimine katkı sağlamaktadır. Üretken yapay zekâ araçları ve robotik sistemler, öğretim süreçlerini kişiselleştirmeye olanak tanıırken, öğrencilerin karmaşık konuları anlamalarına yardımcı olmaktadır (**Hossein Mohand vd., 2025**). Özellikle soyut matematiksel kavramlar üzerinde çalışan yapay zekâ araçları, öğrencilerin bu kavramları somut hale getirmelerini sağlamaktadır (**Mohamed vd., 2022**).

Matematik eğitiminde yapay zekâ uygulamalarına yönelik çalışmaların son yıllarda hızlı bir artış göstermesine karşın, bu literatürün genel yapısını, yönelimlerini ve odak noktalarını sistematik biçimde ortaya koyan çalışmaların sınırlı olduğu görülmektedir. Gerçekleştirilen bu çalışmada, matematik eğitiminde yapay zekâ kullanımına ilişkin Scopus ve Web of Science (WoS) veri tabanlarında yer alan yayınların bibliyometrik analiz yöntemiyle incelenmesi amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda alt problemler şu şekildedir:

Matematik eğitiminde yapay zekâ alanında;

1. En fazla araştırma yapılan yıllar hangileridir?
2. En çok kullanılan anahtar kelimeler nelerdir?
3. En sık kullanılan anahtar kelimeler arasında disiplinler arası farklılıklar var mıdır?
4. Birlikte en sık kullanılan anahtar kelime grupları hangileridir?

5. Anahtar kelime birlikteliklerine göre oluşturulacak kavramsal kümelerde hangi konular ön plana çıkmaktadır?

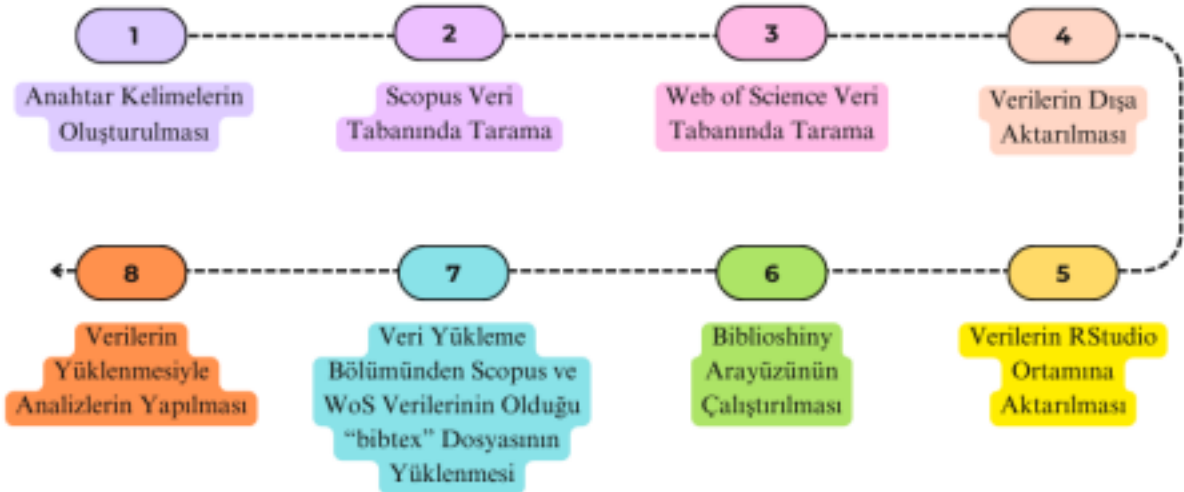
6. Yıllara göre anahtar kelimelerde meydana gelen değişiklikler nelerdir ve bu değişiklikler hangi yeni araştırma eğilimlerini göstermektedir?

Scopus ve WoS gibi uluslararası düzeyde saygın ve geniş kapsama sahip veri tabanlarının birlikte kullanılması, alandaki bilimsel bilginin daha kapsamlı ve güvenilir bir biçimde analiz edilmesine olanak tanımaktadır. Bu yönüyle çalışma, matematik eğitiminde yapay zeka alanında mevcut eğilimlerin belirlenmesine, araştırma boşluklarının görünür kılınmasına ve gelecekte yapılacak çalışmalara yön verecek bir çerçeve sunması bakımından önem taşımaktadır. Elde edilen bulguların, eğitim politikalarının geliştirilmesine ve öğretim

süreçlerinin iyileştirilmesine katkı sağlaması; ayrıca yapay zekanın matematik eğitimi içerisindeki yerinin daha kapsamlı biçimde değerlendirilmesine yardımcı olması beklenmektedir. Bu doğrultuda çalışmada bibliyometrik analiz yöntemi tercih edilmiştir. Araştırmanın örneklemini WoS veri tabanında yer alan “matematik eğitiminde yapay zeka” konusunu ele alan 36 makale ile Scopus veri tabanında yer alan aynı konuya ilişkin 108 makale oluşturmaktadır. Araştırma kapsamını daha da spesifik hale getirmek amacıyla "artificial intelligence" ve "math education" anahtar kelimelerine sahip belgelerin taraması yapılmıştır. Bu kriterler çerçevesinde yapılan seçim, araştırma sorularına en uygun örneklem grubunun oluşturulmasına katkı sağlamış ve bu sayede elde edilen verilerin güvenilirliği ile geçerliliği artırılmıştır. Arama sonucunda 144 tane makaleye ulaşılmıştır.

Bu çalışmada veri toplama süreci, bibliyometrik analiz yaklaşımı doğrultusunda Scopus ve Web of Science (WoS) veri tabanları kullanılarak yürütülmüştür. Her iki veri tabanı da eğitim teknolojisi alanlarında yayımlanan hakemli bilimsel çalışmaları kapsamlı biçimde sunması nedeniyle tercih edilmiştir.

Bu çalışmada, matematik eğitiminde yapay zeka alanında yayımlanan çalışmalar Scopus ve Web of Science (WoS) veri tabanlarından elde edilmiş ve R programlama ortamı kullanılarak bibliyometrik analizlere tabi tutulmuştur. Elde edilen veriler, *bibliometrix* paketinin web tabanlı ve görsel arayüzü olan *Biblioshiny* aracılığıyla analiz edilmiş; bibliyometrik göstergeler grafikler ve haritalar yardımıyla görselleştirilerek yorumlanmıştır.

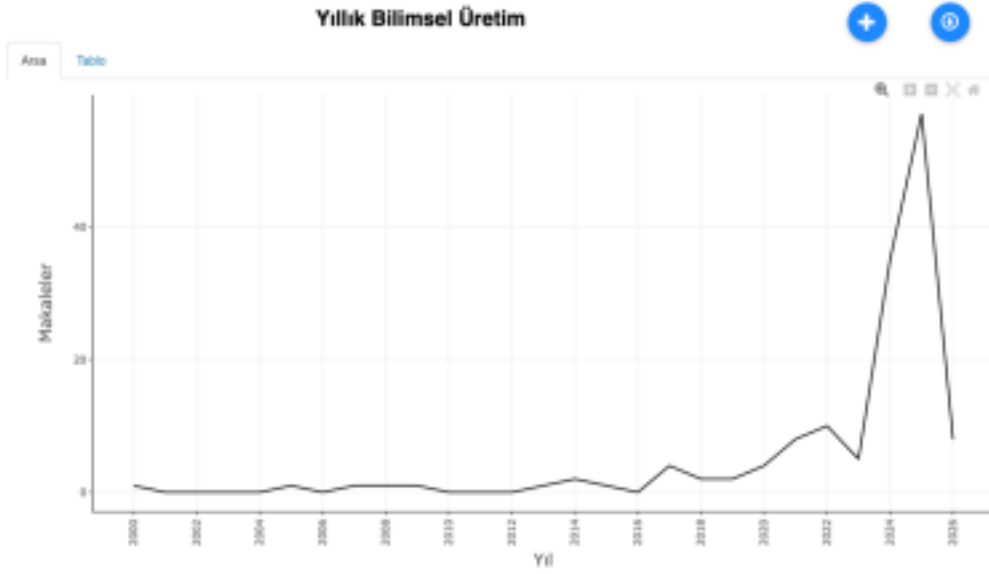


Şekil 1. Scopus ve Web of Science veri tabanlarından elde edilen verilerin toplanması ve analize hazırlanma süreci

Bulgular

Matematik eğitiminde yapay zeka alanındaki çalışmalar belirli filtreleme ölçütleri doğrultusunda incelenmiştir. Uygulanan filtreleme sonucunda toplam 144 özgün makaleye ulaşılmıştır. Analizler, R programlama dili için geliştirilen bibliometrix paketinin web tabanlı arayüzü olan "biblioshiny" kullanılarak gerçekleştirilmiştir. 2000-2026 yılları arasında yayımlanan araştırmaları kapsamaktadır.

1) Matematik eğitiminde yapay zekâ alanında en fazla araştırma yapılan yıllara ilişkin bulgular



Şekil 1.

Yayınların Yıllara Göre Dağılımı (Yıllık Bilimsel Üretim)

Grafik incelendiğinde, 2000’li yılların başından 2015 yılına kadar olan süreçte alandayayımlanan makale sayısının oldukça düşük olduğu ve bazı yıllarda hiç yayın yapılmadığı görülmektedir. Bu durum, yapay zekâ teknolojilerinin eğitim alanına henüz tam olarak entegre edilmemesi ve bundan dolayı da çalışmaların sınırlı olması ile açıklanabilir.

2016 yılından itibaren ise alanda bir artış gözlemlenmektedir. Özellikle 2020 sonrasındayayın sayılarında belirgin bir yükseliş yaşandığı görülmektedir. Bu artış yapay zekâ teknolojisinin hızla gelişmesi ve eğitim ortamlarında kullanımının yaygınlaşması ile ilişkilendirilebilir.

Grafikte en dikkat çekici artışın 2024 ve 2025 yıllarında gerçekleştiği görülmektedir. Bu yıllarda yayımlanan makale sayısının önceki yıllara göre oldukça yüksek olması, matematiğeğitiminde yapay zekâ kullanımının son yıllarda araştırmacılar tarafından yoğun ilgi gören bir çalışma alanı haline geldiğini göstermektedir. Bu artan ilgi, yapay zekâ destekli öğrenme ortamlarının yaygınlaşması, bireyselleştirilmiş öğrenme yaklaşımının benimsenmesi ve 21.yüzyıl becerilerinin kazandırılmasına yönelik hedefler ile ilişkilendirilebilir.

2026 yılına ait yayımlanan makale sayısının önceki yıla göre daha düşük olması ise yılın henüz tamamlanmamış olması ile açıklanabilir.

Genel olarak değerlendirildiğinde, matematik eğitiminde yapay zeka alanındaki bilimsel üretimin özellikle son yıllarda belirgin şekilde artış gösterdiği ve gelecekte daha fazla araştırmaya konu olacağı söylenebilir.

2) En çok kullanılan anahtar kelimeler ve bu kelimelerin yapay zeka ve matematiğeğitimi alanıyla ilişkisine yönelik bulgular



Şekil 2.

Yazarların Kullandığı Anahtar Kelimelerin Treemap (Ağaç Haritası) Grafiği

Ağaç haritası incelendiğinde matematik eğitiminde yapay zekâ alanındaki çalışmaların belirli anahtar kavramlar etrafında yoğunlaştığı görülmektedir. En büyük alanı “yapay zekâ” anahtar kavramı oluştururken, bunu “öğrenciler”, “matematik” ve “eğitim” kavramları takip etmektedir. Bu durum, çalışmaların öğrenci merkezli öğrenme süreçleri ve matematik eğitim bağlamında yürütüldüğünü göstermektedir. Aynı zamanda ağaç haritasında “ChatGPT”, “üreten yapay zekâ”, “makine öğrenimi” kavramlarının da yer aldığı görülmektedir. Bu durum doğrultusunda alandaki çalışmaların yapay zekanın teorik yönlerinden ziyade uygulamaya dönük araçlar, algoritmalar ve öğrenme sistemleri üzerinde yoğunlaşma eğilimi gösterdiği söylenebilir.

Ağaç haritasında “problem çözme”, “akıl yürütme”, “akıllı özel ders sistemleri” ve “öğrenme sistemleri” gibi kavramlar, yapay zekanın matematik öğrenme süreç ve becerilerinin destekleme amacıyla kullanıldığını ortaya koymaktadır. Bununla birlikte “öğretmen”, “müfredat” ve “ders planlama” gibi kavramların yer alması, yapay zekâ uygulamalarının

yalnızca öğrencilere yönelik değil, öğretim süreçlerinin planlaması, programlanması ve yönetilmesi açısından da ele alındığı görülmektedir.

3) En sık kullanılan anahtar kelimelerin disiplinler arası farklılıklarına ilişkin bulgular



Şekil

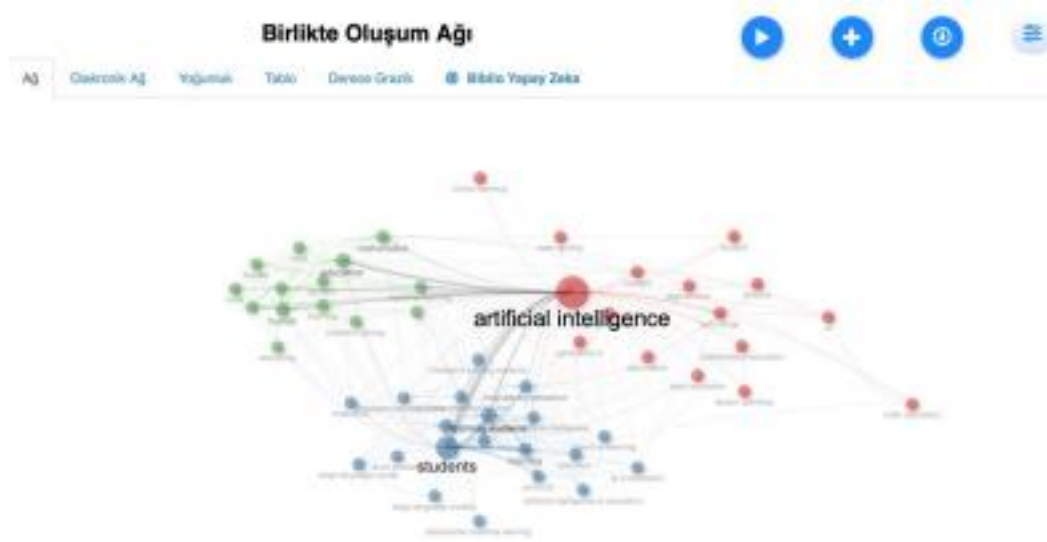
3.

Yazarların Anahtar Kelimelerine Göre Kelime Bulutu

Kelime bulutu incelendiğinde, matematik eğitiminde yapay zekâ alanındaki çalışmaların farklı kavram kümeleri etrafında şekillendiği görülmektedir. Özellikle “öğrenci”, “eğitim”, “matematik” ve “öğretim” gibi kavramların öne çıkması, araştırmaların ağırlıklı olarak öğrenme ve öğretim süreçleri bağlamında ele alındığını göstermektedir.

“makine öğrenimi”, “büyük dil modelleri”, “ChatGPT” ve “akıllı öğretim sistemleri” gibi kavramların yer alması, matematik eğitiminde yapay zekâ çalışmalarının disiplinler arası bir yapıya sahip olduğu dikkat çekmektedir.

4) Yapay zekâ ve matematik eğitimi alanında birlikte en sık kullanılan kelime gruplarına ilişkin bulgular

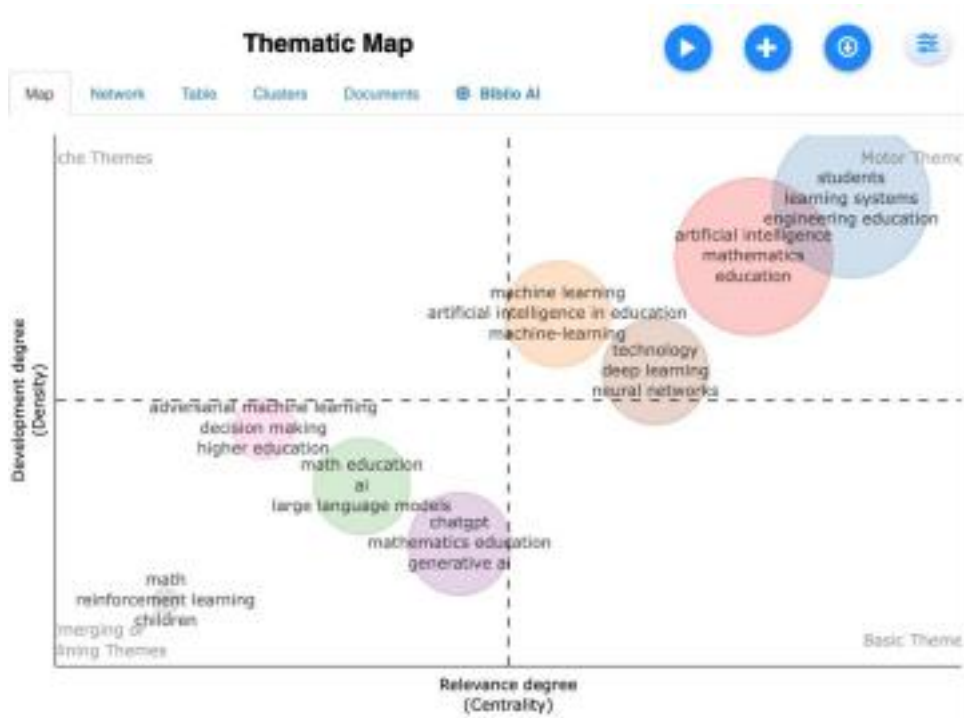


Şekil 4.

Birlikte Oluşum Ağı

Birlikte oluşum ağı incelendiğinde üç temel kümenin olduğu görülmektedir. Birinci kümede “eğitim”, “matematik”, “öğrenme”, “problem çözme” ve “insan” gibi kavramlar yer almakta ve matematik öğrenme süreçleri ve eğitim bağlamındaki araştırmaları temsil etmektedir. İkinci küme “öğrenci”, “öğrenme sistemleri”, “öğrenme” ve “müfredat” gibi kavramlar öne çıkmakta ve bu kümenin öğrenci merkezli öğrenme sistemleri ile öğretim süreçlerine odaklandığı görülmektedir. Üçüncü kümede ise “chatgpt”, “algoritma”, “otomasyon” ve “matematik eğitimi” gibi kavramlar yer almakta olup bu küme yapay zeka teknolojilerinin eğitim ortamlarında kullanımına yönelik çalışmaları temsil etmektedir.

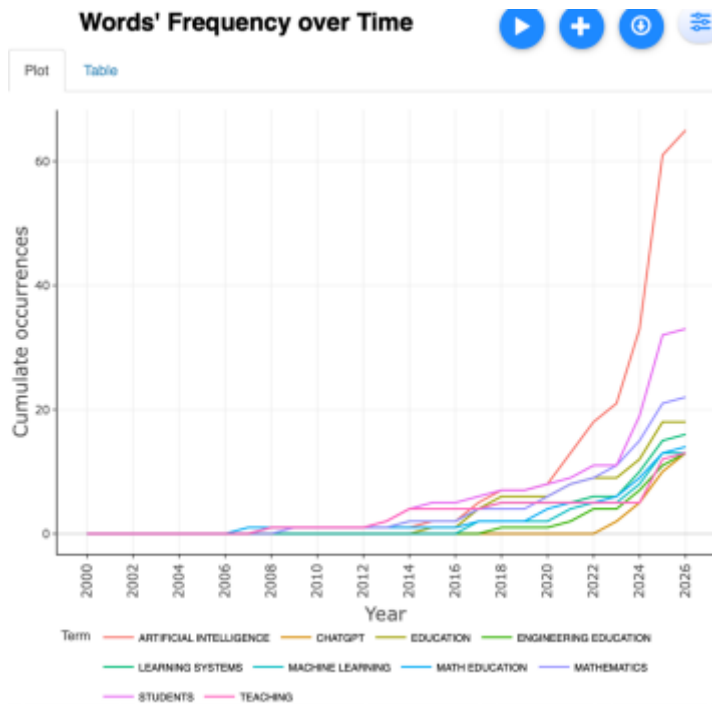
5) Anahtar kelime birlikteliklerine göre oluşturulacak kavramsal kümelerde ön plana çıkan konulara ilişkin bulgular



Şekil 5. Tematik Harita

Tematik harita incelendiğinde, matematik eğitiminde yapay zekâ alanındaki çalışmaların farklı tematik kümeler etrafında şekillendiği görülmektedir. Matematik eğitiminde yapay zekâ araştırmalarının ağırlıklı olarak öğrenci odaklı öğrenme sistemleri, yapay zekâ teknolojileri ve matematik öğretimi ekseninde geliştiğini; bunun yanında üretken yapay zekâ ve büyük dil modelleri gibi yeni konuların da araştırma gündemine girmeye başladığını göstermektedir. Ayrıca, alanda hem gelişmiş hem de gelişmekte olan araştırma temalarının bulunduğunu ve matematik eğitiminde yapay zekâ çalışmalarının çok boyutlu bir araştırma alanı oluşturduğu görülmektedir.

6) Yıllara göre anahtar kelimelerde meydana gelen değişiklikler ve bu değişikliklerin yeni araştırma eğilimlerine ilişkin bulgular



Şekil 6. Anahtar Kelimelerin Yıllara Göre Değişim Grafiği

Grafik incelendiğinde, matematik eğitiminde yapay zekâ konusuna ilişkin anahtar kelimelerin kullanım sıklığının yıllar içerisinde belirgin biçimde arttığı görülmektedir. Özellikle 2018 yılından sonra literatürde önemli bir yükseliş dikkat çekmektedir. En yüksek artışın “yapay zekâ” anahtar kavramında olduğu görülmektedir. Bu durum, yapay zekâ kavramının matematik eğitimi araştırmalarında önemli konuma geldiğini göstermektedir.

Grafikte yer alan “öğrenci”, “matematik”, “eğitim” ve “öğretme” gibi eğitim odaklı anahtar kavramların da son yıllarda yükseliş göstermesi, yapay zekâ çalışmalarının özellikle öğrenme ve öğretim süreçleri bağlamında ele alındığını ortaya koymaktadır.

Elde edilen bulgular, matematik eğitiminde yapay zekâ araştırmalarının son yıllarda hızla gelişen ve farklı temalar etrafında şekillenen dinamik bir araştırma alanı haline geldiğini ortaya koymaktadır.

Kaynakça

- Alanoğlu, M., & Karabatak, S. (2020). Eğitimde yapay zekâ. F. Güçlü Yılmaz ve M. Naillioğlu Kaymak (Eds.), *Eğitim Araştırmaları* (s.175-185).
- Alotaibi, N. S., & Alshehri, A. H. (2023). Prospects and Obstacles in Using Artificial Intelligence in Saudi Arabia Higher Education Institutions. *The Potential of AI-Based Learning Outcomes. Sustainability*, 15(13). <https://doi.org/10.3390/su151310723>
- Ever, D., & Demircioğlu, E. N. (2023). Yönetim muhasebesi açısından toplam kalite yönetimi 4.0 ve yalın altı sigma yaklaşımları. *Akademik Yaklaşımlar Dergisi*, 14(2), 782-805. <https://doi.org/10.54688/ayd.1364747>
- Haenlein, M., & Kaplan, A. (2019). A brief history of artificial intelligence: On the past, present, and future of artificial intelligence. *California Management Review*, 61(4), 5- 14. <https://doi.org/10.1177/0008125619864925>
- Holmes, W., Bidarra, J., & Simonsen, H. K. (2021). Artificial intelligence in higher education: a roadmap and future perspectives. *Forsøg med uddannelsesdigitalisering og hybride formater*, 121-138.
- Hossein Mohand, H., Hossein Mohand, H., Albanese, V., ve Gómez, M. D. C. O. (2025). AI in mathematics education: A bibliometric analysis of global trends and collaborations. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 21(2).
- Luckin, R., Holmes, W., Griffiths, M., & Forcier, L. B. (2016). Intelligence unleashed: An argument for AI in education. *Pearson Education*.
- Mohammed, P. S., & Watson, E. N. (2022). Towards inclusive education in the age of artificial intelligence: Perspectives, challenges, and opportunities. In J. Knox, Y. Wang, & M. Gallagher (Eds.), *Artificial intelligence and inclusive education: Perspectives on rethinking and reforming education* (219-230). https://doi.org/10.1007/978-981-13-8161-4_12
- Olanrewaju AG. (2025). Artificial intelligence in financial markets: Optimizing risk management, portfolio allocation, and algorithmic trading. *International Journal of Research Publication and Reviews*. 55–70.
- Popenici, S. A., Kerr, S. (2017). *Exploring The Impact Of Artificial Intelligence On Teaching And Learning In Higher Education. Research and Practice in Technology Enhanced Learning*, 12(22), 1-13.
- Srivastava AK, Dev A, Karmakar S. (2018). Nanosensors and nanobiosensors in food and agriculture. *Environ Chem Lett*. 16:161–182.
- Türk Dil Kurumu. (t.y.) Yapay zekâ. İçinde *Güncel Türkçe Sözlük*. Erişim: 10 Şubat 2025. <https://sozluk.gov.tr/>
- Van Vaerenbergh, S., & Pérez-Suay, A. (2022). A classification of artificial intelligence systems for mathematics education. In A. B. Aslan (Ed.), *Mathematics education in the age of artificial*.
- Zawacki-Richter, O., Marín, V. I., Bond, M., & Gouverneur, F. (2019). Systematic review of research on artificial intelligence applications in higher education—where are the educators? *International Journal*

of Educational Technology in Higher Education,16(1), 1-27. <https://doi.org/10.1186/s41239-019-0171-0>

7. Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Modelleme Süreçleri: Bir Uygulama Örneği

Aysun NAR, Mehmet AYDIN

Bu uygulama, 7. sınıf öğrencilerinin oran, orantı ve yüzdeler konularını içeren bir matematiksel modelleme etkinliği aracılığıyla modelleme süreçlerini incelemeyi amaçlamaktadır. Nitel araştırma yaklaşımına dayalı durum çalışması olarak tasarlanan çalışmada, Batman il merkezindeki bir ortaokulda öğrenim gören 12 öğrenci üç gruba ayrılarak etkinliği çözmüştür. “Okul Kantini Yöneticisi Olsaydın” başlıklı etkinlik, gerçek yaşam bağlamında fiyat belirleme durumunu içermekte ve öğrencilerin belirli kısıtlar altında matematiksel kararlar almalarını gerektirmektedir. Veri toplama sürecinde grup tartışmalarına ait ses ve video kayıtları ile öğrencilerin yazılı çözüm kâğıtları kullanılmıştır. Veriler, Blum ve Leiss’in modelleme döngüsünün aşamaları dikkate alınarak betimsel olarak analiz edilmiştir. Bulgular, öğrencilerin gerçek yaşam durumunu anlamaya, matematikselleştirmeye ve farklı çözüm stratejileri geliştirmeye yönelik süreçler deneyimlediklerini göstermiştir. Ayrıca etkinliğin öğrencilerin oran, orantı ve yüzde kavramlarını gerçek yaşam bağlamında kullanmalarını desteklediği ve problem çözme, akıl yürütme ve karar verme becerilerine katkı sağladığı görülmüştür.

Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli Kapsamında Hazırlanan 6.Sınıf Matematik Ders Kitabındaki Etkinlik ve Soruların Matematik Okuryazarlığı Değerlendirme Çerçevesine Göre İncelenmesi: Sayılar ve Nicelikler

Fatma CUMHUR, Ramazan TAŞDEMİR

Günümüz dünyasında değişen koşullar, bireylerin matematiksel bilgiye sahip olmasının yanı sıra bu bilgiyi günlük yaşamda kullanabilme becerisine de sahip olmasını gerekli kılmaktadır. Bu doğrultuda matematik okuryazarlığı, bireyin gerçek yaşam durumlarını matematiksel olarak ifade edebilmesi, yorumlayabilmesi ve çözümleyebilmesi olarak tanımlanmaktadır (OECD, 2019; Taşkın vd., 2018). Matematik okuryazarı bireyler, matematiğin günlük yaşamdaki rolünü anlayarak karşılaştıkları problemlere mantıklı ve tutarlı çözümler üretebilmekte ve karar verme süreçlerinde matematiksel muhakemeden yararlanabilmektedir (Canbazoglu ve Tarım, 2021).

Eğitim sistemlerinin başarısını değerlendirmek amacıyla uluslararası ölçekte çeşitli araştırmalar yürütülmektedir. Bu araştırmalardan biri olan Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı (PISA), Ekonomik İşbirliği ve Kalkınma Örgütü (OECD) tarafından yürütülmekte ve öğrencilerin matematik, fen ve okuma alanlarındaki okuryazarlık becerilerini ölçmeyi amaçlamaktadır (OECD, 2019; Tarım & Köksal, 2024). On beş yaş grubundaki öğrencilere uygulanan PISA değerlendirmeleri, ülkelerin eğitim sistemlerini karşılaştırmalı olarak inceleme imkânı sunmaktadır. PISA sonuçları incelendiğinde Türkiye'nin matematik okuryazarlığı alanındaki performansının istenilen düzeyde olmadığı görülmektedir (Kabael ve Baran, 2019). Bu durum, matematik öğretiminde öğrencilerin matematiksel bilgiyi gerçek yaşamla ilişkilendirebilecekleri öğrenme ortamlarının oluşturulmasının önemini ortaya koymaktadır (Erdoğan, 2023).

Matematik öğretiminde önemli öğrenme araçlarından biri ders kitaplarıdır. Ders kitapları, öğrencilerin konuları tekrar etmelerine, öğrenmelerini pekiştirmelerine ve öğretim sürecinin desteklenmesine katkı sağlayan temel materyaller arasında yer almaktadır (Bingölbalı ve Özşiner, 2022). Araştırmalar, ders kitaplarında yer alan etkinlik ya da soruların niteliğinin öğrencilerin üst düzey düşünme becerilerinin gelişiminde önemli bir rol oynadığını göstermektedir (Hadar, 2017). Ayrıca ders kitaplarının incelenmesine yönelik çalışmalar, ülkelerin matematik eğitimindeki önceliklerini ve öğretim yaklaşımlarını anlamada önemli bir kaynak oluşturmaktadır (Li, 2000). Bu doğrultuda, matematik ders kitaplarında yer alan etkinlik ve soruların matematik okuryazarlığı açısından incelenmesi önem taşımaktadır.

Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli, öğrencilerin bilgiye ulaşma, bilgiyi yorumlama ve günlük yaşamda kullanabilme becerilerini geliştirmeyi amaçlayan bir eğitim yaklaşımıdır. Bu bağlamda matematik okuryazarlığı, bireylerin matematiği farklı bağlamlarda kullanabilme, yorumlayabilme ve problem çözme süreçlerinde etkin biçimde yararlanabilme becerilerini ifade etmektedir. Bu çalışmada, Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli kapsamında hazırlanan 6. sınıf matematik ders kitabındaki “Sayılar ve Nicelikler” teması altındaki etkinliklerin, matematik okuryazarlığı değerlendirme çerçevesine göre incelenmesi amaçlanmıştır. Çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden biri olan doküman analizi kullanılmıştır. Buna göre ilgili temadaki 74 etkinlik ve soru, matematiksel okuryazarlığın üç temel bileşeni olan konu alanı, bağlamsal yapı ve matematiksel süreç açısından analiz edilmiştir. Matematiksel okuryazarlık bileşenlerine göre yapılan incelemeler, kitapta yer alan etkinlik ve soruların öğrencilerin zihinsel gelişimini destekleyecek ve konuyu daha anlamlı kavramalarına olanak sağlayacak nitelikte olduğunu ortaya koymaktadır. Sonuç olarak, incelenen ders kitabındaki etkinlik ve soruların öğrencilerin öğrenmelerini destekleyici ve matematik okuryazarlık becerilerini geliştirici rolde olduğu tespit edilmiştir.

Anahtar kelimeler: Türkiye yüzyılı maarif modeli, ders kitabı, matematik okuryazarlığı, sayılar ve nicelikler, etkinlik, soru

Kaynaklar

- Bingölbali, E., & Öz diner, M. (2022). İlkokul ve ortaokul matematik ders kitabı etkinliklerinin gerçek hayatla ilişkilendirme açısından incelenmesi. *Afyon Kocatepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 24(1), 45-65.
- Canbaz oğlu, H. B., & Tarım, K. (2021). Sınıf Öğretmeni Adaylarının Matematik Okuryazarlığı Problemi Kurma Becerileri ve Matematik Etkinliği Geliştirme Süreçleri. *Milli Eğitim Dergisi*, 50(231), 147-172.
- Erdoğan, E. (2023). *Ortaokul matematik ders kitaplarındaki veri işleme öğrenme alanının matematik okuryazarlığı bağlamında incelenmesi* (Master's thesis, Bursa Uludag University (Turkey)).
- Hadar, L. L. (2017). Opportunities to learn: Mathematics textbooks and students' achievements. *Studies in Educational Evaluation*, 55, 153-166.
- Kabael, T. ve Baran, A.A. (2019). Ortaokul matematik öğretmeni adaylarının matematik okuryazarlığı performanslarınınve matematik okuryazarlığına ilişkin görüşlerinin incelenmesi. *Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Türk Dünyası Uygulama ve Araştırma Merkezi Eğitim Dergisi*, 4(2), 51-67.
- Li, Y. (2000). A comparison of problems that follow selected content presentations in American and Chinese mathematics textbooks. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(2), 234-241.
- Organisation for Economic Co-operation and Development - OECD (2019). Perspectives on global development 2019.Paris: OECD Publishing.
- Tarım, K., & Köksal, E. (2024). Matematik LGS Çalışma Kitabının PISA Matematik Okuryazarlığı Bağlamında İncelenmesi. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, (45), 23-39.
- Taşkın, E., Ezentaş, R., & Altun, M. (2018). Altıncı sınıf öğrencilerine verilen matematik okuryazarlığı eğitiminin öğrencilerin matematik okuryazarlığı başarısına etkisi. *Kastamonu Education Journal*, 26(6), 2069-2079

Bilgisayar Destekli Matematik Öğretiminde Sınıf İçi Bir Uygulama: Teknolojik Eylemden Matematiksel Muhakemeye

Neslihan UZUN

Dinamik geometri yazılımlarının (DGY), keşif, varsayım geliştirme, doğrulama ve açıklama gibi matematiksel etkinlikler için önemli fırsatlar sunduğu güçlü biçimde ortaya konmuştur (Arzarello vd., 2002). Bu potansiyele rağmen, bilgisayar destekli matematik öğretimi derslerinde, ağırlıklı olarak DGY'nin nasıl kullanılacağı ve belirli yapıların nasıl inşa edileceğini öğretmeye odaklanılmaktadır. Bu süreçte öğretmen adayları yazılımı teknik bir eylem alanı olarak deneyimlemekte; ancak bu ortamı matematiksel ilişkileri keşfetme, varsayım oluşturma ve gerekçelendirme aracı olarak kullanma konusunda yeterli deneyim kazanamamaktadır. Bu yaklaşım öğretmen adaylarının kendi öğretim materyallerini hazırlayabilmeleri açısından gerekli olmakla birlikte, DGY'nin sunduğu potansiyelin sınıf içi uygulamalara etkili biçimde yansıtılamamasına yol açmaktadır. Bu bağlamda öğretmen adaylarının ileride kendi sınıflarında bu teknolojileri etkili bir öğrenme aracına dönüştürebilmeleri için matematiksel düşünmeyi derinleştiren bir öğrenme ortamı olarak içselleştirmeleri gerekmektedir. Bu boşluktan hareketle söz konusu süreç öncelikle ödevler aracılığıyla desteklenmiş; öğretmen adaylarından keşif, yorumlama ve gerekçelendirme süreçlerini içeren çalışmalar yapmaları istenmiş ve bu çalışmalara bireysel dönütler verilmiştir. Ancak bu deneyimin kalıcı ve paylaşımlı bir öğrenmeye dönüşebilmesi için sınıf içi etkileşimli uygulamalarla desteklenmesi gerektiği görülmüştür. Bu çerçevede, bu çalışmanın amacı; DGY ortamının matematiksel keşfe nasıl hizmet ettiğini, geometrik ilişkilere dair varsayımlara nasıl ulaşıldığını ve bu varsayımların nasıl gerekçelendirildiğini deneyimlemeye yönelik sınıf içi etkinliklerin tasarımını ve uygulamasını ortaya koymaktır.

Uygulama, bilgisayar destekli matematik öğretimi dersini alan ilköğretim matematik öğretmenliği lisans programı 2., 3. ve 4. sınıf öğretmen adayları ile gerçekleştirilecektir. Çalışmaya toplam 15 öğretmen adayı katılmıştır. Öğretmen adayları, uygulama öncesinde ders kapsamında ilk 7 hafta boyunca dinamik geometri yazılımlarının temel kullanımına yönelik bir eğitim almışlardır. Bu süreçte katılımcılar, yazılımın araçlarını kullanma ve çeşitli geometrik yapıları inşa etme konusunda deneyim kazanmış; ancak bu yapılar üzerinden matematiksel ilişkileri keşfetme, varsayım geliştirme ve gerekçelendirme süreçlerine sınırlı düzeyde dahil olmuşlardır. Çalışma kapsamında üç farklı sınıf içi uygulama gerçekleştirilecektir. Etkinlikler, Leung (2011) tarafından önerilen PM-CDM-SDM aşamaları ile Fahlgren ve Brunström (2014) tarafından tanımlanan görev dizisi (Task A-E) çerçevesinde tasarlanmış ve birbirini tamamlayacak şekilde sıralanmıştır. Bu yapı sayesinde öğretmen adaylarının yapıyı inşa etmeleri ile başlayan süreç, görsel ve sezgisel keşif, matematiksel ilişkileri fark etme, varsayım oluşturma ve gerekçelendirme ile devam etmekte, ulaşıtları genellemeleri ileriye taşımalarını sağlayan yönergelerle döngüsel olarak ilerleyen öğrenme sürecini deneyimlemeleri hedeflenmektedir. Uygulama süreci devam etmekte olup, etkinliklerin kuramsal temelleri ve uygulama süreçleri ayrıntılı biçimde sunulacak; öğretmen adaylarının yansıtıcı değerlendirmeleri ve süreç boyunca elde edilen gözlem verileri doğrultusunda, DGY'nin bir öğrenme aracına dönüşüm sürecine ilişkin bulgular ortaya konulacaktır.

Anahtar Kelimeler: Dinamik geometri yazılımları, Matematiksel Muhakeme İnşa, Keşif, Gerekçelendirme, Genelleme, Öğretmen adayları

Kaynaklar

- Arzarello, F., Olivero, F., Paola, D., & Robutti, O. (2002). A cognitive analysis of dragging practises in cabri environments. *ZDM the International Journal on Mathematics Education*, 34(3), 66–72.
- Leung, A. (2011). An epistemic model of task design in dynamic geometry environment. *ZDM the International Journal on Mathematics Education*, 43(3), 325–336.

Fahlgren, M., & Brunström, M. (2014). A model for task design with focus on exploration, explanation, and generalization in a dynamic geometry environment. *Technology, Knowledge and Learning*, 19(3), 287–315. <https://doi.org/10.1007/s10758-014-9213-9>

İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Matematiksel Modellemeye Yönelik Tutumlarının İncelenmesi

Demet DENİZ YILMAZ

Uygulamanın Amacı ve Gerekçesi

Matematiksel modelleme, gerçek yaşam durumlarının matematiksel olarak çözümlenmesini ve yorumlanmasını içeren bir süreçtir. Matematiksel modelleme etkinliklerinin öğretim süreçlerinde etkili bir şekilde kullanılabilmesi için öğretmen adaylarının bu yaklaşıma yönelik farkındalıklarının ve tutumlarının geliştirilmesi önemlidir. Öğretmen adaylarının matematiksel modellemeye yönelik tutumlarının incelenmesi, gelecekte yetiştirecekleri öğrencilerin eleştirel düşünme ve problem çözme becerilerinin desteklenmesi açısından da önemli görülmektedir (Demir vd., 2023). Dolayısıyla bu çalışmanın amacı, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modellemeye yönelik tutumlarını incelemektir. Bu kapsamda öğretmen adaylarının modelleme yaklaşımına ilişkin tutumları bir öğretim süreci öncesinde ve sonrasında ölçülerek değişim incelenmiştir. Bununla birlikte, tutumun yalnızca nicel düzeyde ölçülmesi ile sınırlı kalınmamış; öğretmen adaylarının matematiksel modelleme sürecine ilişkin deneyimlerinin daha derinlemesine anlaşılabilmesi amacıyla, tutumun süreç içindeki yansımaları da ele alınmıştır. Bu doğrultuda öğretmen adaylarının modelleme sürecinin farklı aşamalarında ortaya koydukları düşünceler ve duygular incelenerek, matematiksel modellemeye yönelik tutumlarının süreç içerisinde nasıl şekillendiği ortaya konulmaya çalışılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Matematiksel modelleme, matematiksel modelleme tutumu, matematik öğretmeni adayları, modelleme etkinlikleri, matematik öğretimi.

Hedef Kitle ve Özellikleri

Araştırmanın hedef kitlesini bir devlet üniversitesinde öğrenim gören ilköğretim matematik öğretmenliği programı 4. sınıf öğrencileri oluşturmaktadır. Çalışmaya toplam 34 öğretmen adayı katılmıştır. Katılımcılar matematik öğretmenliği programının son sınıfında yer alan ve daha önce matematiksel modellemeyle ilgili ön bilgileri olmayan öğretmen adaylarından oluşmaktadır. Bu düzeydeki öğretmen adaylarının pedagojik alan bilgileri ve öğretim yaklaşımlarına ilişkin farkındalıklarının gelişim sürecinde olduğu düşünülebilir. Bu nedenle öğretmen adaylarının bu aşamada matematiksel modelleme yaklaşımını deneyimlemeleri, gelecekteki öğretim uygulamalarına katkı sağlayabilecek önemli bir öğrenme deneyimi sunmaktadır.

Uygulama Süresi ve Araç-Gereçler

Bu çalışma, nicel ağırlıklı gömülü (embedded) karma bir yaklaşım sergilemektedir. Uygulama, ilköğretim matematik öğretmenliği programında yer alan Matematik Öğretiminde Modelleme dersi kapsamında 2024-2025 yılı bahar döneminde gerçekleştirilmiştir. Ders sürecinde öğretmen adayları matematiksel modelleme etkinlikleriyle tanıştırılmış ve çeşitli modelleme problemleri üzerinde çalışmaları sağlanmıştır. Uygulama sürecinde veri toplama aracı olarak Asempapa (2019) tarafından geliştirilen ve Demir vd. (2023) tarafından Türkçe'ye uyarlanan Matematiksel Modelleme Tutum Ölçeği kullanılmıştır. Ölçek toplam 28 maddeden oluşmakta ve yapılandırmacılık, anlayış, gerçek yaşam ve motivasyon olmak üzere dört boyutu içermektedir. Ölçekteki maddeler, katılımcıların görüşlerini belirlemek amacıyla “Kesinlikle Katılmıyorum”dan “Kesinlikle Katılıyorum”a uzanan 6’lı Likert tipi derecelendirme ile puanlanmaktadır. Bununla birlikte, öğretmen adaylarının matematiksel modelleme sürecine ilişkin tutumlarının süreç içerisindeki yansımalarıyla birlikte incelenebilmesi amacıyla ek bir veri toplama süreci yürütülmüştür. Seçilen beş öğretmen adayından, verilen bir modelleme problemini modelleme sürecinin adımlarına uygun biçimde çözmeleri ve her bir aşamada matematiksel modellemeye yönelik düşünce ve hislerini yazılı olarak ifade etmeleri istenmiştir. Elde edilen bu veriler, öğretmen adaylarının matematiksel modellemeye yönelik tutumlarının süreç içindeki yansımalarını ortaya koymak amacıyla nitel veri olarak kullanılmıştır.

Uygulama Adımları

Uygulama süreci üç aşamada gerçekleştirilmiştir. İlk aşamada araştırmaya katılan öğretmen adaylarının matematiksel modellemeye yönelik tutumlarını belirlemek amacıyla Matematiksel Modelleme Tutum Ölçeği ön test olarak uygulanmış ve katılımcıların uygulama öncesi tutum düzeyleri belirlenmiştir. İkinci aşamada öğretmen adayları, ilköğretim matematik öğretmenliği programında yer alan Matematik Öğretiminde Modelleme dersi kapsamında matematiksel modelleme etkinlikleri ile tanıştırılmıştır. Bu süreçte öğretmen adayları farklı modelleme problemleri üzerinde bireysel ve grup çalışmaları yaparak modelleme sürecinin aşamalarını deneyimlemiş; gerçek yaşam problemlerini çözerken modellemenin bilişsel süreçleri uygulamalı olarak gösterilmiştir. Ayrıca farklı modelleme türleri ve yaklaşımları tanıtılmış, model oluşturma etkinliklerinin temel prensipleri ele alınmıştır. Bunun yanı sıra öğretmen adayları bu prensiplere uygun modelleme etkinlikleri tasarlamış, etkinlikleri staj yaptıkları okullarda uygulamış ve uygulama sonuçlarını analiz etmiştir. Bu süreç içerisinde, öğretmen adaylarının matematiksel modelleme sürecine ilişkin tutumlarının yansımalarını tespit etmek amacıyla seçilen beş öğretmen adayından alanyazından uyarlanan bir matematiksel modelleme etkinliğini modelleme sürecinin adımlarına uygun biçimde çözmeleri ve her bir aşamada matematiksel modellemeye yönelik duyuşsal yönelimlerini yazılı olarak ifade etmeleri istenmiştir. Son aşamada ise dersin tamamlanmasının ardından, 14. haftada aynı tutum ölçeği son test olarak yeniden uygulanarak öğretmen adaylarının matematiksel modellemeye yönelik tutumlarının uygulama öncesi ve sonrası durumlarını karşılaştırmaya yönelik veriler elde edilmiştir.

Uygulamanın Değerlendirilmesi

Elde edilen nicel veriler SPSS 22 programı ile analiz edilmiş ve verilerin normal dağılmadığı tespit edilerek Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi uygulanmıştır ve $p_{tutum}=0.241>0.05$ olarak bulup matematik öğretmeni adaylarının modelleme tutum puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık görülmemiştir. Ölçeğin alt boyutları teker teker ele alındığında ise yine normal dağılımın olmadığı için Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi ile incelenmiş ve alt boyutlarından yalnızca anlayış boyutunda ön test ve son test puanları arasında anlamlı bir fark bulunmuştur ($p_{anlayış} = 0.002 < 0.05$). Buna karşın gerçek yaşam, motivasyon ve yapılandırmacılık alt boyutlarında ön test ve son test puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık tespit edilmemiştir ($p_{gerçek\ yaşam} = 0.110$; $p_{yapilandirmacilik} = 0.735$ ve $p_{motivasyon} = 0.401$) > 0.05). Bununla birlikte, öğretmen adaylarının matematiksel modelleme sürecine ilişkin tutumlarının süreç içindeki yansımalarını incelemek amacıyla elde edilen yazılı veriler içerik analizi yöntemiyle incelenmiştir. Bu kapsamda katılımcıların modelleme sürecinin her bir aşamasına ilişkin ifade ettikleri düşünceler ve duygular incelenmiş, benzer ifadeler bir araya getirilerek temalar oluşturulmuştur. Elde edilen temalar doğrultusunda öğretmen adaylarının matematiksel modellemeye yönelik tutumlarının süreç içerisindeki yansımaları ortaya konulmuştur. Bulgular incelendiğinde, olumsuz yönelimlerin özellikle model oluşturma ve doğrulama aşamalarında daha belirgin hale geldiği; olumlu yönelimlerin ise problemi anlama ve çözme aşamalarında daha fazla ortaya çıktığı görülmektedir. Bu durum, modelleme sürecinde katılımcıların kendilerine olan güvenlerinin özellikle sürecin belirsiz ve karmaşık hale geldiği aşamalarda azaldığını, çözüm üretmeye daha yaklaştıkları aşamalarda ise arttığını göstermektedir. Öğretmen adaylarının modelleme sürecinde yaşadıkları yetersizlik ve kaygı duygularını azaltmaya yönelik destekleyici öğrenme ortamları oluşturulmalıdır.

Kullanılan Kaynaklar

- Asempapa, R.S. (2019). Development and initial psychometric properties of the mathematical modeling attitude scale. *School Science and Mathematics*, 119, 14-23. <https://doi.org/10.1111/ssm.12311>
- Demir, B., Sert Çelik, H., Arı, A. A., & Kaleli Yılmaz, G. (2023). Matematiksel modelleme tutum ölçeğinin (MMTÖ) Türkçe uyarlaması. *EKEV Akademi Dergisi*, 94, 52-65.

Aynı Ama Farklı Matematik Rutini ile Öğrenci Akıl Yürütmelerini ve Kesirlerde Kavram Yanılgıları Üzerine Bir İnceleme

Yavuz ERDEM, Yılmaz MUTLU

Kesirler, matematik eğitiminin en dirençli kavram yanılgılarını barındıran alanlarından biridir. Uluslararası araştırmalar, öğrencilerin kesir aritmetiğinde işlemsel prosedürleri doğru uygulayabilseler bile kavramsal düzeyde derin boşluklar taşıdığını tutarlı biçimde ortaya koymaktadır (Siegler ve Lortie-Forgues, 2015). Siegler ve Lortie-Forgues'un etkilerin yönü

(direction of effects) görevini kullanan araştırmalarında, ortaokul öğrencilerinin 1'den küçük iki kesrin çarpımının yönünü yalnızca %31 doğrulukla tahmin edebildiği raporlanmıştır. Bu bulgu, işlemsel başarının ardında gizlenen kavramsal boşlukların ancak düşünmeyi görünür kılan araçlarla ortaya çıkarılabileceğine işaret etmektedir.

Özellikle tam sayılı kesir gösterimi ile bir tam sayının bir kesirle çarpımını ifade eden yapı arasındaki ayırım, matematiksel gösterim biçiminden kaynaklanan önemli kavram yanılgılarına yol açmaktadır. Cebirsel bağlamda iki ifadenin yan yana yazılması genellikle çarpma anlamına gelirken, tam sayılı kesirlerde bu durum farklı bir anlam taşımaktadır. Tam sayılı kesirler, bir tam sayı ile bir kesrin toplamını ifade ederken, benzer biçimde yazılan çarpma ifadeleri ise tamamen farklı bir işlemi temsil etmekte ve farklı sonuçlar vermektedir. Bu gösterimsel farklılık, öğrencilerin bu iki yapıyı aynı şekilde yorumlamalarına neden olabilmektedir. Söz konusu durum, tam sayı yanlışlığı olarak bilinen eğilim ve çarpma işleminin her zaman büyütme etkisi oluşturduğu yönündeki yaygın kavram yanılgısı (Ni & Zhou, 2005) ile birleştiğinde, öğrencilerin kavramsal anlama süreçlerini önemli ölçüde olumsuz etkilemektedir (Lortie-Forgues vd., 2015).

Biçimlendirici değerlendirme kuramı (Black & Wiliam, 1998), öğrenci düşünmesine ilişkin kanıtların sistematik olarak toplanmasının ve bu kanıtların öğretim kararlarına dönüştürülmesinin öğrenme standartlarını yükseltmede en güçlü kanıt tabanına sahip yaklaşım

olduğunu ortaya koymuştur. Ancak biçimlendirici değerlendirmenin sınıf içi uygulamaya hangi araçlar aracılığıyla dönüştürüleceği sorusu hâlâ araştırmaya açıktır. Aynı Ama Farklı Matematik (AAFM) rutini (Looney, 2022), öğrencilere iki matematiksel temsil sunarak bunların benzerlik ve farklılıklarını tartışmalarını isteyen, karşılaştırma temelli bir öğretim yapısıdır. Rittle-Johnson ve Star'ın (2009, 2020) araştırmaları, karşılaştırmanın kavramsal bilgi ve işlemsel esneklik üzerinde olumlu etkilere sahip olduğunu göstermiş olsa da, bu tür rutinlerin tanılayıcı bir araç olarak sistematik biçimde incelenmesi alan yazında kritik bir boşluk oluşturmaktadır.

Bu uygulamanın amacı, AAFM rutininin 6. sınıf öğrencilerinin kesirlerle ilgili matematiksel düşüncelerini ve kavram yanılgılarını görünür kılmadaki tanılayıcı rolünü incelemektir. Spesifik olarak uygulama; (a) tam sayılı kesirler ile çarpma ifadeleri arasındaki kavram yanılgısı örüntülerini ortaya koymayı, (b) rutinin altı adımlı protokolünün her aşamasında öğrencilerin akıl yürütme süreçlerini ve matematiksel dil kullanımlarını analiz etmeyi ve (c) "Kendin Oluştur" aşamasının kavramsal anlama düzeyini yansıtmadaki tanılayıcı değerini değerlendirmeyi hedeflemektedir.

Hedef Kitle ve Özellikleri

Uygulamanın hedef kitesini, bir devlet ortaokulunda öğrenim gören iki farklı 6. sınıf şubesindeki toplam 75 öğrenci oluşturmaktadır. Katılımcılar 11-12 yaş aralığındadır ve amaçlı örnekleme yöntemiyle belirlenmiştir. Bu yaş grubunun seçilme gerekçesi, kesirler konusunun matematik müfredatında bu düzeyde yoğun biçimde işleniyor olması ve öğrencilerin tam sayılı kesirler ile kesir çarpması kavramlarıyla aktif olarak çalışıyor olmalarıdır. Alan yazın, bu düzeydeki öğrencilerin kesir aritmetiğinde işlemsel başarı ile kavramsal anlama arasında belirgin bir uçurum sergilediğini göstermektedir (Siegler & Lortie-Forgues, 2015; Siegler & Pyke, 2013).

Uygulama Süresi, Araç ve Gereçler

Uygulama, her sınıf şubesinde bir ders saati (40 dakika) süresince gerçekleştirilmiştir. Uygulama sürecinde kullanılan araç ve gereçler şunlardır:

- Karşılaştırma çifti görselleri: $3 \frac{1}{2}$ (tam sayılı kesir) ve $3 \times \frac{1}{2}$ (çarpma ifadesi) ifadelerinin iki ayrı daire içinde yan yana sunulduğu yapılandırılmış etkinlik kağıtları
- "Aynı Ama Farklı" etkinlik kağıdı: "Aynıdır çünkü..." ve "Farklıdır çünkü..." başlıklı beşer maddelik açıklama alanları ile özet cümleleri bölümü içeren yapılandırılmış formlar
- "Kendin Oluştur" etkinlik kağıdı: Öğrencilerin kendi görsellerini oluşturacakları boş alanlar ile benzerlik-farklılık açıklama alanları ve özet cümleleri bölümünü içeren formlar
- Değerlendirme rubriği: Benzerlik bulma, farklılık bulma, matematiksel dil kullanımı ve uygun örnek oluşturma boyutlarını kapsayan dört boyutlu analitik rubrik

Uygulama Adımları

Uygulama, Looney'nin (2022) "Aynı Ama Farklı Matematik" rutininin altı adımlı protokolüne uygun olarak yapılandırılmıştır. Bu protokol, tek bir doğru cevaba odaklanmak yerine öğrenci temsilini ve olumlu bir matematik kimliğini en üst düzeye çıkarmayı amaçlayan bilinçli pedagojik hamlelerden oluşmaktadır. Her bir adım, eşitlikçi bir sınıf ortamını teşvik etmek üzere tasarlanmıştır.

Adım 1 ve 2: Görsele Bakma ve Sessiz Düşünme

Öğrencilere, birinci görselde $3 \frac{1}{2}$ (tam sayılı kesir) ve ikinci görselde $3 \times \frac{1}{2}$ (çarpma ifadesi) olmak üzere iki matematiksel temsilin yer aldığı etkinlik kağıtları dağıtılmıştır. Öğrencilerden, konuşmadan veya bir cevap yazmadan önce görselleri dikkatli biçimde incelemeleri istenmiştir. Ardından bir dakikalık kesintisiz sessiz düşünme süresi verilmiştir. Bu adımlar, hızlı ve doğru cevap verme baskısını ortadan kaldırarak her öğrenciye düşünceli bir yanıt hazırlaması için gereken zamanı tanıyan, stressiz bir matematiğe davet aşamasıdır (Looney, 2022).

Adım 3: Dön ve Konuş

Öğrenciler, 2-3 kişilik küçük gruplar halinde gözlemlerini paylaşmışlardır. "Aynıdır çünkü..." ve "Farklıdır çünkü..." cümle kalıpları, tüm öğrenciler için bir giriş noktası oluşturarak dilsel güçlükleri olan öğrencilerin de tartışmaya katılmasını desteklemiştir. Geleneksel sınıflarda öğretmenin bir soru sorup tek bir öğrenciden cevap alması katılımı kısıtlarken, bu adım her öğrenciye fikirlerini ifade etme ve dinleme fırsatı vererek tam katılımı sağlamıştır. Grup tartışmasının ardından her öğrenci, bireysel olarak etkinlik kağıtlarına beşer madde halinde benzerlik ve farklılık açıklamalarını yazılı olarak kaydetmiştir.

Adım 4: Fikirleri Sınıfla Paylaşma

Öğretmen, sınıf içindeki uzman algısını ve başarı farklarını pekiştirebilen el kaldırma yönteminden bilinçli olarak kaçınmıştır. Bunun yerine, grup tartışmaları sırasında sınıfı gezerek dinlediği fikirler arasından stratejik seçimler yaparak hem doğru hem de yanlış perspektiflerin duyulmasını sağlamıştır. Bu yaklaşım, eşitlikçi bir öğrenenler topluluğu inşa etmeyi ve kavram yanılgılarının tüm sınıf düzeyinde görünür kılınmasını amaçlamaktadır. Öğretmen bu aşamada kolaylaştırıcı rolünü sürdürmüş, doğrudan düzeltme yapmak yerine öğrencilerin birbirlerinin fikirlerini sorgulamalarına fırsat tanımıştır.

Adım 5: Özetleme

Öğretmen, tartışma sürecinde ortaya çıkan gözlemleri ve kavramsal bağlantıları, öğrencilerin kendi kelimelerini kullanarak sentezlemiştir. Bu adımda bilginin bir otorite tarafından dayatılması yerine sınıf tarafından kolektif olarak inşa edildiği mesajı verilmiş, öğrenci fikirleri doğrulanmış ve somutlaştırılmıştır. $3 \frac{1}{2}$ ifadesinin "3 ile $\frac{1}{2}$ 'nin toplamı" anlamına geldiği, $3 \times \frac{1}{2}$ ifadesinin ise "3'ün yarısı" anlamına geldiği ve bu iki ifadenin farklı matematiksel işlemleri temsil ettiği öğrenci ifadeleri üzerinden vurgulanmıştır. Öğrenciler, bu aşamada etkinlik kağıtlarındaki "Özet Cümleleri" bölümünü doldurmuşlardır.

Adım 6: Kendi Örneğini Oluşturma — "Kendin Oluştur"

Rutinin son adımında öğrencilere "Kendin Oluştur" etkinlik kağıtları dağıtılmıştır. Bu aşamada öğrencilerden, birinci aşamadaki karşılaştırma mantığına benzer biçimde kendi "aynı ama farklı" matematiksel çiftlerini bireysel olarak oluşturmaları istenmiştir. Öğrenciler, etkinlik kağıdının boş görsel alanlarına kendi ifadelerini yerleştirmiş, ardından beşer madde halinde benzerlik ve farklılık gerekçeleri

yazmış ve özet cümlelerini oluşturmuşlardır. Bu adım, öğrencilerin matematik üzerinde otorite sahibi olmalarını sağlayarak, kendilerini yalnızca kuralları takip eden kişiler değil, aktif anlamlandırıcılar olarak görmelerine yardımcı olmuştur (Looney, 2022). Watson ve Mason'ın (2005) öğrenci tarafından üretilen örnekler araştırma geleneğiyle uyumlu olarak, bu aşama öğrencilerin kavramsal anlama derinliğini ortaya koyan üst düzey bir bilişsel görev ve güçlü bir tanılayıcı veri kaynağı olarak işlev görmüştür.

Uygulamanın Değerlendirilmesi

Uygulama, nitel ağırlıklı durum çalışması deseninde yürütülmüş olup elde edilen veriler hem nitel hem de nicel yöntemlerle değerlendirilmiştir.

Veri Toplama Araçları ve Analiz Yöntemi

Veri toplama sürecinde üç temel kaynak kullanılmıştır: (a) "Aynı Ama Farklı" etkinlik kağıtlarındaki yazılı açıklamalar ve özet cümleleri, (b) "Kendin Oluştur" etkinlik kağıtlarındaki öğrenci tarafından üretilen matematiksel çiftler ve açıklamalar ve (c) dört boyutlu değerlendirme rubriği puanları. Rubrik puanları betimsel istatistiklerle (ortalama, standart sapma) analiz edilmiş; öğrenci yazılı açıklamaları tematik analiz (Braun ve Clarke, 2006) yöntemiyle çözümlenmiştir. Kavram yanlışlığı kategorileri tümevarımsal kodlamayla belirlenmiştir.

Bulgular

Benzerlik bulma boyutunda öğrenciler görece başarılı performans sergilemişlerdir. Öğrencilerin büyük çoğunluğu, her iki ifadede de aynı sayısal öğelerin (3, 1, 2) bulunduğunu ve her ikisinin de kesirlerle ilişkili olduğunu doğru biçimde ifade edebilmiştir. Ancak bu bulgu, öğrencilerin yüzeysel benzerliklere dayalı gözlemlerle sınırlı kaldığına da işaret etmektedir.

Farklılık bulma boyutunda belirgin güçlükler gözlenmiştir. Öğrencilerin önemli bir bölümü, farklılıkları matematiksel temelde gerekçelendirmede zorlanmış ve yüzeysel açıklamalarla yetinmiştir. Öğrenci ifadelerinin tematik analizi, üç temel kavram yanlışlığı kategorisini ortaya koymuştur: (a) notasyonel karışıklık — tam sayılı kesir gösteriminin çarpma işlemi olarak yorumlanması; öğrencilerin $3 \frac{1}{2}$ ve $3 \times \frac{1}{2}$ ifadelerinin "aynı şeyi farklı biçimde gösterdiğini" düşünmesi, (b) tam sayı yanlışlığı — kesir bileşenlerinin bağımsız tam sayılar olarak işlenmesi; öğrencilerin pay ve paydayı ayrı ayrı değerlendirmesi ve (c) "çarpma büyütür" yanlışlığı — kesirle çarpma işleminin sonucunun başlangıç değerinden büyük olacağı varsayımı; tam sayı aritmetiğinden yapılan hatalı genelleme. Bu bulgular, Siegler ve Lortie-Forgues'un (2015) kesir kavramsal bilgisindeki işlemsel-kavramsal uçurum tezini destekler niteliktedir.

Matematiksel dil kullanımı boyutunda sınırlılıklar dikkat çekmiştir. Öğrencilerin çoğunluğu, "toplama", "çarpma", "bileşik kesir", "tam sayılı kesir" gibi matematiksel terimleri tutarlı biçimde kullanamamış ve günlük dil ile matematiksel dil arasında geçiş yapmakta zorlanmıştır. Bu bulgu, rutinin Vygotsky'nin düşünce-dil ilişkisi kuramıyla uyumlu olarak, matematiksel düşünmenin dile dönüştürülmesini zorunlu kılmasının hem öğretim hem de tanılama açısından değerli bir işlev olduğunu göstermektedir.

"Kendin Oluştur" aşamasında dikkat çekici bulgular elde edilmiştir. Öğrenciler bu aşamada yüksek düzeyde katılım ve performans sergilemişlerdir. Bu bulgu, rutinin altıncı adımının öğrencilere matematik üzerinde mülkiyet duygusu kazandırması ve onları aktif

anlamlandırıcılar olarak konumlandırmasıyla açıklanabilir. Üretilen örneklerin nitel analizi, bu aşamanın alıcı anlama ile üretken anlama arasındaki farkı görünür kılmada benzersiz bir tanılayıcı değer taşıdığını ortaya koymuştur: birinci aşamada doğru açıklamalar üreten bazı öğrenciler, "Kendin Oluştur" aşamasında matematiksel olarak geçersiz veya yüzeysel çiftler üreterek kavramsal boşluklarını somut biçimde sergilemişlerdir. Bu bulgu, Watson ve Mason'ın (2005) öğrenci tarafından üretilen örneklerin kavramsal anlama düzeyinin güçlü bir göstergesi olduğu tezini doğrulamaktadır.

Sonuç ve Değerlendirme

Elde edilen bulgular, "Aynı Ama Farklı Matematik" rutininin altı adımlı protokolünün öğrencilerin akıl yürütmelerini ve kesirlerle ilgili kavram yanlışlıklarını görür kılmada etkili bir araç olduğunu göstermektedir. Rutinin ilk iki adımı (görsel bakma ve sessiz düşünme) stressiz bir katılım ortamı

yaratırken; üçüncü adım akran etkileşimi yoluyla kavram yanlışlarının yüzeye çıkmasını desteklemiştir. Dördüncü adımda öğretmenin stratejik seçimi, hem doğru hem de yanlış düşünme biçimlerinin tartışılmasına olanak tanımıştır. Beşinci adım kavramsal bağlantıların kolektif olarak inşa edilmesini sağlarken; altıncı tanılayıcı açıdan en zengin veri kaynağını oluşturmuştur.

Rutin, öğretim akışının doğal bir parçası olarak uygulanabilir nitelikte olup öğretmene gerçek zamanlı tanılayıcı bilgi sağlamaktadır. Rubrik temelli değerlendirme, öğrenci performansının sistematik olarak izlenmesine ve kavram yanlışları profillerinin oluşturulmasına olanak tanımıştır. Bu sonuçlar, rutinin bir öğretim aracı olmanın ötesinde, biçimlendirici değerlendirme kuramıyla (Black ve Wiliam, 1998) uyumlu olarak öğretime gömülü bir tanılayıcı şeklinde konumlandırılabilmesine işaret etmektedir. Uygulamanın farklı matematiksel konulara ve sınıf düzeylerine genişletilmesi, boylamsal izleme çalışmalarıyla desteklenmesi ve öğretmen tanılayıcı yetkinliği boyutunun incelenmesi önerilmektedir.

Kaynakça

- Black, P. ve Wiliam, D. (1998). Inside the black box: Raising standards through classroom assessment. *Phi Delta Kappan*, 80(2), 139-148.
- Braun, V. ve Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative Research in Psychology*, 3(2), 77-101. <https://doi.org/10.1191/1478088706qp063oa>
- Looney, S. (2022). Same but different math: Helping students connect concepts, build number sense, and deepen understanding. *Routledge*. <https://doi.org/10.4324/9781003228134>
- Lortie-Forgues, H., Tian, J. ve Siegler, R. S. (2015). Why is learning fraction and decimal arithmetic so difficult? *Developmental Review*, 38, 201-221. <https://doi.org/10.1016/j.dr.2015.07.008>
- Ni, Y. ve Zhou, Y. D. (2005). Teaching and learning fraction and rational numbers: The origins and implications of whole number bias. *Educational Psychologist*, 40(1), 27-52.
- Rittle-Johnson, B. ve Star, J. R. (2009). Compared with what? The effects of different comparisons on conceptual knowledge and procedural flexibility for equation solving. *Journal of Educational Psychology*, 101(3), 529-544. <https://doi.org/10.1037/a0014224>
- Rittle-Johnson, B., Star, J. R. ve Durkin, K. (2020). How can cognitive-science research help improve education? The case of comparing multiple strategies to improve mathematics learning and teaching. *Current Directions in Psychological Science*, 29(6), 599-609. <https://doi.org/10.1177/0963721420969365>
- Siegler, R. S. ve Lortie-Forgues, H. (2015). Conceptual knowledge of fraction arithmetic. *Journal of Educational Psychology*, 107(3), 909-918. <https://doi.org/10.1037/edu0000025>
- Siegler, R. S. ve Pyke, A. A. (2013). Developmental and individual differences in understanding of fractions. *Developmental Psychology*, 49(10), 1994-2004. <https://doi.org/10.1037/a0031200>
- Watson, A. ve Mason, J. (2005). *Mathematics as a constructive activity: Learners generating examples*. Lawrence Erlbaum

Argümantasyon Temelli Matematiksel Etkinlikler Bağlamında İki Değişkenli Fonksiyonların Kısmi Türevlerinin Yapılandırılması

Mehmet DEMİR, Yılmaz ZENGİN

Çalışmada argümantasyon temelli matematiksel etkinliklerin kullanıldığı bir yaklaşım benimsenerek işbirlikçi problem çözme sürecinde öğrencilerin iki değişkenli fonksiyonların kısmi türevlerinin yapılandırmasını destekleyen etkinliklerin tasarlanması amaçlanmıştır. Katılımcılar bir devlet üniversitesinde öğrenim gören gönüllü 12 matematik öğretmeni adaydır. Öğrenciler hem lise öğrenimlerinin son yılında hem de üniversitenin birinci yılında limit ve süreklilik kavramlarının ardından türev kavramına yönelik bir müfredatı deneyimlemişlerdir. Dolayısıyla bu çalışmanın katılımcıları türev kavramını yalnızca tek değişkenli fonksiyonlarda deneyimlemiş öğrencilerden oluşmaktadır. Matematiksel etkinlikler hazırlanırken Thomas Calculus (Thomas vd., 2010) ve öğretmenin akılcı sorgulama çerçevesinden (Zhuang & Conner, 2022) yararlanılmıştır. Geliştirilen matematiksel etkinlikler teknoloji destekli işbirlikli bir öğrenme ortamında yüz yüze uygulanmıştır. Bireysel ve işbirlikli öğrenme ortamının tasarımı ACODESA metoduna dayanmaktadır (Hitt & González-Martín, 2015). Bu metodun her bir aşamasına GeoGebra yazılımı entegre edilmiştir (Zengin, 2018). Öğrenciler, argümantasyon temelli matematiksel etkinlikleri bireysel çalışma, takım çalışması, sınıf tartışması, öz-yansıtma ve kurumsallaştırma (Hitt & González-Martín, 2015) olmak üzere beş aşamadan geçerek gerçekleştirmiştir. Bu uygulama sırasında öğrencilerin tartışmaları ses kaydına alınmış ve bu kayıtlar yazıya dökülmüştür. Öğrencilerin argümantasyon süreçlerini yansıtan bu transkriptler Toulmin'in (2003) argümantasyon modeli doğrultusunda analiz edilmiştir. Bulgular, öğrencilerin GeoGebra ile ACODESA metodunun entegrasyonuna dayalı oluşturulan sosyokültürel öğrenme ortamında argümantasyon yoluyla iki değişkenli fonksiyonların kısmi türevlerini tek değişkenli kalkülüsteki türev kavramıyla ilişkilendirerek öğrenebildiklerini göstermektedir. Öğrenciler türev kavramına ilişkin ön bilgilerinden hareketle sunulan matematiksel görevi gerçekleştirmiş, bu süreçte argümanlar üretmiş ve gerekçelendirmiştir. Dolayısıyla, öğrencilerin iki değişkenli fonksiyonların kısmi türevlerini öğrenmeleri, onların tek değişkenli kalkülüste türev kavramını anlamaları ve mevcut bilgilerini karşılaştıkları yeni duruma genişletmeleri sayesinde olmuştur. Öğrenciler iki değişkenli fonksiyonların kısmi türevlerini öğrenirken bazı zorluklar da deneyimlemiştir. Örneğin, kısmi türevin geometrik yorumunu içeren görevin birinci bölümünde öğrenciler eğimi bulmak için GeoGebra'nın 3D grafik görünümü üzerinde çalışmaya başlamış ve bağımsız değişkenleri sabit tutmak için düzlemler oluşturmuştur. Daha sonra öğrenciler bu düzlemlerle fonksiyonun kesişim noktalarının birer eğri oluşturduğunu belirtmişlerdir. Ancak öğrenciler, bu eğrileri grafik üzerinde oluşturamamıştır. Öğrenciler bu zorluklara karşı GeoGebra'nın komutları yardımıyla kısmi türevleri cebirsel olarak hesaplamış ve teğetlerin eğimlerini bu hesaba dayanarak bulmuşlardır. Bu yönüyle bulgumuz, bazı öğrencilerin çok değişkenli kalkülüste türevi tek değişkenli kalkülüsün doğrudan bir genellemesi olarak görme eğiliminde olduklarını göstermektedir.

Not: Bu çalışma, birinci yazarın ikinci yazar danışmanlığında hazırladığı tezin etkinliklerine dayanmaktadır.

Teşekkür: Bu çalışma TÜBİTAK Bilim İnsanı Destek Programları Başkanlığı (BİDEB) 2211-Yurt İçi Lisansüstü Burs Programı kapsamında desteklenmiştir.

Kaynaklar

- Hitt, F., & González-Martín, A. S. (2015). Covariation between variables in a modelling process: The ACODESA (collaborative learning, scientific debate and self-reflection) method. *Educational Studies in Mathematics*, 88(2), 201-219. <https://doi.org/10.1007/s10649-014-9578-7>
- Thomas, G. B., Weir, M. D., & Hass, J. R. (2010). *Thomas Calculus* (12th ed.). Pearson Education Inc.
- Toulmin, S. (2003). *The uses of argument*. Cambridge University Press.
- Zengin, Y. (2018). Examination of the constructed dynamic bridge between the concepts of differential and derivative with the integration of GeoGebra and the ACODESA method. *Educational Studies in Mathematics*, 99(3), 311–333. <https://doi.org/10.1007/s10649-018-9832-5>

Zhuang, Y., & Conner, A. (2022). Teachers' use of rational questioning strategies to promote student participation in collective argumentation. *Educational Studies in Mathematics*, 111(2), 345-365. <https://doi.org/10.1007/s10649-022-10160-6>

6. Sınıf Matematik Ders Kitabındaki Etkinlik ve Soruların Matematik Okuryazarlığı Bağlamında İncelenmesi

Ramazan TAŞDEMİR, Fatma CUMHUR

Günümüz dünyasında değişen koşullar, bireylerin matematiksel bilgiye sahip olmasının yanı sıra bu bilgiyi günlük yaşamda kullanabilme becerisine de sahip olmasını gerekli kılmaktadır. Bu doğrultuda matematik okuryazarlığı, bireyin gerçek yaşam durumlarını matematiksel olarak ifade edebilmesi, yorumlayabilmesi ve çözümleyebilmesi olarak tanımlanmaktadır (OECD, 2019; Taşkın vd., 2018). Matematik okuryazarı bireyler, matematiğin günlük yaşamdaki rolünü anlayarak karşılaştıkları problemlere mantıklı ve tutarlı çözümler üretebilmekte ve karar verme süreçlerinde matematiksel muhakemeden yararlanabilmektedir (Canbazoglu ve Tarım, 2021).

Eğitim sistemlerinin başarısını değerlendirmek amacıyla uluslararası ölçekte çeşitli araştırmalar yürütülmektedir. Bu araştırmalardan biri olan Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı (PISA), Ekonomik İşbirliği ve Kalkınma Örgütü (OECD) tarafından yürütülmekte ve öğrencilerin matematik, fen ve okuma alanlarındaki okuryazarlık becerilerini ölçmeyi amaçlamaktadır (OECD, 2019; Tarım & Köksal, 2024). On beş yaş grubundaki öğrencilere uygulanan PISA değerlendirmeleri, ülkelerin eğitim sistemlerini karşılaştırmalı olarak inceleme imkânı sunmaktadır. PISA sonuçları incelendiğinde Türkiye'nin matematik okuryazarlığı alanındaki performansının istenilen düzeyde olmadığı görülmektedir (Kabael ve Baran, 2019). Bu durum, matematik öğretiminde öğrencilerin matematiksel bilgiyi gerçek yaşamla ilişkilendirebilecekleri öğrenme ortamlarının oluşturulmasının önemini ortaya koymaktadır (Erdoğan, 2023).

Matematik öğretiminde önemli öğrenme araçlarından biri ders kitaplarıdır. Ders kitapları, öğrencilerin konuları tekrar etmelerine, öğrenmelerini pekiştirmelerine ve öğretim sürecinin desteklenmesine katkı sağlayan temel materyaller arasında yer almaktadır (Bingölbalı ve Özđiner, 2022). Araştırmalar, ders kitaplarında yer alan etkinlik ya da soruların niteliğinin öğrencilerin üst düzey düşünme becerilerinin gelişiminde önemli bir rol oynadığını göstermektedir (Hadar, 2017). Ayrıca ders kitaplarının incelenmesine yönelik çalışmalar, ülkelerin matematik eğitimindeki önceliklerini ve öğretim yaklaşımlarını anlamada önemli bir kaynak oluşturmaktadır (Li, 2000). Bu doğrultuda, matematik ders kitaplarında yer alan etkinlik ve soruların matematik okuryazarlığı açısından incelenmesi önem taşımaktadır.

Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli, öğrencilerin bilgiye ulaşma, bilgiyi yorumlama ve günlük yaşamda kullanabilme becerilerini geliştirmeyi amaçlayan bir eğitim yaklaşımıdır. Bu bağlamda matematik okuryazarlığı, bireylerin matematiği farklı bağlamlarda kullanabilme, yorumlayabilme ve problem çözüme süreçlerinde etkin biçimde yararlanabilme becerilerini ifade etmektedir. Bu çalışmada, Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli kapsamında hazırlanan 6. sınıf matematik ders kitabındaki “Sayılar ve Nicelikler” teması altındaki etkinliklerin, matematik okuryazarlığı değerlendirme çerçevesine göre incelenmesi amaçlanmıştır. Çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden biri olan doküman analizi kullanılmıştır. Buna göre ilgili temadaki 74 etkinlik ve soru, matematiksel okuryazarlığın üç temel bileşeni olan konu alanı, bağlamsal yapı ve matematiksel süreç açısından analiz edilmiştir. Matematiksel okuryazarlık bileşenlerine göre yapılan incelemeler, kitapta yer alan etkinlik ve soruların öğrencilerin zihinsel gelişimini destekleyecek ve konuyu daha anlamlı kavramalarına olanak sağlayacak nitelikte olduğunu ortaya koymaktadır. Sonuç olarak, incelenen ders kitabındaki etkinlik ve soruların öğrencilerin öğrenmelerini destekleyici ve matematik okuryazarlık becerilerini geliştirici rolde olduğu tespit edilmiştir.

Anahtar kelimeler: Türkiye yüzyılı maarif modeli, ders kitabı, matematik okuryazarlığı, sayılar ve nicelikler, etkinlik, soru

Kaynaklar

- Bingölbali, E., & Özdiner, M. (2022). İlkokul ve ortaokul matematik ders kitabı etkinliklerinin gerçek hayatla ilişkilendirme açısından incelenmesi. *Afyon Kocatepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 24(1), 45-65.
- Canbazoglu, H. B., & Tarım, K. (2021). Sınıf Öğretmeni Adaylarının Matematik Okuryazarlığı Problemi Kurma Becerileri ve Matematik Etkinliği Geliştirme Süreçleri. *Milli Eğitim Dergisi*, 50(231), 147-172.
- Erdoğan, E. (2023). *Ortaokul matematik ders kitaplarındaki veri işleme öğrenme alanının matematik okuryazarlığı bağlamında incelenmesi* (Master's thesis, Bursa Uludag University (Turkey)).
- Hadar, L. L. (2017). Opportunities to learn: Mathematics textbooks and students' achievements. *Studies in Educational Evaluation*, 55, 153-166.
- Kabael, T. ve Baran, A.A. (2019). Ortaokul matematik öğretmeni adaylarının matematik okuryazarlığı performanslarınınve matematik okuryazarlığına ilişkin görüşlerinin incelenmesi. *Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Türk DünyasıUygulama ve Araştırma Merkezi Eğitim Dergisi*, 4(2), 51-67.
- Li, Y. (2000). A comparison of problems that follow selected content presentations in American and Chinese mathematics textbooks. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(2), 234-241.
- Organisation for Economic Co-operation and Development - OECD (2019). Perspectives on global development 2019.Paris: OECD Publishing.
- Tarım, K., & Köksal, E. (2024). Matematik LGS Çalışma Kitabının PISA Matematik Okuryazarlığı Bağlamında İncelenmesi. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, (45), 23-39.
- Taşkın, E., Ezentaş, R., & Altun, M. (2018). Altıncı sınıf öğrencilerine verilen matematik okuryazarlığı eğitiminin öğrencilerin matematik okuryazarlığı başarısına etkisi. *Kastamonu Education Journal*, 26(6), 2069-2079

Problem Çözmede Strateji ve Genelleme Sürecine Yönelik Bir Uygulama: Josephus Problemi

Zeynep Medine ÖZMEN

Özet

Matematik eğitiminde problem çözme üst düzey düşünceleri açığa çıkaran bir mekanizma görevi üstlenmektedir. Nitekim problem çözme, birçok ülkenin matematik öğretim programının merkezinde konumlandırılmıştır. Bu bağlamda da problemi çözme matematik öğretim programlarında öğrencilere kazandırılması gereken bir beceri olarak ele alınmaktadır. Öte yandan problem çözmeye yönelik çalışmalar öğrencilerin problem çözücü bir birey davranışı sergilemede yeterli olmadığına işaret etmekte, matematik öğretimlerinin öğrencilere problem çözme davranışı kazandırmaya yönelik olarak tasarlanması ve düzenlenmesi gerektiğine işaret etmektedir. Bununla birlikte, dijitalleşmenin etkisine giren günümüz dünyasında matematik öğretimlerinin de bu dönüşüme ayak uydurması yadsınamaz bir gerçektir. Bu noktada ise özellikle karşılaştığımız matematik problemlerine farklı çözümler geliştirme ve genellemeye uzanan süreçte yapay zeka destekli uygulamalar önemli görülmektedir. Bu bağlamda bu çalışmada yapay zeka destekli bir ortamda literatürde yer alan bir problemin çözümünde geliştirilen stratejiler ve genelleme sürecine ilişkin uygulamalar yapılması planlanmaktadır. Bu uygulama sürecinde katılımcıların problemin çözümüne ilişkin stratejiler üretmeleri bu stratejilere ulaşırken yapay zekadan da yardım almaları ve en doğru stratejiyi belirleyerek problemin çözümü için genel bir ifadeye ulaşmaları beklenmektedir. Bu bağlamda hem problem çözmede strateji ve genelleme sürecine ilişkin hem de bu süreçte yapay zekanın etkin kullanıma yönelik örnek bir uygulama görmeleri sağlanmış olacaktır.

Hedef Kitle: Matematik öğretmenleri, lisansüstü öğrenciler ve öğretmen adayları bu araştırmanın hedef kitlesini oluşturmaktadır.

Uygulama Süresi: Uygulama 40 dakika ile sınırlıdır. İki kişi için bir adet bilgisayarın mevcut olması yeterlidir.

Yığılma Noktası Kavramı İçin Sokratik Bir Anlatım

Hasan GÜVELİ, Ebru GÜVELİ

Özet

Yığılma noktası kavramı dizi yakınsaklığı ve özellikle limit konusu için vazgeçilmez bir kavramdır. Yığılma noktası tanımının formal tanımı, matematik öğretmenliği okuyan öğrencilerde anlaşılması zor bir tanım olarak görülmektedir. Bu çalışma, yığılma noktası formal tanımının ne anlama geldiğini kavrayabilme adına geliştirdiğimiz ve yıllarca uyguladığımız Sokratik yöntemle kurulmuş yığılma noktası ders uygulamasını paylaşmak amacıyla hazırlanmıştır. Bu uygulamada öğrencilerden kendilerini bir kuantum taneciği seviyesine indirip, reel sayılar kümesine verilmiş sayılar üzerinde yürüyebilme yeteneğine sahip olduklarını düşünmeleri istenir. Böyle bir düşünce ile bir kümenin yığılma noktalarını bulma problemi, o kümenin elemanları üzerinde yürüyerek hangi reel sayılara istenildiği kadar yaklaşılabilceği problemine dönüşür. Bu uygulama yığılma noktasının formal tanımının matematik diliyle yazıldığı tanımın tam olarak karşılığını verir. Bu uygulamayla reel sayı eksenindeki bir kümenin yığılma noktaları bulunabildiği gibi düzlemdeki veya uzaydaki bir nokta kümesinin de yığılma noktaları kümesi kolaylıkla bulunabilir ve formal tanım düzleme ve uzaya entegre edilebilir.

Anahtar kelimeler: yığılma noktası, kuantum taneciği, yürüme, istenildiği kadar yaklaşabilme

Dinamik Yazılımlarla Matematikte Dört İşlemin Kolay Öğretimi

Recep ASLANER, Aziz İLHAN

Özet

Matematikte klasik yöntemlerle bazı kavramların öğretimi zor veya bazı problemler çözümsüzdür. Verilen bir açıyı kurşun kalem ve pergeli kullanarak 2 (4 veya 8) eş parçaya bölmek kolaydır. Ancak 3 eş parçaya bölmek antik çağın üç çözümsüz probleminden birisi olarak bilinir. Öklid geometrisinde kısaca *konik* olarak isimlendirilen *çember*, *elips*, *parabol* ve *hiperbol* eğrilerinden çember ve elips kavramları klasik yöntemlerle kolayca anlatılırken hiperbol eğrisinin anlatımı oldukça zordur. Böyle durumlarda dinamik matematik yazılımları bazı kolaylıklar sağlar. Bu çalışmada bu durumlar GeoGebra yazılımı kullanılarak örneklerle gösterilmiştir. Anlatımı zor olan hiperbol eğrisini çizen aracın oluşumu adım adım verilmiştir. Merkez noktası ile yarıçapı verilen çember eğrisini çizen araca karşılık odak noktaları ve asal eksen uzunluğu verilen elips eğrisini çizen yeni bir araç oluşturularak programa eklenmiştir. Ayrıca benzer problemlerden ortaöğretim ve lise programlarında yer almayan düzlemde iki noktaya uzaklıkları çarpımı veya bölümü sabit olan noktaların geometrik yerleri araştırılmıştır. Böylece dinamik yazılımlarla matematikte dört işlemin kolay bir öğretiminin literatüre kazandırılması hedeflenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Dinamik Yazılımlar, Dört İşlem, Geometri, Matematik Eğitimi.

Abstract

In mathematics, teaching certain concepts using traditional methods can be difficult, and some problems are unsolvable. Dividing a given angle into 2 (4 or 8) equal parts using a pencil and compass is easy. However, dividing it into 3 equal parts is known as one of the three unsolved problems of antiquity. In Euclidean geometry, the concepts of the circle and the ellipse—which are collectively referred to as conics—can be easily explained using classical methods, whereas explaining the hyperbola is. In such cases, dynamic mathematics software offers certain advantages. In this study, these cases are illustrated with examples using the GeoGebra software. The step-by-step process of creating a tool to draw a hyperbola—a curve that is difficult to describe—is provided. A new tool for drawing an ellipse—given its foci and major axis length—was created and added to the program as a counterpart to the tool for drawing a circle, which requires only the center point and radius. Additionally, the geometric locations of points in the plane where the product or quotient of their distances from two given points is constant—a problem not typically included in middle school or high school curricula—were investigated. Thus, the aim was to contribute to the literature by facilitating the teaching of the four basic arithmetic operations in mathematics using dynamic software.

Keywords: Dynamic Software, Four Basic Arithmetic Operations, Geometry, Mathematics Education.

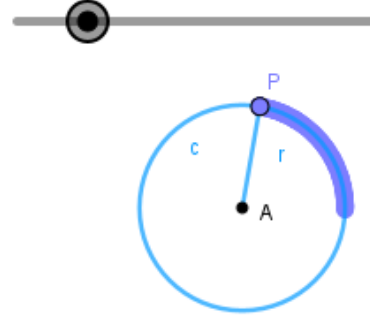
Giriş

Geometrinin babası lakabıyla tanınan Öklid (MÖ 330-275) yaptığı tanımların anlamlı ve ifade ettiği önermelerin doğru olduğunu göstermek için onları geometrik şekillerle [somutlaştırmıştır](#) (Mancosu, & Mugnai, 2023). Düzleminde *verilen bir noktaya eşit uzaklıkta olan noktalar kümesi* olarak tanımlanan çember eğrisi için, bir A noktası ve bir r sayısı alınır.

A merkezli r yarıçaplı çember,

$$A(r) = \{P : |AP| = r\}$$
 kümesi olarak tanımlanır.

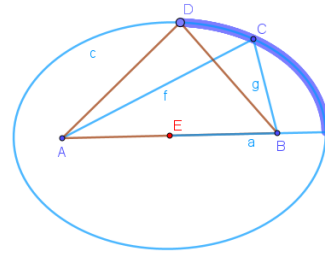
“Merkez noktası ve yarıçapı verilen çember çizilebilir.” önermesi Öklid’in beş temel aksiyomundan birisidir. Bu kümenin geometrik gösterimi Şekil 1 deki gibi çizilebilir.



Şekil 1. Çember

Elips, *düzlemde verilen iki noktaya uzaklıkları toplamı sabit olan noktaların kümesidir*. A ve B iki nokta, C bu noktaların orta noktası ve a bir reel sayı olmak üzere, elipsin matematiksel tanımı $AB(a) = \{P : |AP| + |PB| = 2a, a > |CB|\}$ kümesidir. Burada A ve B noktalarına elipsin *odak noktaları* C noktasına *merkezi* denir. “Odak noktaları ve bir noktası verilen elips çizilebilir.” önermesinin doğruluğunu göstermek için;

- Odak noktalarını temsilen tahtaya iki çivi çakılır.
- Uzunluğu 2a kadar olan bir ip alınarak iki ucu birleştirilir.
- İp çivilerden geçirilerek bir kalemle gerdirilir ve kalem hareket ettirilir.



Elde edilen eğri Şekil 2 deki gibi elipstir.

Şekil 2. Elips

Bundan sonraki uygulamaları daha iyi anlamak için elipsi biraz daha yakından tanıyalım:

Bunun için programda yer alan “**elips**” aracı  ile odak noktaları A, B olan ve C noktasından geçen bir elips çizelim. Bu elips için aşağıdaki kavramlar tanımlanıp şekil üzerinde gösterilebilir.

Elipsin Elemanları:

- Odak noktalarının orta noktasına elipsin **merkezi**,

- Odak noktaları ve merkezden geçen doğruya elipsin **asal eksen**i ve
- Merkez noktasından asal eksene dik olan doğruya **yedek eksen** adı verilir.

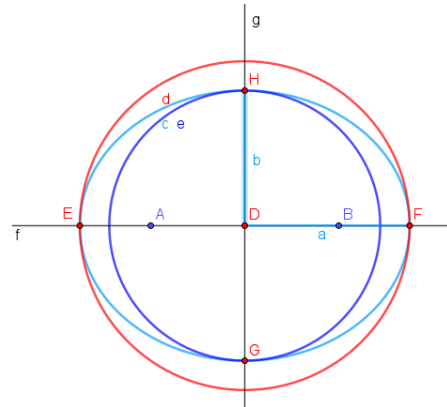
Bir elips merkez noktasına ve eksenlere göre simetrik bir eğridir.

- Eksenlerin elipsi kestiği noktalara **tepe noktaları** denir.

Tepe noktaları bir elips için özel noktalardır. Asal eksenin kestiği noktalar *merkeze en uzak olan* noktalar, yedek eksenin kestiği noktalar ise merkeze *en yakın olan* noktalardır (Kurtuluş, 2019). Diğer noktaların merkeze olan uzaklıkları bu iki uzaklık arasında değişir.

- Asal eksenin elipsi kestiği tepe noktaları arasındaki uzaklığa elipsin **asal eksen uzunluğu** denir ve Şekil 3'e göre $|EF| = 2a$, $a = |DF| > |DB|$ dir.
- D merkezli a yarıçaplı D(a) çemberine elipsin **dış teğet çemberi**,
- D(b) çemberine **iç teğet çemberi** denir.

Benzer şekilde yedek eksenin elipsi kestiği tepe noktaları arasındaki uzaklığa **yedek eksen uzunluğu** denir ve $|GH| = 2b$ ile gösterilir. Buradaki a ve b sayıları elipsin analitik incelenmesinde kullanılan $P(x, y)$ elips üzerinde bir nokta olmak üzere elipsin standart denklemi olan $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ eşitliğindeki a ve b sayılarıdır. Bu denklem ilk olarak 1637'de ve sonrasında Descartes & Fermant tarafından kullanılmıştır (Karakaya, & Sekman, 2019).



Şekil 3. Elipsin Elemanları

GeoGebra yazılımında “Merkez noktası ve yarıçapı” verilen çemberi çizen  aracına karşılık elips için de “Odak noktaları ve asal (veya yedek) eksen uzunluğu verilen elips çizilebilir.” Önermesini doğrulayan yeni bir araç oluşturularak programa eklenebilir: Bunun için programda yer alan elips aracı seçilerek Şekil 3'teki AB(F) noktalarına tıklamak yeterlidir. Ancak asal eksen uzunluğu olacak a değeri için $a > |DB|$ seçilmesine dikkat edilmelidir.

Metot ve Materyal

Bu çalışma dinamik matematik yazılımlarından GeoGebra yazılımı kullanılarak düz anlatım yöntemi ile bir durum çalışması olarak gerçekleştirilmiştir. Düz anlatım yöntemi, tanımlar, kurallar, örnekler ya da problemlerden oluşan belli bir içeriğin öğrenme hedeflerine uygun olarak öğrenciye aktarılmasıdır. Bu yöntemde öğretmen anlatan, öğrenci ise pasif bir dinleyici durumundadır (Arıcı, 2006). Birçok öğrenciye zor ve soyut bir ders olarak görülen matematik dersi için gelişen teknoloji sayesinde bu algı değişmektedir. Matematikğin alt dalları olan cebir, geometri, analiz ve istatistik gibi birçok konuyu etkileşimli olarak görselleştirmeye yarayan ücretsiz bir matematik yazılımı olan GeoGebra, konuları daha görsel, anlaşılır ve eğlenceli bir şekilde sunan güçlü bir dijital araç olarak öne çıkmaktadır. Bu yazılım sayesinde öğrenciler konuları deneyerek öğrenirken, öğretmenler derslerini daha etkili ve anlamlı bir şekilde anlatabilir.

Bulgular

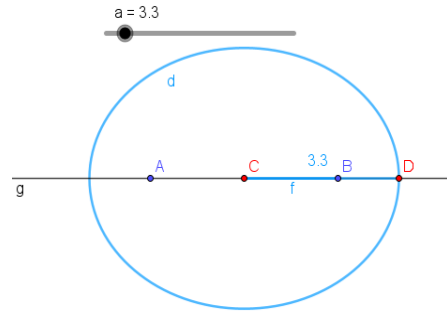
Araştırmanın bu bölümünde Odak noktaları ve asal eksen uzunluğu verilen elips, hiperbol, Çarpımı sabit olan noktalar kümesi, Cassini Eğrileri, Apollinius Çemberleri uygulamalarına ilişkin GeoGebra bulguları sunulmuştur. İlk olarak Odak noktaları ve asal eksen uzunluğu verilen elips çizimine ait GeoGebra bulguları verilmiştir.

Uygulama 1. AB(a) elips aracı (*odak noktaları ve asal eksen uzunluğu verilen elips*) oluşturma:

Bunun için

- Odak noktaları A ve B seçilir.
- Orta nokta C ve $|CB| = f$ uzunluğu bulunur.
- Sürgü aracı ile minimum değeri f olan bir a değişkeni oluşturulur.
- AB doğrusu ile C(a) çemberinin kesişim noktası D alınır.

- Elips aracı seçilerek A, B ve D noktalarına tıklanırsa odak noktaları A, B ve asal eksen uzunluğu 2a olan elips çizilmiş olur.
- “Yeni araç oluştur” seçeneği ile elips ve $h=[CD]$ doğru parçası *çıkış nesneleri*, A, B noktaları ve a sayısı *giriş nesneleri* alınarak “**AB(a) Elips**” adında yeni bir araç oluşturulur. Bu araç listenin sonuna eklenmiş olur.



Şekil 4. Odak noktaları ve asal eksen uzunluğu verilen elips

Hiperbol eğrisi “*düzlemde verilen iki noktaya uzaklıkları farkı sabit olan noktaların kümesidir.*” A ve B iki nokta, C bu noktaların orta noktası ve a bir reel sayı olmak üzere, hiperbolün matematiksel tanımı

$AB(a) = \{P : \|AP\| - \|PB\| = 2a, \quad a < |CB|\}$ kümesidir. A ve B noktaları hiperbolün odak noktaları ve C merkez noktası olmak üzere, “*Odak noktaları ve bir noktası verilen hiperbol çizilebilir.*” önermesinin doğruluğu, çember ve elipste olduğu gibi pergel kullanarak veya tahtaya çivi çakıp ip bağlayarak gösterilemez. Ancak Geogebra yazılımında, odak noktaları için A ve B noktaları alınır. Programda yer alan “Hiperbol” aracı kullanılarak sırası ile A, B ve uygun seçilen bir C noktasına tıklanırsa yukarıda tanımlanan kümeye ait hiperbol eğrisi çizilmiş olur. Burada merak edilen soru acaba bu “Hiperbol” aracı nasıl oluşturulmuştur? sorusudur. Bu problem bir geometrik yer problemidir.

Düzlemde **geometrik yer**, verilen bir veya birkaç şartı sağlayan noktaların kümesidir. Matematikte bu tür problemleri çözmek için üç adım takip edilir.

1. Adım: Yörüngesi bilinen hareketli bir nokta seçilir.

Geometrik hareketler temelde **öteleme** ve **dönme** olmak üzere iki gruba ayrılır. Dolayısıyla bu yörünge verilen problemin metnine göre ya bir doğru (sınırlı ise doğru parçası) veya bir çember üzerinde seçilir.

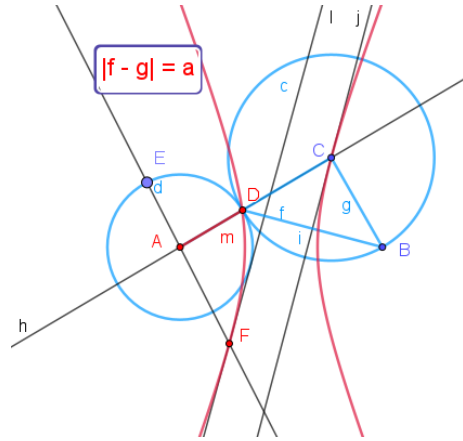
2. **Adım:** Seçilen bu noktaya bağımlı olup verilen şartları sağlayan *bir nokta (veya noktalar) bulunur.*
3. **Adım:** Seçilen nokta kendi yörüngesinde hareket ederken, bulunan noktaların nasıl bir şekil oluşturacağı tahmin edilmeye çalışılır. Bunun için dinamik ortamlarda iki ihtimal vardır.
 - i) Bulunan noktaya iz, seçilen noktaya animasyon verilerek şeklin oluşumu dinamik olarak gözlemlenir. Veya
 - ii) Programda yer alan “**Geometrik yer**” aracı ile bulunan noktaların seçilen noktaya göre geometrik yerine bakılarak şekil bir bütün olarak görülebilir (Aslaner, R. 2020).

GeoGebra yazılımında yer alan “Hiperbol” aracının oluşumunu burada bir uygulama olarak verelim:

Uygulama 2.

- Hiperbolün odak noktaları için iki nokta A ve B noktaları alınır.
- AB doğrusu üzerinde olmayan keyfi bir C noktası seçilir ve $|AC|=f$ ve $|CB|=g$ sayıları bulunur.
- Giriş ekranına $|f-g|$ yazılarak bir a sayısı elde edilir.
- Problemimiz verilen A ve B noktalarına olan uzaklığı a kadar olan noktaları bulma problemine dönüşür. Başta seçilen C noktası bu noktalardan birisidir. Bunun için,
- AC doğrusu ve C(B) çemberinin kesişim noktalarından A ya yakın olan D noktası alınır.
- $|AD|=|f-g|=a$ dır (bakınız Şekil 5).
- C noktası AD doğrusu ile [DB] doğru parçasının orta dikme doğrusunun kesişim noktasıdır.
- A(D) çemberi çizilerek üzerinde bir nokta E seçilir.
- AE doğrusu ile [EB] doğru parçasının orta dikme doğrusunun kesişim noktası olan F noktası verilen şartı sağlayan noktadır. Yani $||AF|-|FB||=a$ dır. Buna göre,

E noktası yörüngesi bilinen hareketli bir nokta, F noktası E noktasına bağımlı verilen şartı sağlayan bir nokta olup, F'nin E noktasına göre geometrik yerine bakılırsa Şekil 5'teki hiperbol eğrisi elde edilir.

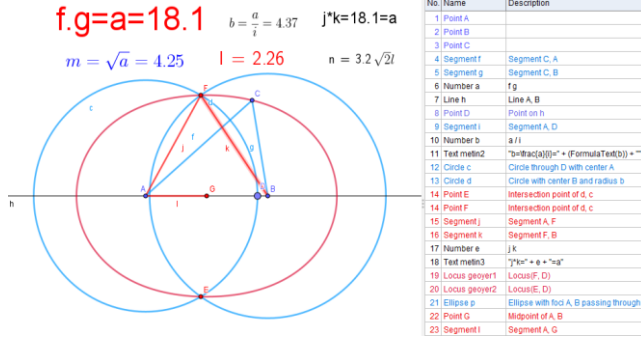


Şekil 5. Hiperbol

Çember, elips ve hiperbol kavramları ortaöğretim ve lise düzeyinde anlatılan kavramlar olup müfredatta yer almaktadır. Ancak, *Düzlemde verilen iki noktaya uzaklıkları çarpımı sabit olan noktaların kümesi nedir?* sorusu bu düzeyi aşan bir sorudur. Bu durum yine dinamik yazılımlar kullanılarak anlatımında kolaylık sağlayabileceğimiz bir durumdur.

Şimdi yukarıda verilen problemi GeoGebra ile kolaylıkla çözebileceğimiz bir uygulama olarak verelim.

Uygulama 3. Düzlemde verilen iki noktaya uzaklıkları çarpımı sabit olan noktaların kümesini araştıralım. Bu uygulama için uygulanan adımlar programın “İnşaat Protokolü” penceresinde Şekil 6 da ifade edilmiştir.



Şekil 6. çarpımı sabit olan noktaların kümesi

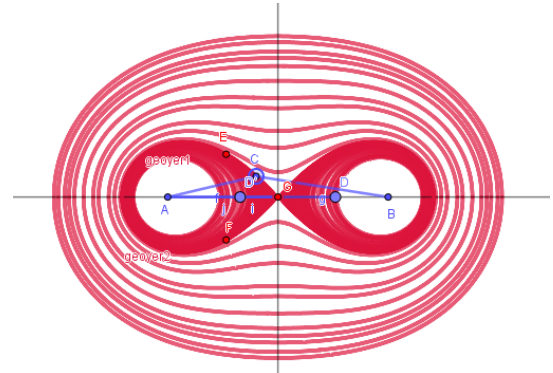
Elde edilen sonuç, A ve B noktalarına uzaklıkları çarpımı $f * g = a$ olan noktaların kümesi G, [AB]'nin orta noktası, $l = |GB|$ ve $m = \sqrt{a}$ olmak üzere bu iki sayının durumuna göre farklılık gösteren bir eğri demetidir. Burada,

- $m < l$ ise merkez nokta ve eksenlere göre simetrik iki eğri,
- $m = l$ ise merkezden geçen sonsuz eğrisi (Bernoilli Lemniscate),
- $l < m < \sqrt{2}l$ ise içe bükümlü bir eğri (Fıstık eğrisi) ve
- $m > \sqrt{2}l$ için dışa bükümlü bir oval eğri

elde edilir.

Bu eğrilere **Cassini Eğrileri** adı verilir (Karataş, 2013). Elde edilen geometrik yere iz verilip

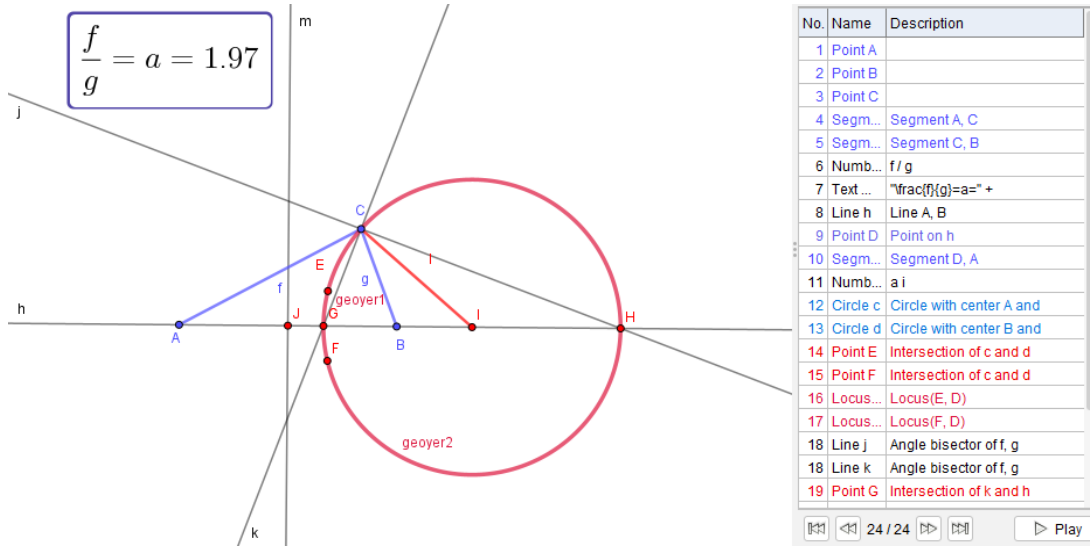
- C noktası hareket ettirilerek elde edilen eğri çeşitleri şekil 7 üzerinde görülebilir.



Şekil 7. Cassini Eğrileri

Böylece düzlemde verilen iki noktaya uzaklıkları **toplamı** sabit olan noktaların geometrik yerinin bir *elips* eğrisi, **farkı** sabit olan noktaların geometrik yerinin bir *hiperbol* eğrisi ve **çarpımı** sabit olan noktaların geometrik yerinin *Cassini eğrileri* adı verilen bir eğri demeti oluşturduğu gösterilmiştir. Benzer düşünceyle düzlemde verilen iki noktaya uzaklıkları **bölümü** sabit olan noktaların geometrik yerini araştırarak matematikte dört işlem olarak bilinen işlem serisini tamamlayalım. Bu durumu da yine GeoGebra yazılımını kullanarak bir uygulama olarak verelim.

Uygulama 4. Düzlemde verilen iki noktaya uzaklıkları bölümü sabit olan noktaların kümesini araştıralım. Bu uygulama için uygulanan adımlar programın “İnşaat Protokolü” penceresinde Şekil 8 de ifade edilmiştir.



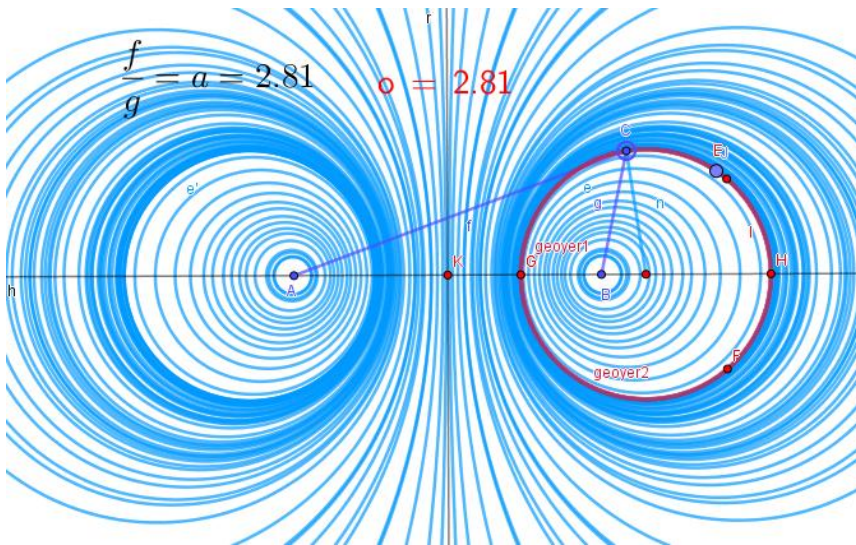
Şekil 8. Apollinius Çemberi

A ve B noktalarına uzaklıkları bölümü $\frac{f}{g} = a$ olan noktaların geometrik yeri Şekil 8'e göre merkezi, f ve g uzaklıklarını tanımlayan doğruların açıortay doğrularının AB doğrusuyla kesişim noktaları G ve H noktalarının orta noktası I olan ve C noktasından geçen bir çember eğrisidir. Bu çember, $a < 1$ için B noktasını, $a < 1$ için A noktasını içinde bulundurur. $a = 1$ için çember [AB] doğru parçasının orta dikme doğrusuna dönüşür. Bu sonuç “düzlemde verilen iki noktaya eşit uzaklıkta olan noktaların geometrik yeri bu iki noktanın oluşturduğu doğru parçasının orta dikme doğrusudur.” önermesi ile uyumaktadır.

Bu çemberlere **Apollonius Çemberleri** adı verilir. Özelliği A ile B noktalarının her biri bu çembere göre diğerinin *invers noktası* olmasıdır.

Bu çemberin [AB]'nin orta noktasına (veya orta noktadan AB ye dik olan doğruya) göre simetriği alınır aynı özelliklere sahip olan eş bir çember elde edilir.

Bu çemberlere *Apollonius çember çifti* adı verilir. Elde edilen çemberlere iz verilir ve C noktası hareket ettirilirse, Şekil 9 daki gibi bir çift çember demeti elde edilir.



Şekil 9. Apollinus çember demeti

Tartışma ve Sonuç

Bu çalışma dinamik bir yazılım olan GeoGebra yardımıyla matematikte dört işlem olarak ifade edilen *toplama*, *çıkartma*, *çarpma* ve *bölme* işlemlerinin geometrik yer durumlarından yola çıkarak dinamik uygulamalar üzerinde daha kolay anlaşılmasını hedeflemektedir. Bu hedef doğrultusunda araştırmada öncelikle gerekli ön bilgilerin sunulduğu kısa bir teorik çerçeve çember, elips ve elemanları için sunulmuştur. Sonrasında matematikte dört temel işlem için uygulamalar gerçekleştirilerek görselleştirilmiş geometrik yer uygulamalarıyla öğretim kolaylaştırılmıştır. Birinci uygulamada *toplama* işlemi elips geometrik yeriyle ilişkilendirilmiş, bu geometrik yer için GeoGebra da yeni bir araç oluşturulmuş ve programa eklenmiştir. İkinci uygulamada *çıkarma* işlemi hiperbolün geometrik yeriyle ilişkilendirilmiştir. Üçüncü uygulamada düzlemde verilen iki noktaya uzaklıkları *çarpımı* sabit olan noktaların kümesine ilişkin geometrik yer araştırılmıştır. Yapılan uygulamada bu geometrik yerin Cassini eğrileri adı verilen bir eğri demeti oluşturduğu gösterilmiştir. Dördüncü uygulamada düzlemde verilen iki noktaya uzaklıkları *bölümü* sabit olan noktaların kümesi araştırılmış, Apollinus çemberleri ve çember demeti ile ilişkilendirme yapılmıştır. Gerçekleştirilen bu dört uygulamayla matematikte dört işlemin GeoGebra dinamik yazılımı yardımıyla geometrik yer karşılıkları tespit edilmiş anlamlı ve daha kolay öğrenmeyi ön plana çıkarabilecek dijital materyaller oluşturulmuştur. Bu sonuçların bağlamsal öğrenmeye katkı sağlayacağı ve öğrenmeye katkı sunacağı düşünülmektedir. Nitekim Baltacı ve Baki (2017) GeoGebra gibi dinamik yazılımların bağlamsal öğrenme ortamı oluşturmada katkı sunacağını elips örneğiyle ifade etmektedir. Çalışma bulgularından hareketle GeoGebra'nın geometrik yer çözümlerinde nitelikli çıktılar sunduğu da ifade edilebilir. Bu durumu destekler nitelikte geometrik yer kavramlarının dinamik yazılımlarla gösterilmesinde yazılımların önemli bir katkı sunduğu son dönemlerde yapılan bazı çalışmalarla belirlenmiştir (Aytekin & Kıymaz, 2013; Doruk, vd., 2013; Frank, 2010; Jahn, 2002; Özçakır, vd. 2015; Real & Leung, 2006).

Sınırlılıklar ve Öneriler

Araştırma matematikte dört işlem olarak bilinen *toplama*, *çıkarma*, *çarpma* ve *bölme* uygulamalarıyla sınırlı tutulurken, bu sınırlılığı aşabilmek adına GeoGebra da geometrik yer uygulamalarına başvurulmuştur. Böylece bu sınırlılığın aşılması hedeflenmiştir. Araştırma bulguları çerçevesinde elde edilen görsel bağlamlar halihazırda bulunan ortaokul, ortaöğretim ve yükseköğretimde anlamlı öğrenmeleri geliştirmek adına kullanılabilir. Geometrik yerin matematikte diğer işlemsel süreçlerdeki rolü yeni araştırmalarda değerlendirilebilir. Bilimsel araştırma konusu olarak bilişsel veya duyuşsal becerilere bu tarz uygulamaların etkisi araştırılabilir. Matematiksel kavramlar arası ilişkilendirmeleri güçlendirmek adına benzer geometrik yer uygulamaları farklı dinamik yazılımlarda denenebilir veya araştırılabilir.

Kaynaklar

- Arıcı, A. F. (2006). Türkçe öğretiminde kullanılan strateji-yöntem ve teknikler. *Atatürk Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 7(1), 299-308.
- Aytekin, C. ve Kıymaz, Y. (2013). İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Geogebra ile Bazı Trigonometrik Fonksiyonların Grafiklerini Yorumlama Süreçleri. 1.Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Sempozyumu. Karadeniz Teknik Üniversitesi. 20-22 Haziran 2013.
- Baltacı, S., & Baki, A. (2017). Bağlamsal öğrenme ortamı oluşturmada GeoGebra Yazılımının rolü: Elips örneği. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi (KEFAD)*, 18(1), 429-449.
- Doruk, B. K., Aktümen, M., & Aytekin, C. (2013). Pre-service elementary mathematics teachers' opinions about using GeoGebra in mathematics education with reference to 'teaching practices'. *Teaching Mathematics and Its Application*. 32(3), 140-157.
- Frank, B. A. (2010). *Conjecturing in dynamic geometry: A model for conjecture generation through maintaining dragging*. [Doctoral dissertation], University of New Hampshire, Durham.
- Jahn, A. P. (2002). Locus" and "Trace" in Cabri géomètre: Relationships between geometric and functional aspects in a study of transformations. *ZDM*, 34(3), 78- 84.

- Karakaya, V., & Sekman, D. (2019). Matematiksel düşüncenin tarihi gelişimi ve eğitimde konumlanması. *Türkiye eğitim vizyonu üzerine değerlendirmeler içinde*. Pegem Akademi.,
- Karataş, M. (2013). A multi foci closed curve: Cassini oval, its properties and applications. *Doğuş Üniversitesi Dergisi*, 14(2), 231-248.
- Kurtuluş, A. (2019). Elips ve çemberin analitik incelenmesinde logo tasarım çalışmalarının kullanımı. *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi*, 8(3), 12-25.
- Mancosu, P., & Mugnai, M. (2023). *Syllogistic Logic and Mathematical Proof*. New York: Oxford University Press.
- Özçakır, B., Aytekin, C., Altunkaya, B., & Doruk, B. K. (2015). Effects of Using Dynamic Geometry Activities on Eighth Grade Students' Achievement Levels and Estimation Performances in Triangles . *Participatory Educational Research*. 2(3), 43-54.
- Real, F.L. & Leung, A. (2006). Dragging as a conceptual tool in dynamic geometry environments. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 37(6), 665-679.